

TENTAMEN WAT IS WISKUNDE A

Donderdag 13 november 2003

- Schrijf op ieder vel dat je inlevert je naam en studentnummer, zet op het eerste vel ook de naam van je docent.
- Alle opgaven tellen even zwaar.
- Geef niet alleen antwoorden, maar laat ook zien hoe je eraan gekomen bent. Het gebruik van computer, dictaat, boeken of aantekeningen is niet toegestaan.

SUCCES

1. Construeer waarheidstabellen voor de onderstaande expressies:

(a) $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$,

(b) $\neg(P \vee \neg Q) \longrightarrow (Q \wedge \neg R)$.

2. A , B en C zijn deelverzamelingen van een verzameling U . Bewijs onderstaande beweringen of geef een tegenvoorbeeld.

(a) $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$,

(b) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$,

(c) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$,

(d) $A - (B \cap C) = (A - B) \cap (A - C)$.

3. De rij $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is als volgt gedefinieerd:

$$a_1 = 2,$$

$$a_2 = 5,$$

$$a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2} \quad \text{voor } n \geq 3.$$

Bewijs dat voor elk natuurlijk getal n geldt

$$a_n = \frac{3}{2} \cdot 2^{n-1} + \frac{1}{2} \cdot 4^{n-1}.$$

Z.O.Z.

4. (a) Stel m en n zijn gehele getallen. Laat zien: Als er gehele getallen a en b zijn zodat $am + bn = 1$, dan is $\text{ggd}(m, n) = 1$.

(b) Bepaal alle oplossingen van de congruentie $24x - 42n = 30$.

5. Definieer de relatie \sim op \mathbb{Z} als volgt:

$$x \sim y \text{ als } \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right).$$

(a) Bewijs dat \sim een equivalentierelatie is.

(b) Bepaal expliciet alle bijbehorende equivalentieklassen.

6. (a) p is een priemgetal dat bij deling door 30 rest r geeft. Bewijs dat r dan zelf een priemgetal is of gelijk is aan 1.

(b) Bewijs dat voor elk geheel getal n geldt dat het laatste cijfer van n^5 gelijk is aan het laatste cijfer van n .