RHEIN.-WESTF.TECHN.HOCHSCHULE AACHEN
Institut für Reine und Angewandte Mathematik
Heinz Hanßmann

Aachen, den 6.7.2007

12. Übungsblatt zur Vorlesung Hamiltonsche Dynamische Systeme

32. Beweisen Sie das Lemma von Paley–Wiener: Eine periodische Funktion mit Fourierreihe $f(x) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} f_k \, e^{ikx}$ ist genau dann analytisch, wenn die Koeffizienten exponentiell schnell abfallen:

$$\bigvee_{M,\eta>0} \quad \bigwedge_{k\in\mathbb{Z}} \quad |f_k| \leq M \cdot e^{-|k|\cdot\eta}.$$

33. Zeigen Sie, daß auf $\mathbb{T}^n \times \mathbb{R}^n$ die Koordinatenwechsel der Form

$$\begin{aligned} q &= x + \alpha(x) \\ p &= y + \beta(x) \cdot y \end{aligned}$$

mit $\alpha'(x) \neq -1, \beta(x) \neq -1 \ \forall_{x\in\mathbb{T}^n}$ eine Gruppe bilden.

34. Bestimmen Sie für das Hamiltonsche System auf $\mathbb{T}^2 \times \mathbb{R}^2$ mit

$$H(x,y) \;=\; \frac{1}{2}(y_1^2 - y_2^2) \;+\; \varepsilon \, \sin(x_1 - x_2)$$

die Lösung zum Anfangswert $(x,y) = 0$.