Rheinisch–Westfälische Technische Hochschule
Institut für Geometrie und Praktische Mathematik

Störungstheorie dynamischer Systeme

Heinz Hanßmann

2. Übungsblatt Aachen, den 15.4.2008

Sommersemester 2008

3. Untersuche die folgenden Vektorfelder. Handelt es sich um Hamiltonische Vektorfelder, oder um Gradienten? Finde wenn möglich Hamiltonfunktionen bzw. Potentiale. Welche Systeme sind reversibel (invariant unter Zeitumkehr bei gleichzeitiger Spiegelung an einer gutgewählten Gerade) ?

$$\begin{array}{llll} \dot{x} = y & \dot{x} = \sin y & \dot{x} = y - \varepsilon x^3 & \dot{x} = -y^2 \\ \dot{y} = -x & \dot{y} = \cos x & \dot{y} = -x - \varepsilon y^3 & \dot{y} = -2xy \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \dot{x} = \alpha x - xy & \dot{x} = x & \dot{x} = x - x^2 y & \dot{x} = x \\ \dot{y} = x^2 - y & \dot{y} = -y & \dot{y} = -y & \dot{y} = -y + xy^2 \end{array}$$

Wer will kann diese Beispiele mit allen zur Verfügung stehenden Mitteln angehen (Gleichgewichtspunkte und deren Linearisierung berechnen, Stabilitätsanalysis, Lyapunovfunktionen, etc.). Es lohnt sich insbesondere, Phasenporträts zu zeichnen.

4. Zeige, daß ein System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x + \mathcal{O}(2) \\ \dot{y} &= -y + \mathcal{O}(2) \end{aligned}$$

nicht mittels einer glatten Koordinatentransformation linearisiert werden kann. *Hinweis:* Zeige insbesondere, daß kubische Terme der Form

$$\begin{pmatrix} x^2 y \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ xy^2 \end{pmatrix}$$

nicht beseitigt werden können.