

Zij A, B een tweetal verzamelingen. Een *afbeelding* of *functie* f van A naar B is een voorschrift dat aan elk element van A een element van B toekent. Notatie: $f : A \rightarrow B$. Het element uit $b \in B$ dat aan $a \in A$ wordt toegekend, noemen we het *beeld* van a onder f . Notatie: $b = f(a)$ of $f : a \mapsto b$. Zij $C \subset A$. De verzameling beelden van alle $c \in C$ noemen we de *beeldverzameling* van C onder f . Notatie: $f(C)$. De beeldverzameling $f(A)$ noemen we het *bereik* van f . De verzameling A zelf heet het *domein* van f . Gegeven b dan noemen we $a \in A$ zó dat $f(a) = b$ een *origineel* van b onder A . De verzameling originelen van b onder A geven we aan met $f^{-1}(b)$.

Voorbeelden:

1. $A = B = \mathbb{R}$. De afbeelding $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door $f(x) = x^2$ of, anders genoteerd, $f : x \mapsto x^2$.
2. $A = B = \mathbb{R}$. De afbeelding $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door $f(x) = x^3$.
3. $A = B = \mathbb{N}$. De afbeelding $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ die aan elk getal de som van zijn cijfers in het tientallig stelsel toekent.
4. $A = B = \mathbb{R}^3$. De afbeelding $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeven door $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \mathbf{e}_1$, waarin \mathbf{e}_1 de eerste standaard basisvector is.
5. A is de verzameling UU-studenten, $B = \mathbb{N}$. De afbeelding $f : A \rightarrow B$ die aan elke student het collegekaartnummer toekent.
6. $A = \mathbb{R}$ en $B = \{0, 1\}$. De afbeelding $f : \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\}$ zó dat $f(x) = 0$ als x rationaal is en $f(x) = 1$ als x irrationaal is.
7. A is de verzameling van alle eindige verzamelingen en $B = \mathbb{Z}_{>0}$. De afbeelding $f : A \rightarrow B$ die aan een eindige verzameling het aantal elementen toekent.
8. $A = B = \{1, 2, 3, 4\}$. De afbeelding $f : A \rightarrow B$ gegeven door $f(1) = 3, f(2) = 1, f(3) = 4, f(4) = 2$.

Zij $f : A \rightarrow B$ een afbeelding. We definiëren:

1. f heet *injectief* als elk punt van B hooguit één origineel heeft. Anders gezegd, voor elk tweetal $a, a' \in A$ geldt: $f(a) = f(a') \Rightarrow a = a'$.
2. f heet *surjectief* als elke punt van B minstens één origineel heeft. Anders gezegd, $f(A) = B$.
3. f heet *bijjectief* als A zowel injectief als surjectief is. Anders gezegd, bij elke $b \in B$ bestaat er precies één $a \in A$ zó dat $f(a) = b$. In dit geval kunnen we een afbeelding $B \rightarrow A$ maken door aan elke $b \in B$ het unieke origineel van b toe te kennen. Deze afbeelding noemen we de *inverse* van f . Notatie: f^{-1} .

Opgave Ga voor bovenstaande lijst van afbeeldingen na welke injectief en/of surjectief zijn.

Zij A, B, C een drietal verzamelingen en $f : A \rightarrow B$ en $g : B \rightarrow C$ een tweetal afbeeldingen. De *compositie* van f en g is de afbeelding $A \rightarrow C$ gegeven door $a \mapsto g(f(a))$. Notatie: $g \circ f$. Verder geldt voor de compositie van drie afbeeldingen f, g, h dat $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$. (Ga na!).