VI. De geschiedenis van het heelal

VI.1 Inleiding

Wanneer we de geschiedenis van het heelal willen nagaan, moeten we eerst de struktuur van het heelal onderzoeken. We zullen zien, dat de ontwikkeling van het heelal in de tijd, ten nauwste is gekoppeld aan de "meetkundige" struktuur. De heelalstruktuur zullen we alleen behandelen in een benadering waarbij we het heelal eerst helemaal leeg, en daarna homogeen gevuld met materie veronderstellen. Inhomogeniteitseffekten zullen we niet beschouwen. De hele vorming van sterstelsels en de verdere evolutie van deze materiële inhomogeniteiten beschouwen we in feite losgekoppeld van de meetkundige struktuur.

Tenslotte: hoewel al ruim 60 jaar modellen van het heelal langs mathematisch-fysische weg zijn afgeleid, is het pas sinds 15 jaar mogelijk over voldoende waarnemingsgegevens te beschikken, om die modellen aan de werkelijkheid te toetsen. Toch zal blijken, dat er nog erg weinig definitiefs te zeggen valt over de bouw van het heelal, nóch waar het naar toe gaatgaat, nóch waar het vandaan komt.

Bij de bestudering van het heelal zullen we met de volgende zaken rekening houden:

a) de grote invloed van "intuitie" op de ontworpen modellen en de weinige "waarnemingen" (zie § VI.2)

b) de uitdijing van het heelal: wet van Hubble (§ V (2) 26)

c) de 3K achtergrondstraling (§ V (2) 26)

d) brontellingen, zowel optisch als radio.

VI.2 Kosmologie

VI.2.1 "Meet"-kunde

Stel U voor dat U geboren wordt, zwevend in een ruimte die nogal mistig is: er is wel wat licht, maar de absorptie is groot. Hoe zoudt U te werk gaan om er achter te komen wat de struktuur is van de ruimte waarin U zich bevindt (Denk daar maar eens een middag over na).

De voorstelling die we van "ruimte" of "ruimte-tijd kontinuum" hebben, is voornamelijk bepaald door erg primitieve en infantiele intuitieve vooronderstellingen. Het merendeel is afkomstig van konklusies getrokken door een baby aan de hand van door die baby gedane experimenten. Zowel de experimenten als de konklusies zijn vergeten, en alleen overgebleven is een moeilijk verstaanbaar complex van "gevoel en intuitie". Denk daarbij aan:

- verschil tussen verleden en toekomst:"het wordt later"
- twee evenwijdige lijnen snijden elkaar niet
- 10 stappen vooruit, 10 naar links, 10 naar achteren en 10 naar rechts: ik sta weer op dezelfde plaats (Als het niet uitkomt, ga je twijfelen aan de grootte van de stappen die je genomen hebt, maar niet aan de juistheid van de verwachting!)
- het begrip "gelijktijdig"
- som van de hoeken van een driehoek is 180^{o}.

Ga eens bij Uzelf te rade wat er nog niet allemaal meer op dit gebied is.

Deze primitieve voorstelling is geabstraheerd en gedogmatiseerd in de euclydische meetkunde en een "oneindige" lichtsnelheid. Afwijkingen van deze (niet op nauwkeurige experimenten rustende) dogma's worden als "gek" ervaren. Men twijfelt niet aan de dogma's maar wel aan de waarnemingen. Het vervelende is, dat op die manier geen wetenschap te bedrijven valt. Alleen door een goede analyse van de vooronderstellingen kunnen we komen tot een model (een theorie) die beter aansluit bij de waarnemingen. Het doel van dit verhaal is bij Uzelf de vraag op te roepen welke ongeverifieerde dogma's er allemaal zijn, en welke waarnemingen we zouden moeten doen om na te gaan welke "meetkundige" theorie het beste bij die waarnemingen aansluit (Dit denkproces is op zichzelf ook een heel nuttige training voor het benaderen van andere vraagstukken zowel zg "wetenschappelijke" als zg "politieke".)

<u>Meetkunde</u> is een experimentele wetenschap en mag geen abstrakte theorie zijn.

Hoe pakken we dat meten het beste aan?
Laten we ervan uitgaan dat we, zwevend in de ruimte, kunnen beschikken over een ongelimiteerd aantal meetlatten en klokken (en kombinaties daarvan) (Welke vooronderstellingen zitten daar achter?)

In het vervolg maken we niet meer een principiëel verschil tussen een meetlat en een klok (de experimentele achtergrond hiervan is hopelijk bekend uit de speciale relativiteitstheorie). Door uit de proberen zult U er achter komen dat, waar U ook bent, U steeds 4 en niet meer of minder lineair onafhankelijke meetlatten kunt opstellen(1 klok en 3 "echte" meetlatten). Er zijn best ruimten te verzinnen waar dat anders is (in het vervolg is het handig om als vergelijkingsruimte een 3-dimensionale te nemen met 2 ruimtelijke en 1 tijdskoordinaat, bijvoorbeeld een bolopper-vlak, een torus , of een hyperboloïde). Voor zover we weten is de ruimte waarin we zitten overal 4 dimensionaal. Dit is een niet experimenteel bevestigde extrapolatie van een lokale waarneming.

Nummer in elk punt de meetlatten 0,1,2,3, en stel ze zó op dat lat i in punt a ongeveer in dezelfde richting wijst als lat i in punt b, niet te ver bij a vandaan. Span nu touwtjes langs de latten met gelijke nummers, en nummer die touwtjes uitgaande van een of ander punt. Met de klokken doet U hetzelfde: klokken bij elkaar in de buurt, moeten omgeveer gelijk lopen. Het is verder vervelend als na een kwartier een lat opeens een klok wordt en ongekeerd (wel mogen we er rekening mee houden dat een klok langzaam in een lat verandert en omgekeerd). Het resultaat is een 4-dimensionaal koördinatennet, dat door de ruimte gespannen is. Lokaal weten we experimenteel dat je elke gebeurtenis door middel van 4 reële getallen kunt aangeven. Het is te hopen (maar er is geen waarnemings-materiaal voor) dat het echt mogelijk is door de gehele tijdruimte een 4-dimensionaal netwerk te leggen en wel zo dat er geen gebeurtenissen zijn die er buiten vallen, of waar je met één of 2 koördinaten al genoeg hebt. Verder hopen we dat we aan de reële getallen voldoende en niet teveel hebben: men kan zich ruimten voorstellen waarbij de gehele getallen al voldoende zijn (een gekwantiseerde ruimte bijvoorbeeld), of de reële getallen modulo p , of waar de komplexe getallen nodig zijn. Dit beeld van de noodzaak van het gebruik van de reële getallen heeft erg veel te maken met onze eigen afmetingen t.o.v. de dingen om ons en t.o.v. molekulaire afmetingen. Op "kwantum"-schaal ligt dit heel anders en er is geen a priori reden waarom het op heelalschaal niet ook anders zou kunnen zijn. Voorlopig nemen we maar aan dat dat niet zo is, en verder dat in andere delen van het heelal de ruimte ongeveer net zo is als hier. Dit is een erg belangrijke veronderstelling: "het algemeen kosmologisch beginsel". We veronderstellen daarbij dat wij geen uitzondering vormen, maar ook dat er verder geen uitzonderingen zijn. De mogelijke ontdekking van zwarte gaten gooit hier wel roet in het eten, maar dat kan ook gebeuren wanneer er eindelijk een behoorlijk verband tussen de kwantummechanika en de algemene relativiteitstheorie wordt gevonden.

Zo'n koördinatennetwerk kan uiteraard op heel veel manieren worden aangelegd. We hopen nu door de bestudering van dit netwerk iets te leren over de "tijdruimte".

Behalve koördinaten heeft het ook zin om richtingen te definiëren, of "vektoren". (een vektor is <u>geen</u> onderdeel van de ruimte; hij ligt niet "in" de ruimte). Dat is vooral zinvol omdat we verderop heel vaak de vraag krijgen: hoe verandert de funktie f, gedefiniëerd op mijn ruimte in een bepaalde richting. Bijvoorbeeld: ik heb een thermometer, die in elk punt de temperatuur aangeeft. De logische (en enige zinvolle operationele) manier, is: loop in de richting waarin alléén de i-de koördinaat verandert, en meet T opnieuw als die i-de koördinaat 1 veranderd is: het verschil tussen nieuwe en oude T noem je dan $\frac{\partial T}{\partial x^i}$. De operaties "lopen vanuit punt a in de richting waar alleen x^i verandert en het verschil van de funktiewaarden meten, als x^i 1 versprongen is", vormen een basis van een lineaire 4-dimensionale ruimte over de reële getallen. Die basisvektoren zijn dus de $\vec{e}_i = \frac{\partial}{\partial x^i}$, die je op elke funktie kunt loslaten die in a en een omgeving van a gedefinieerd is (dus waar mijn thermometer iets zinnigs aanwijst). Die lineaire ruimte heet ook wel de raakruimte in a aan de tijdruimte. Alle vektoren $\vec{a}$ kunnen geschreven worden als

$$\vec{a} = \sum_{i=1}^{4} a^i \frac{\partial}{\partial x^i} \quad \text{of als } a^i \frac{\partial}{\partial x^i} \quad \text{(sommatie konventie)}$$

Bij een andere koördinatisering: y^i zijn de basisvektoren dus:

$$\vec{f}_i = \frac{\partial}{\partial y^i}, \quad \frac{\partial}{\partial x^j} = \frac{\partial x^j}{\partial y^i} \vec{e}_j$$ (een ding dat op deze manier transformeert, heet kontravariant). De vektor $\vec{a} = a^i \frac{\partial}{\partial x^i} = (a^i \frac{\partial y^j}{\partial x^i}). \frac{\partial}{\partial y^j}$, zodat de komponenten van $\vec{a}$ transformeren als $a^i \to a^i \frac{\partial y^j}{\partial x^i}$; (een ding dat op deze wijze transformeert heet kovariant, en dan staat de index boven).

Ik heb nu in principe in elk punt a een 4-tal basisvektoren (operaties), waarvan ik maar hoop (als mijn touwtjes glad genoeg lopen), dat de resultaten fatsoenlijk differentieerbaar zijn. De basisvektoren op de koördinatenfunkties x^i losgelaten leveren natuurlijk op

$\frac{\partial x^j}{\partial x^i} = \delta_{ij}$; dus: als ik loop in de richting waarin alléén x^i verandert, verandert x^j niet, behalve als i = j, en de opdracht is: lopen tot x^i met een bedrag +1 veranderd is. Bij het lopen in de richting waar alléén x^i verandert, kan het gebeuren dat ik merk, dat ik langzaam de bocht omga (het hangt er maar net van af, hoe mijn touwtjes gespannen zijn). Stel: punt a heeft koördinaten $(x^0_a, x^1_a, x^2_a, x^3_a)$; ik loop nu naar $(x^0_a, x^1_a+1, x^2_a, x^3_a) = b$ en meet de temperatuur. Loop ik nu van b verder in de richting van toenemende 1-ste koördinaat, dan hoeft dat niet dezelfde richting te zijn als waarin ik vanuit a ben vertrokken. De verandering in temperatuur in een bepaalde richting hangt dan óók af van de manier waarop mijn basis vektoren $\vec{e}_i = \frac{\partial}{\partial x^i}$ van punt tot punt veranderen. De mate waarin $\frac{\partial}{\partial x^i}$ verandert als ik loop in de richting van toenemende x^j kan ik uitdrukken in de basisvektoren $\vec{e}_k = \frac{\partial}{\partial x^k}$ d.m.v.

$$\vec{e}_j . \nabla \vec{e}_i = \Gamma^k_{ji} \vec{e}_k \qquad (1)$$

De Γ^k_{ji} geven dus aan hoe mijn basisvektoren veranderen in de buurt van punt a; de Γ^k_{ji} heten de Christoffelsymbolen van de 2e soort; het zijn géén tensoren.

Laat zien dat voor de verandering van $\vec{v} = v^a \vec{e}_a = v^a \frac{\partial}{\partial x^a}$ langs

$\vec{u} = u^b \vec{e}_b = u^b \frac{\partial}{\partial x^b}$, geldt:

$$\vec{u} . \nabla \vec{v} = u^a \left(\frac{\partial v^b}{\partial x^a} \right) \frac{\partial}{\partial x^b} + u^a v^b (\vec{e}_a . \nabla \vec{e}_b) =$$

$$= u^a \left(\frac{\partial v^b}{\partial x^a} + v^c \Gamma^b_{ac} \right) \frac{\partial}{\partial x^b} \qquad (2)$$

Is $\vec{u} = \vec{e}_a$, dan is dus de verandering van $\vec{v} = v^b \frac{\partial}{\partial x^b}$,

$$\vec{e}_a . \nabla \vec{v} = \left(\frac{\partial v^b}{\partial x^a} + v^c \Gamma^b_{ac} \right) \frac{\partial}{\partial x^b} ; \qquad (3)$$

de verandering van de komponent v^b is niet de gewone partiële differentiatie $\frac{\partial v^b}{\partial x^a}$, maar $\frac{\partial v^b}{\partial x^a} + v^c \Gamma^b_{ac}$, (4)

ook genoemd de konvariante differentiatie,

$v^b{}_{,a}$.

De Γ^k_{ji} geven de relatie aan tussen de basisvektoren in bij elkaar liggende punten, en zo'n relatie heet een "affiene verbinding". Loop ik dus een eindige afstand in een bepaalde richting dan moet ik niet alleen rekening houden met de mate waarin de funktie die ik aan het meten ben verandert, maar óók met de manier waarop de basisvektoren (de richtlijnen voor het doen van de meting) veranderen.

Ruw gezegd: ik beschik nu voor een koördinatisering van de ruimte en verder in elk punt over een viertal basisvektoren die lopen van het betreffende punt in de vier richtingen waarin elk van de koördinaten voor zich toenemen. Die basisvektoren lopen tot het punt waar "hun" koördinaten met 1 zijn toegenomen. Verder weet ik hoe die stelsels van besisvektoren veranderen als ik van het ene punt naar het andere ga.

Een nieuwe mogelijkheid doet zich voor als we beseffen dat we kunnen "meten": afstanden bepalen. Dat dit kan is alweer een experimentele waarneming. Van een bepaald stuk touw kunnen we zeggen dat het de lengte 1 heeft. Wanneer we nu een bepaald pad door de tijdruimte afleggen (d.w.z. steeds een richting kiezen en koördinaten aflezen en bijhouden) dan kunnen we dat een lengte toekennen. Het komt neer op het kiezen van een metriek, of het definiëren van een inprodukt, in die raakruimten van vektoren die we hebben, d.w.z. het kiezen van getallen g_{ab} zó dat $\vec{v}.\vec{v} = (\vec{v}.\vec{v}) = g_{ab}\, v^a v^b$, met $\vec{v} = v^a \vec{e}_a$ een fatsoenlijk improdukt is; de lengte van de vektor $\vec{ds}$ is dan $\sqrt{ds^2} = \sqrt{g_{ds}\, dx^a\, dx^b}$.
Er is bewezen, dat in een fatsoenlijke ruimte, met fatsoenlijke koördinaten en een fatsoenlijke ondubbelzinnige set g^{ab}, en maar één en niet meer dan één affiene verbinding Γ^a_{bc} is, waarvoor $\Gamma^a_{bc} = \Gamma^a_{cb}$. In dat geval is

$$\Gamma^a_{bc} = \frac{1}{2} g^{ad} \left(\frac{\partial g_{cd}}{\partial x^b} + \frac{\partial g_{bd}}{\partial x^c} - \frac{\partial g_{bc}}{\partial x^d} \right) \tag{5}$$

We gaan er verder van uit dat we **alleen die affiene verbinding gebruiken** d.w.z. die relatie tussen de verschillende stelsels basisvektoren.

Neem nu een geparameteriseerde kromme p(t) door de tijdruimte; in elk punt heeft die een raakvektor $\vec{u}$, met komponenten $\frac{dx^a}{dt}(p(t))$. De verandering van $\vec{u}$ als ik in de richting $\vec{u}$ loop, wordt gegeven door $\vec{u}.\nabla u$. We noemen een kromme "recht", of een "geodeet" als die raakvektor langs die kromme niet verandert, dus wanneer $\vec{u}.\nabla u = 0$. Dat wil zeggen dat

$$u^a\left(\frac{\partial u^b}{\partial x^a} + u^c \Gamma^b_{ac} \right) = 0, \text{ of wel dat}$$

$$\frac{dx^a(t)}{dt} \frac{dx^c(t)}{dt} \Gamma^b_{ac} + \frac{dx^a(t)}{dt} \frac{\partial}{\partial x^a} \frac{dx^b(t)}{dt} = 0$$

dat is
$$\frac{d^2x^b(t)}{dt^2} + \frac{dx^a(t)}{dt} \frac{dx^c(t)}{dt} \Gamma^b_{ac} = 0 \text{ voor alle } b \tag{6}$$

M.a.w. lichtstralen en deeltjes waar geen krachten op werken volgen paden die aan deze z.g. geodeetvergelijking voldoen.
Hierboven hebben we gezien hoe een basisvektor $\vec{e}_a$ veranderde wanneer ik ging lopen in de richting $\vec{e}_b$, in termen van $\vec{e}_c$:
$\vec{e}_b.\vec{\nabla}\, \vec{e}_a = \Gamma^c_{ba}\, \vec{e}_c$. We kunnen ons óók afvragen wat het verschil is tussen:

1) verandering van $\vec{e}_a$ wanneer ik eerst in de richting $\vec{e}_b$ loop en daarna in de richting $\vec{e}_c$

2) verandering van $\vec{e}_a$ wanneer ik eerst in de richting $\vec{e}_c$ loop en daarna in de richting $\vec{e}_b$

Het verschil tussen 1) en 2) kan ik weer uitdrukken in de basisvektoren:

$$\Delta(\vec{e}_a,\vec{e}_b,\vec{e}_c)=R^d{}_{abc}\vec{e}_d, \quad \text{of i.h.a.:} \ \Delta(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = R^d{}_{abc}\, u^a v^b w^c\, \vec{e}_d. \tag{7}$$

$R^a{}_{bcd}$ heet de Riemann of krommingstensor. Probeer het maar eens op een bolschil, een hyperboloïde en een plat vlak. Uiteraard is R^a_{bcd} in de Γ^a_{bc} en g_{ab} uit te drukken. Voor een fatsoenlijke ruimte gelden voor R^a_{bcd} een aantal symmetrische relaties. Verder kun je beschouwen de Ricci-tensor: $R_{ab} = R^c_{abc}$ (8).

Van de Ricci-tensor maak je dan de scalar $R = g^{ab}\, R_{ab}$: de krommingsinvariant van de ruimte. Is R overal in de ruimte gelijk aan 0 dan heet die ruimte vlak, of euklidisch. R is een maat voor 1/kromte straal.

Zowel R^a_{bcd} als R_{ab} beschrijven elk op hun manier een proces van het vergelijken van de stelsels basis vektoren van nabij gelegen punten. Je kunt gaan kijken hoe dat proces verandert als ik in de richting $\vec{e}_i$ ga, daarbij rekening houdend met de verandering van de basisvektoren, zoals dat hierboven door de Christoffel symbolen is aangegeven. We bezien dan de gewone differentiatie maar de konvariante differentiatie van R^a_{bcd} of R_{ab}.

Duidelijk is, dat zowel R^a_{bcd} als R_{ab} en de konvariante afgeleiden iets vertellen over de struktuur en de kromming van de ruimte.

VI.2.2 "Natuur" kunde.

In de speciale relativiteitstheorie gebruikt men als afstand s tussen twee gebeurtenissen (x_1,y_1,z_1,t_1) en (x_2,y_2,z_2,t_2)

$$s^2 =(t_2-t_1)^2- \frac{1}{c^2}\left\{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 +(z_2-z_1)^2\right\} \tag{9}$$

De ruimte die hierdoor wordt bepaald (en door de bijbehorende affiene verbinding) heet de Minkowski-ruimte. Hij is invariant onder Lorentz-transformaties. Het infinitesimale lijnelement is

$$ds^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2}(dx^2 + dy^2 + dz^2) \tag{10}$$

en de metrische tensor is g_{ij}, met overal nullen behalve op de diagonaal: $g_{oo}=1$, $g_{11} = g_{22} \cdot g_{33} = \quad -\frac{1}{c^2}$.

Uit (5) is meteen duidelijk dat alle $\Gamma^{a}_{bc} = 0$, en dus worden geodeten gegeven door

$\frac{d^2x^a(s)}{ds^2} = 0$ (volgens (6)). Verder zijn ook R^a_{bcd}, R_{ab} en R identiek nul.

De ruimte is vlak. Integreren we (6) éénmaal dan vinden we de komponenten v^a van de raakvektor aan de baan van het deeltje, of de lichtstraal: de "vier-snelheid". Men kan laten zien dat

$$1 = (v^o)^2 - \frac{1}{i^2} \left((v^1)^2 + (v^2)^2 + (v^3)^2\right) \tag{7}$$

De "gewone" ruimtelijke snelheid wordt gegeven door $q_i = v^i/v^o$.
Einstein heeft laten zien dat in de speciale relativiteitstheorie de energiedichtheid in een punt van de (vlakke) ruimte afhangt van de materiedicht en de viersnelheid die die materie heeft, en wordt beschreven door de tensor

$$T^{ij} = (\rho + \frac{p}{c^2})\, v^i\, v^j - g^{ij} \frac{p}{c^2} \tag{8}$$

Aangezien die energietensor op z'n minst aan de wet van behoud van energie moet voldaan geldt dat de divergentie van T^{ij} gelijk is aan nul.

$$\frac{\partial}{\partial x^j} T^{ij} = 0 \tag{9}$$

De grote stap die nu gemaakt wordt is de volgende: wil een energietensor een zinvolle zijn in een gekromde ruimte dan moet de kovariante divergentie van die energietensor nul zijn (kovariant, want de ruimte is nu niet meer persé vlak) dus

$$T^{ij}{}_{,j} = 0 \tag{10}$$

Einstein wilde nu de struktuur van de ruimte, zoals vervat in de R^a_{bcd}, R_{ab} e.d. koppelen aan de materiële inhoud, zoals beschreven door de T^{ij}.
De eenvoudigste tensor die je van R^a_{bcd} kunt maken en waarvoor geldt dat de kovariante divergentie nul is, is

$$R^{ab} - \frac{1}{2} g^{ab} R^c_c \tag{11}$$

Einstein stelde nu niet alleen de kovariante divergentie van (11) gelijk aan (10):

$$0 = -8\pi G\, T^{ij}{}_{,j} = (R^{ij} - \frac{1}{2} g^{ij} R^k_k)_{,j} = 0 \tag{12}$$

maar integreerde (12) ook, zodat met Λ als integratiekonstante

$$-8\pi G T^{ij} = R^{ij} - \frac{1}{2} g^{ij} (R^k_k - 2\,\Lambda) \qquad (12a)$$

(12a) zijn de Einsteinvergelijkingen en ze geven het verband aan tussen de meetkundige struktuur (rechterlid) en de materiële inhoud (linkerlid). De Λ is de beroemde of beruchte kosmologische konstante, die niets anders is dan een integratiekonstante, maar geen fysische achtergrond heeft. Einstein voerde hem vooral in, omdat Λ = 0 leidde tot een expanderend of inkrimpend heelal, iets wat aan het begin van deze eeuw een absurditeit leek, maar later experimenteel werd bevestigd (Wet van Hubble).