

## Inleveropgave 3

### Deadline 5 oktober 2022, 09:00

---

**LET OP: Het is verplicht om deze inleveropgave uit te schrijven m.b.v.  $\LaTeX$ !**

De derde inleveropgave bestaat uit de volgende deelvragen:

- a. Bewijs de volgende bewering:

$$\sqrt{pq} \text{ is irrationaal voor elk tweetal verschillende positieve priemgetallen } p \text{ en } q. \quad (1)$$

- b. Geldt de bewering (1) ook nog als de voorwaarde dat  $p$  en  $q$  priem zijn wordt weggelaten (maar ze nog altijd twee verschillende positieve gehele getallen moeten zijn)?

Denk eraan om, zoals altijd, uw antwoord te bewijzen.

Voor deze opgave mag u (zonder het bewijs te geven) gebruikmaken van het volgende:

**Lemma.** *Zij  $m, n \in \mathbb{Z}$  en  $p$  een priemgetal. Als  $p \mid mn$ , dan moet ook gelden dat  $p \mid m \vee p \mid n$ .*

Vermeld wel expliciet waar en wanneer u dit lemma in het bewijs gebruikt.

## ENGLISH TRANSLATION:

**BEWARE: You are required to write this third assignment using  $\LaTeX$ !**

The third assignment consists of the following subquestions:

- a. Prove the following statement:

$$\text{For every pair of distinct positive prime numbers } p \text{ and } q, \sqrt{pq} \text{ is irrational.} \quad (2)$$

- b. Does the statement (2) still hold if you leave out the condition that  $p$  and  $q$  are prime (but should still be distinct and positive)? As always, remember to prove your answer.

For this assignment you are allowed to use (without providing the proof) the following:

**Lemma.** *Let  $m, n \in \mathbb{Z}$ . If  $p$  is prime and  $p \mid mn$ , then it must also be true that  $p \mid m \vee p \mid n$ .*

Do indicate explicitly at which steps in your proof you invoke this lemma.