

Steropgave Maat en Integratie, 12-4-12

Inleveren op 26-4 aan het begin van het college (1:15) of vóór dit tijdstip per email bij de assistent: N.Lindemulder@uu.nl.

Steropgave 6* Zij (X, \mathcal{A}, μ) een maatruimte en zij $(u_j)_{j=1}^{\infty} \subset \mathcal{L}^1(\mu)$ een rij niet-negatieve functies. Zij $u_0 \in \mathcal{L}^1(\mu)$ zo dat $u_j(x) \rightarrow u_0(x)$ b.o. en $\int_X u_j \rightarrow \int_X u_0$ voor $j \rightarrow \infty$. Bewijs dat $\lim_j \int_X |u_j - u_0| \mu = 0$. *Aanwijzing.* Toon aan: het is voldoende om te bewijzen dat (a) $\limsup_j \int_X (u_j - u_0)^+ \leq 0$ en (b) $\limsup_j \int_X (u_j - u_0)^- \leq 0$. Laat zien dat (b) volgt uit Stelling 11.2 en gebruik vervolgens $u_j - u_0 = (u_j - u_0)^+ - (u_j - u_0)^-$ om (a) aan te tonen.