8-12-2015

3.8.18 1 geen; antisym; sym; antisym; geen; sym & antisym

2 Omdat $A^T=-A$ geldt $a_{ij}=-a_{ji}$, dus als $i=j$ geldt $a_{ii}=-a_{ii}$, dus $a_{ii}=0$

3 • AB symmetrisch $\Longrightarrow$ $AB=(AB)^T=B^TA^T=BA$
• $AB=BA$ dus $(AB)^T=B^TA^T=BA=AB$.

4 $(A\pm A^T)^T=A^T\pm A^{TT}=A^T\pm A=\pm(A\pm A^T)$

5 $A=\frac{1}{2}\underbrace{(A+A^T)}_{\text{symmetrisch}}+\frac{1}{2}\underbrace{(A-A^T)}_{\text{antisymmetrisch.}}$

3.8.29 $A^{-1}=\begin{pmatrix}-7&5&3\\3&-2&-2\\3&-2&-1\end{pmatrix}$, $LU=\begin{pmatrix}1&0&0\\\frac{3}{2}&1&0\\0&-2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&4\\0&\frac{1}{2}&-1\\0&0&-1\end{pmatrix}$

4.5.17 antwoord zie dictaat Beukers hoofdstuk 11.

6.8.11 $x_1=\dfrac{\begin{vmatrix}-1&-2&1\\3&0&1\\0&2&0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&-2&1\\1&0&1\\1&2&0\end{vmatrix}}$ $x_2=\dfrac{\begin{vmatrix}1&-1&1\\1&3&1\\1&0&1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&-2&1\\1&0&1\\1&2&1\end{vmatrix}}$ $x_3=\dfrac{\begin{vmatrix}1&-2&-1\\1&0&3\\1&2&0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&-2&1\\1&0&1\\1&2&1\end{vmatrix}}$

7.7.8 $\lambda_1\begin{pmatrix}-1&1\\0&0\end{pmatrix}+\lambda_2\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix}+\lambda_3\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+\lambda_4\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$

dit geeft $\lambda_2-\lambda_1=0$, $\lambda_1+\lambda_2=0$ $\lambda_3=0$ en $\lambda_4=0$
enige oplossing is $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=0$ Dus 4 matrices zijn lineair onafhankelijk.

7.7.21 (1) M.b.v. vegen

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 5 & 4 & -4 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 2 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & -2 \end{array}\right)$$

$\mathbb{I}_3 \qquad A^T$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

(2) Laat $F = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$ dan $A_F^F = (Id_F^E)^{-1} A_E^E \, Id_F^E$

$E = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$

$$A_F^F = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \cdots$$

7.7.36. Merk op dat $A(x^k y^l) = k x^{k-1} y^{l+1} + l x^{k+1} y^{l-1}$

~~(1) Ker A: $A(x^k y^l) = 0$ alleen als $k=0$ en $l=0$~~
~~dus Ker A bestaat uit de constante polynomen.~~

(1) $A(ax^2 + bxy + cy^2) = 2axy + b(x^2+y^2) + 2cxy = 0$

Dus $a = -c$ en $b = 0$. $\operatorname{Ker} A = \langle x^2 - y^2 \rangle$

(2) Uit dimensie stelling volgt $\operatorname{Im} A = A(V)$ is 2 dimensionaal. basis xy en x^2+y^2.

(3) Uit (1) volgt $a + c = 1$ en $b = 2$ dus
$f(x,y) = ax^2 + 2xy + (1-a)y^2$ met $a \in \mathbb{R}$.

(4) $\lambda(x^2+y^2)+\mu(x^2-y^2)+\nu\, xy = 0$

substitueer $x=1$ $y=0$, $x=0$, $y=1$, $x=1=y$ resp.

dit geeft

$\lambda+\mu=0$, $\lambda-\mu=0$ $2\lambda+\nu=0$

ofwel $\lambda=\mu=\nu=0$ dus lineair onafh.

Omdat ook maximaal lineair onafhankelijk ($\dim V = 3$) vormen x^2+y^2, x^2-y^2 en xy een basis van V.

$$A(x^2+y^2) = 4xy$$
$$A(xy) = x^2+y^2$$
$$A(x^2-y^2) = 0$$

Dus t.o.v. x^2+y^2, xy en x^2-y^2 is de matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Voor opg 3.2.2 zie dictaat Beukers Hoofdstuk 11.