Huiswerk Micro, series 11 en 12, 24-5-13 en 31-5-13

Inleveren opgave 1*: Op 31-5 bij begin van college.
Inleveren opgave 7*: Op 7-6 bij begin van hoorcollege.

Serie 11 (24-5-13)

opgave 1.* Voor de nutsfunctie $u(x_1, x_2) := \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}$, $x_1, x_2 \geq 0$ kan worden bewezen (dit hoeft dus niet meer te worden aangetoond) dat de Marshalliaanse en Hicksiaanse vraagfunctie de volgende componenten hebben:

$$x_1(p_1, p_2, y) = \frac{p_2 y}{p_1 p_2 + 4p_1^2} \text{ en } x_2^h(p_1, p_2, v) = \frac{p_1^2 v^2}{(4p_1 + p_2)^2}.$$

a. Bepaal de ontbrekende componenten $x_2(p_1, p_2, y)$ en $x_1^h(p_1, p_2, v)$ op eenvoudige wijze, n.l. door budget-gebalanceerdheid en efficiency te gebruiken. *Aanwijzing:* Voor de volgende onderdelen is het raadzaam om de ontbrekende componenten na berekening zo te vereenvoudigen dat ze qua vorm lijken op de hierboven gegeven componenten.
b. Ga concreet na dat de Marshalliaanse en Hicksiaanse vraagfuncties voldoen aan de in Proposition 5.1.3.b en Proposition 5.1.11.b gegarandeerde eigenschappen.
c. Bepaal de indirecte nutsfunctie $v(p_1, p_2, y)$ en ga expliciet na in welke punten de identiteit van Roy geldt.
d. Bepaal ook de uitgavenfunctie $e(p_1, p_2, v)$ en doe dit op de volgende twee manieren: (1) met een zelf gekozen dualiteitsformule uit Theorem 5.2.1, (2) m.b.v. het in onderdeel a verkregen antwoord. Laat zien dat de uitkomsten overeenstemmen.
e. Controleer de correctheid van de uitkomsten in onderdeel a m.b.v. dualiteitsformule (5.3).

Opgave 2. Maak de derde E op p. 109.

Opgave 3. Maak de tweede E op p. 113.

Opgave 4. a. Controleer concreet in welke punten de Marshalliaanse en Hicksiaanse vraagfuncties in Examples 5.1.2 en 5.1.10 voldoen aan formule (5.3).

Opgave 5. Een heel andere methode om in opgave 1 de complete Marshalliaanse en Hicksiaanse vraagfuncties te bepalen berust op het handig gebruiken van de uitkomsten van Examples 4.8.5 en 4.14.4. Laat zien dat dit tot dezelfde uitkomsten leidt.

Serie 12 (extra grote serie voor 4 uur werkcollege op 31-5-13)

Opgave 1. Maak de eerste twee E's op p. 109.

Opgave 2. Maak de eerste E op p. 113 en de eerste E op p. 115.

Opgave 3. Maak de twee E's op p. 118 en de eerste E op p. 119.

Opgave 4. Maak de laatste twee E's op p. 120.

Opgave 5. Beschouw Example 5.2.3 met niet-differentiëerbare nutsfunctie. Ga na, door middel van concrete verificatie, in welke punten de Slutsky decompositieformule (5.7) geldt voor het geval $i = j = 1$. Idem voor het geval $i = 1$ en $j = 2$. Let hier goed op bij het gebruik van de "keuzevorken".

Opgave 6. Beschouw een consument met inkomen $\bar{y} = 100$ waarvan de preferenties kunnen worden weergegeven door de nutsfunctie $u(x_1, x_2) = 5x_1x_2x_3/(3x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_2x_3)$. Laat zien dat deze nutsfunctie equivalent is met een nutsfunctie van de klasse die behandeld is in Examples 5.1.2 en 5.1.10. Gebruik die equivalentie om, met de formules uit die voorbeelden, het indexcijfer te bepalen voor haar kosten van levensonderhoud (= CLI) bij een prijsverandering van $\bar{\mathbf{p}} = (5, 3, 1)^T$ naar $\mathbf{p} = (4, 4, 2)^T$.

Opgave 7.* a. Bekijk figuur 5.3 in het boek. Het daarin getekende symbool y/p_2 is natuurlijk de tweede coördinaat van de bundel $(0, y/p_2)$. Deze vormt het snijpunt van zowel de nieuwe als de de oorspronkelijke budgetlijn met de verticale as. *Boven* $(0, y/p_2)$ zie je nog een snijpunt met de verticale as, n.l. van een lijn die parallel loopt aan de nieuwe budgetlijn. Vind een uitdrukking voor de tweede coördinaat van dit snijpunt in termen van de uitgavenfunctie e en de prijs- en inkomensvariabelen p_1, p_2, y en $p_1' := p_1 + h$. *Aanwijzing:* Je kent de helling van deze lijn en ook dat hij door het punt $\mathbf{x}^h(\mathbf{p}', v(\mathbf{p}, y))$ gaat.

b. Als bovengenoemd snijpunt eenmaal bepaald is kun je het uiteraard ook schrijven als $(0, y'/p_2)$ voor geschikte y'. Deze y' heet het compenserend inkomen (en $y' - y$ de inkomenscompensatie), want y' is het inkomen dat nodig zou zijn om bij de nieuwe prijsvector $\mathbf{p}' = (p_1 + h, p_2)$ de consument de bundel $\mathbf{x}^h(\mathbf{p}', v(\mathbf{p}, y))$ als Marshalliaanse bundel te laten kiezen. Laat dit zien door te bewijzen dat geldt $\mathbf{x}^h(\mathbf{p}', v(\mathbf{p}, y)) = \mathbf{x}(\mathbf{p}', y')$.

Opgave 8. Een producent van een bepaalde zoutsoort heeft gegeneraliseerde kostenfunctie $C(q) = \frac{1}{3}q^3 - 2q^2 + q + 1$.

a. Laat zien dat voor het bijbehorende winstmaximaliseringsprobleem de producent voor geen enkele marktprijs overgaat tot de outputbeslissing $q = 0$.

b. Los het winstmaximaliseringsprobleem op voor alle mogelijke marktprijzen $p > 0$. *Aanwijzing:* Het is verstandig om een tekenoverzicht te maken van de afgeleide van de te maximaliseren functie.

c. Stel dat de producent nog 49 collega-producenten heeft, die dezelfde zoutsoort fabriceren en dezelfde gegeneraliseerde kostenfunctie $C(q)$ als boven hebben. Stel ook dat er op deze markt 70 consumenten zijn, die alle de nutsfunctie $u^{(i)}(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{2x_2}$, $x_1, x_2 \geq 0$, en rijkdom $y^{(i)} = 154$ hebben, $i = 1, \ldots, 70$. Hierbij is hun goed 1 de bovengenoemde soort zout. Van het andere goed is de prijs bekend: $p_2 = 5\frac{1}{2}$. Bepaal het marktaanbod $S(p)$ van het zout en de marktvraag $D(p)$ ernaar als functie van de prijs p. Teken in een figuur (schetsmatig) de functies S en D en bepaal aan de hand van deze figuur de partiële evenwichtsprijs. *Aanwijzing:* De evenwichtsprijs p^* is zo geconstrueerd dat hij geheeltallig is.