

Tentamen Infinitesimalrekening A

5 januari 2012, 13.30 – 16.30 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier en vul op elk blad dat je inlevert je naam en studentnummer in.
- Vermeld eventueel een emailadres waar je de (voorlopige) uitslag wil ontvangen.
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe je aan dat antwoord komt.
- Elke opgave telt voor tien punten. Het tentamencijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 8.
- Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten gebruikt worden, en ook geen boeken, dictaten of eigen aantekeningen.
- Veel succes!

Opgave 1. a. Geef een voorbeeld van een functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die strikt monotoon dalend is en injectief maar niet surjectief.

b. Bestaat er een functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die injectief is en niet surjectief en niet strikt monotoon? Als je denkt dat zo'n functie bestaat, geef dan een voorbeeld (d.w.z. een functievoorschrift, een plaatje is niet voldoende); als zo'n functie niet kan bestaan laat zien waarom niet.

Opgave 2.

We bekijken voor $x > 1$, $f(x) = \frac{\sin(x^2 - 1)}{\log x}$ en $g(x) = 2x + x \cos(x^3)$.

Onderzoek $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.

Als de limieten bestaan, toon aan dat ze bestaan en bepaal de waarden. Als een of beide niet bestaan, leg uit waarom niet.

Z.O.Z.!!!!!!!

Opgave 3. Primitiveer de functies $f(x) = (x + 1) \sin(x^2 + 2x + 3)$ en $g(x) = x^2 \sin(2x + 1)$. Controleer je antwoorden.

Opgave 4.

Bepaal de tweede-orde Taylorveelterm van $x \mapsto \sqrt[4]{x}$ in het steunpunt 1. (Let op: vierdemachtswortel)

Bepaal hiermee een benadering van $\sqrt[4]{1,1}$ (je hoeft de getallen niet uit te werken) en laat zien dat de absolute waarde van de fout in deze benadering kleiner is dan 0,0001.

Opgave 5. Bepaal alle complexe getallen z die voldoen aan $z^2 + (4i - 3)z = 1 + 7i$. Schrijf de getallen in de vorm $a + bi$ met a en b reëel.

Opgave 6. Kies $a > 0$. Bepaal alle differentieerbare functies $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ zodat $f'(x) \cdot (f(x))^3 = a$ voor alle $x > 0$.

Opgave 7. Bepaal een twee keer differentieerbare functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die voldoet aan de differentiaalvergelijking $f''(x) + 4f'(x) + 13f(x) = 13x - 9$ en waarvoor geldt $f(0) = 0$ en $f'(0) = 0$.

Opgave 8. We bekijken $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}$. Ga na of deze limiet bestaat en bereken hem als hij bestaat.