



Extra Oefenopgaven kansrekening 2007

1. Onlangs onderzocht een senaatscommissie in de Verenigde Staten de mogelijkheid tot het opzetten van een nationale instelling voor het signaleren van kindermishandeling. Een team van specialisten kwam onder andere tot de volgende drie conclusies:
 - (i) 1 op de 90 kinderen wordt mishandeld.
 - (ii) van de mishandelde kinderen, zal een arts in 90% van de gevallen het kind als mishandeld klassificeren.
 - (iii) van de kinderen die niet mishandeld zijn, zal een arts in 3% van de gevallen het kind ten onrechte als mishandeld klassificeren.

Beantwoord nu de volgende vragen.

- (a) Zij A de gebeurtenis 'kind wordt mishandeld' en B de gebeurtenis 'arts klassificeert kind als mishandeld'. Herformuleer de bovenstaande drie conclusies in termen van kansen op gebeurtenissen, die beschreven kunnen worden met A en B .
 - (b) Hoe groot is de kans dat een arts een kind als mishandeld klassificeert?
 - (c) Hoe groot is de kans dat een kind daadwerkelijk wordt mishandeld **en** een arts het kind als mishandeld klassificeert?
 - (d) Hoe groot is de kans dat een kind daadwerkelijk wordt mishandeld, gegeven dat een arts het kind als mishandeld heeft geklassificeerd?
2. We werpen met N zuivere dobbelstenen. Hierbij is N een stochastische variabele met $P(N = n) = 2^{-n}$ voor $n \geq 1$. Laat S het totaal aantal geworpen ogen zijn.
 - (a) Bepaal $P(S = 3|N = 2)$.
 - (b) Bepaal $P(S = 3)$.
 - (b) Bepaal $P(N = 2|S = 3)$.
3. Een rat is in een doolhof gevangen. Om hieruit te ontsnappen moet hij kiezen uit twee gangen. Als hij de rechtergang kiest zal hij in het doolhof rondlopen gedurende drie minuten, en dan terugkeren naar zijn beginpunt. Als hij naar links gaat zal hij met kans $\frac{1}{3}$ het doolhof na twee minuten verlaten, en met kans $\frac{2}{3}$ na 6 minuten in zijn beginpunt teruggekeerd zijn. Omdat het stikdonker is in het doolhof zal de rat altijd met dezelfde kans de linker- of rechtergang kiezen. Laat X het aantal minuten

zijn, dat de rat nodig heeft om het doolhof te verlaten, en laat X_i de tijd nodig voor de i de poging om in vrijheid te komen. Zij verder N de poging waarop de rat met succes het doolhof verlaat. Er geldt dan dat

$$X = \sum_{i=1}^N X_i.$$

(a) Laat zien dat

$$E(X_i|N = n) = \begin{cases} 21/5 & \text{als } 1 \leq i \leq n-1 \\ 2 & \text{als } i = n. \end{cases}$$

(b) Toon aan dat

$$E(X|N = n) = (21n - 11)/5.$$

(c) Laat zien dat N geometrisch verdeeld is, en bepaal de parameter.

(d) Bepaal de verwachting $E(X)$ van X .

4. Laat X een stochast zijn met genererende functie

$$G_X(s) = \frac{s}{8 - 7s}, \text{ voor } |s| < \frac{8}{7}.$$

(a) Bepaal $E(X)$.

(b) Bepaal $P(X = i)$, $i \in \{1, 2, \dots\}$. Concludeer dat X geometrisch verdeeld is.