



Tentamen Wat is Wiskunde A, donderdag 11 november 2004

- * Zet op elk blaadje dat je inlevert je naam en studentnummer. Zet op het eerste blad ook de naam van je docent.
- * Alle opgaven tellen even zwaar
- * Geef niet alleen antwoorden, maar laat ook zien hoe je eraan gekomen bent. Het gebruik van computer, dictaat, boeken of aantekeningen is niet toegestaan.

1. Construeer waarheidstabellen voor de onderstaande expressies:

(a) $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$.

(b) $(P \wedge Q \rightarrow R) \wedge \neg P$.

2. Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld van de volgende beweringen:

(a) Zij A, B, C deelverzamelingen van een verzameling U . Dan

$$A - B \subseteq (A - C) \cup (C - B).$$

(b) Zij $A_n = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2 - \frac{1}{n}\}$, $n \geq 1$. Dan

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 2\}.$$

3. Definieer $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ en $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$ voor $n \geq 4$. Bewijs dat $a_n \leq 2^{n-2}$ voor alle $n \geq 2$.

4. Zij $X = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : xy > 0\}$. Definieer de relatie \sim op X als volgt:

$$(a, b) \sim (c, d) \quad \text{als} \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

- (a) Bewijs dat \sim een equivalentie relatie is.
 - (b) Bepaal de equivalentieklasse van het punt $(1, 1)$.
 - (c) Geef een meetkundige beschrijving van de equivalentieklassen van \sim .
5. (a) Bepaal een $x \in \mathbb{Z}$ zodat $17x + 3$ deelbaar is door 19.
(b) Bepaal alle oplossingen $x, y \in \mathbb{Z}$ van de vergelijking $17x + 19y = 3$.
6. Gegeven dat a, b, c natuurlijke getallen zijn met a en b relatief priem en c een deler van $a + b$.
- (a) Laat zien dat $\text{ggd}(a, c) = \text{ggd}(b, c) = 1$.
 - (b) Laat zien dat $\text{ggd}(ab, c) = 1$.