

Opgave exponentiële groei. We willen de gemiddelde groei van de menselijke bevolking schatten, gebaseerd op het Malthus model

$$N(n+1) = k \cdot N(n)$$

waar $N(n)$ het aantal mensen in jaar n is. De groeifactor k is dus gezocht.

Op dit moment telt de wereldbevolking rond 6 500 000 000 mensen. Bereken k op basis van 100 000 mensen 200 000 jaar geleden.

Bereken de groei(krimp)factor op basis van de volgende extra gegevens, apart voor de 3 tussenliggende perioden. 100 000 jaar geleden waren er nog maar 10000 mensen, maar 30000 jaar geleden was het aantal weer gegroeid, tot (minstens) 300000 mensen.

In 1798, toen Malthus zijn model opstelde telde de wereldbevolking rond 1000000000 mensen en de groeifactor was ongeveer $k \approx 1.006$. Hoe groot zou de wereldbevolking nu zijn als deze k constant was gebleven? En in het jaar 2214?

Opgave verdubbeling. Voor beleggingen, waar men groeifactoren tussen $k = 1.01$ en $k = 1.2$ verwacht, gebruikt men soms de vuistregel

$$T = \frac{72}{100(k-1)}$$

waar T het aantal jaren is waarna het belegde geld verdubbelt en $100(k-1)$ uiteraard de jaarlijkse rente is. Voor welk interval van waarden van T of k is deze approximatie bruikbaar?

Opgave classificatie (dimensie een). We itereren de functie $f : x \mapsto kx$ op heel \mathbb{R} , laten dus negatieve waarden van x toe, en ook k mag een willekeurig reëel getal zijn. Hoe gedraagt zich een door $x_{n+1} = f(x_n)$ recursief gedefinieerd rijtje als $n \rightarrow \infty$? Beantwoord deze vraag voor vaste k en onderzoek hoeveel ‘verschillende’ gevallen er zijn. In hoeverre is de gekozen beginwaarde x_0 belangrijk?

Opgave classificatie dimensie twee. Hetzelfde, maar nu voor een lineaire afbeelding $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ in het vlak.

Opgave (in)stabiliteit. Verzin een voorbeeld (d.m.v. formule/grafiek/programma/...) van een functie f die een dekpunt heeft welke attractief is, maar niet stabiel in de zin van Liapunov.