

Functionaalanalyse 2006/7

Inleverdatum: 24 november 2006 (10:45)

15). Zij $S : \ell^2 \longrightarrow \ell^2$ de rechter shift

$$S(a_1, a_2, a_3, \dots) = (0, a_1, a_2, \dots)$$

en $T : \ell^2 \longrightarrow \ell^2$ de compacte operator

$$T((a_k)_{k \in \mathbb{N}}) = \left(\frac{1}{k} a_k\right)_{k \in \mathbb{N}} .$$

Bereken alle eigenwaarden van $S \circ T$ en de spectraalstraal $\rho(S \circ T)$.

Hoe verandert het antwoord als men voor S de linker shift

$$S(a_1, a_2, a_3, \dots) = (a_2, a_3, a_4, \dots)$$

neemt ?

16). Zij H een separabele Hilbertruimte met volledig orthonormaalstelsel $(e_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en $T \in L(H)$. Laat zien dat

$$T \text{ compact} \iff \lim_{n \rightarrow \infty} \|Te_n\| = 0 .$$

Hint: ga na dat $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha(e_n) = 0$ voor alle $\alpha \in H^* = L(H, \mathbb{K})$.