



### Opgaven Hoofdstuk 3 en 4

1. Laat  $X_1, X_2, \dots$  een rij onafhankelijke Bernoulli stochasten zijn, elk met parameter  $p = \frac{1}{2}$ , d.w.z.  $P(X_i = 1) = P(X_i = 0) = 1/2$ . Definieer voor  $i = 1, 2, \dots$  de stochasten  $Y_i$  door

$$Y_i = 2X_i - 1,$$

en laat  $S_0 = 0$  en

$$S_n = \sum_{i=1}^n Y_i, \quad \text{voor } n \geq 1.$$

- (a) Bepaal  $P(S_9 = 2)$ .
- (b) Bepaal  $P(S_8 = 6)$ .
- (c) Bepaal  $P(S_n > n - 1)$ .
- (d) Bepaal  $P(S_5 \leq 3, S_k \neq 0, \text{ voor } k = 1, 2, 3, 4)$ .
- (e) Laat zien dat  $P(S_1 S_2 \cdots S_n \neq 0) = \frac{1}{n} E(|S_n|)$ .
- (f) Bepaal  $P(S_1 \neq 0, S_2 \neq 0, \dots, S_8 \neq 0)$ .
- (g) Zij  $T = \min\{n > 0 : S_n = 0\}$ . Bepaal  $P(T = n)$  voor  $n = 1, 2, \dots$
- (h) Bepaal  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(S_n > \frac{n}{2})$ .