

Functionaalanalyse 2006/7

Inleverdatum: 8 december 2006 (10:45)

- 19). Zij H een Hilbertruimte en $F < H$ een gesloten deelruimte. Definieer de orthogonale projectie $\pi : H \rightarrow H$ d.m.v. de splitsing $H = F \oplus F^\perp$, d.w.z. stel $\pi(x) = y$ voor $x = y + z$ met $y \in F$ en $z \in F^\perp$.
- (i) Ga na dat π zelfgeadjungeerd is.
 - (ii) Bereken het spectrum $\sigma(\pi)$.
 - (iii) Onder welke voorwaarden is π een compacte operator?
- 20). Zij H een separabele Hilbertruimte en $T \in L(H)$ een zelfgeadjungeerde operator. Laat zien dat het spectrum $\sigma(T)$ hooguit aftelbaar veel eigenwaarden bevat. *Opmerking:* de vermenigvuldigingsoperator uit opgave 6 geeft een voorbeeld van een zelfgeadjungeerde operator (op de separabele Hilbertruimte $L^2[0, 1]$) waarvoor het spectrum overaftelbaar is.