

ALGEMENE STERRENKUNDE

DEEL B

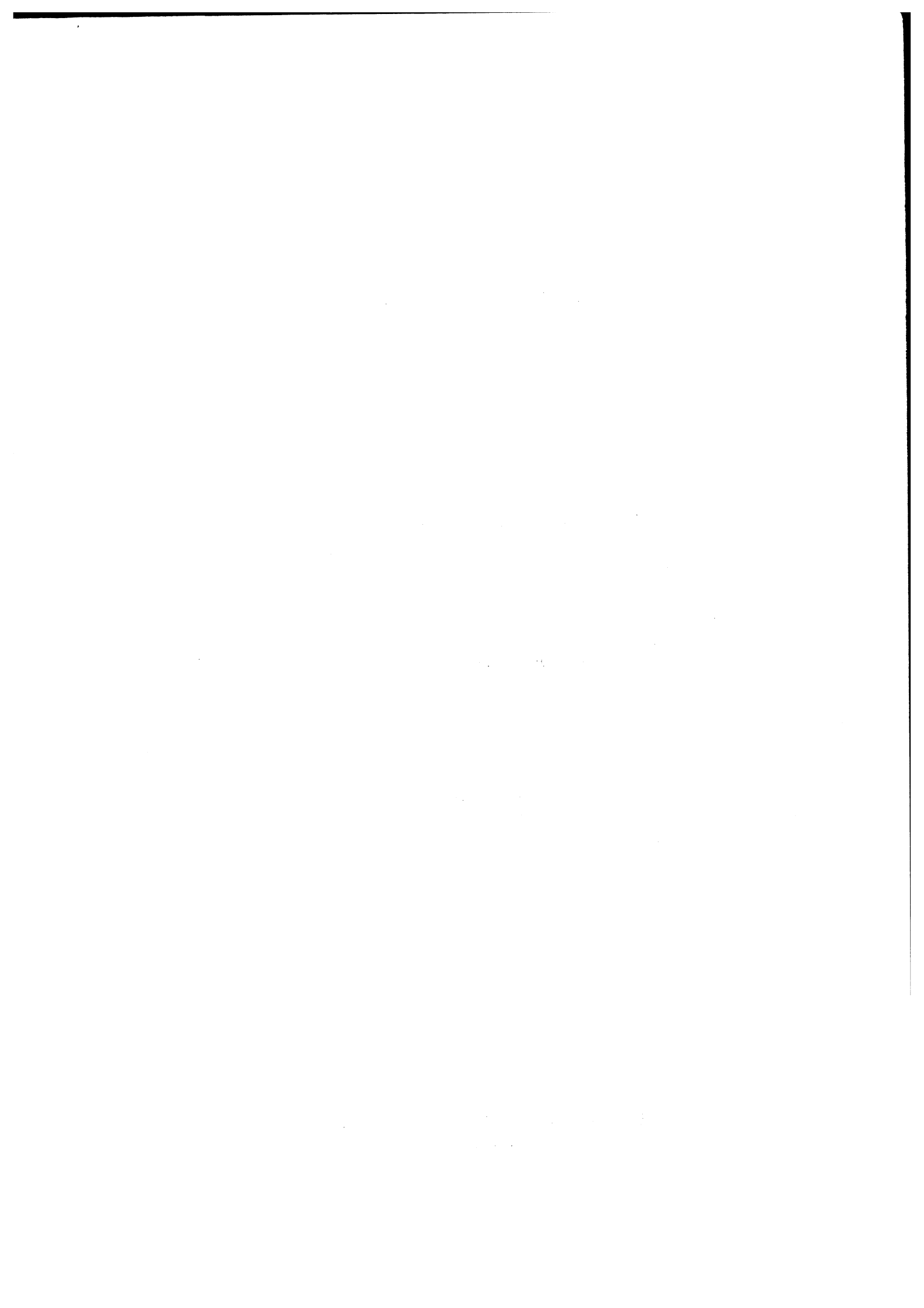
ZON, STERREN EN STERRENSTELSELS

Dr. C. Zwaan

1 9 6 7

Uitgave Stichting PRESSA TRAJECTINA

UTRECHT



# I N H O U D S O P G A V E

Hoofdstuk 1	DE ZON	blz.
1	Beknopt historisch overzicht	2
2	Fundamentele gegevens	2
3	Zonsbeeld en rotatie	4
4	De totale straling van de zon - de effectieve temperatuur	5
5	Absorptie en emissie van straling	7
6	Het zonnespectrum	14
7	Beschrijving van het zonnespectrum	17
8	Interpretatie van de randverzwakking en van $I_{\lambda}$	18
9	Beschrijving van de Fraunhofer lijnen	22
10	Selectieve en continue absorptie en emissie van straling	25
11	De vorming van Fraunhofer lijnen	29
12	Bezetting der energieniveaux - de wetten van Boltzmann en van Saha	32
13	De Groeikromme - de chemische samenstelling van de zon	34
14	De convectiezone en de granulatie	38
15	Zonnevlekken	40
16	Waarneming van de chromosfeer en corona	43
17	De chromosfeer	47
18	De corona	48
19	Verhitting van de chromosfeer en de corona	54
20	Protuberansen en filamenten	55
21	Activiteitscentra	56
22	De cyclus van de zonneactiviteit	59
23	Invloeden van de zon op de aarde	62
24	De zon en de relativiteitstheorie	62
Hoofdstuk 2	DE STERREN	1
1	Inleiding	1
2	Sterrebeelden en steraanduidingen	1
3	Sterrekaarten en catalogi	2
4	Sterhelderheden	4
5	Afstandbepaling tot de sterren - de jaarlijkse parallax	12
6	Absolute helderheden	14
7	De beweging van de sterren (t.o.v. de zon)	15
8	De beweging van de sterren t.o.v. de omringende sterren	19
9	Seculaire parallaxen en peculiëre beweging	20
10	De eigenbeweging van zwakke sterren	23
11	Ster spectra	23
12	Het Hertzsprung-Russell-Diagram: het Kleurhelder- heids-Diagram	30
13	Sterdiameters	31
14	Invloed van de temperatuur op het lijnenspectrum	34
15	Lichtkrachtklassificatie	37

§	16	De chemische samenstelling van de sterren	40
§	17	Spectroscopische parallaxen	40
§	18	Enkele bijzondere spectraalverschijnselen	41
§	19	Veranderlijke sterren	42
§	20	Novae en supernovae	50
§	21	Dubbelsterren	53
§	22	Sterrenhopen (clusters) en associaties	67
Hoofdstuk 3	GALACTISCHE NEVELS EN INTERSTELLAIRE MATERIE		
§	1	Sterren met uitgebreide atmosferen	1
§	2	Galactische nevels	1
§	3	Mechanismen	3
§	4	Stofnevels	8
§	5	Interstellaire extinctie	9
§	6	Interstellair gas	11
Hoofdstuk 4	HET MELKWEGSTELSEL		
§	1	Inleiding: Radiostraling	1
§	2	De eerste modellen; lichtkrachtfunctie en dichtheidsfunctie	2
§	3	Intermezzo: Model van de Melkweg; de twee sterbevolkingen	5
§	4	Een geraamte van het melkwegstelsel	7
§	5	De rotatie van het melkwegstelsel	8
§	6	De structuur in de schijf; de 21-cm lijn	14
§	7	Magneetvelden	16
Hoofdstuk 5	EXTRAGALACTISCHE STELSELS		1
Hoofdstuk 6	HET INWENDIGE VAN DE STERREN EN DE EVOLUTIE VAN DE STERREN		
§	1	Inleiding: Het inwendige van de sterren en stermodellen	1
§	2	Leeftijden van Sterren	4
§	3	De samentrekking van protoster tot hoofdreeksster	5
§	4	Sterren nabij de hoofdreeks	8
§	5	Voorbeelden van evolutiesporen in het HRD	8
§	6	Interpretatie van enkele waargenomen evolutie- effecten	11
§	7	De tijdschaal, de sterbevolkingen en de abundanties in het melkwegstelsel	12
§	8	Appendix	13



I. DE ZON.

INLEIDING

Aangezien de zon een in vele opzichten gemiddelde ster is en bovendien de enige, die voldoende in onze nabijheid staat om in details waargenomen te kunnen worden, is het voor de sterrekunde van fundamenteel belang deze details aan een nader onderzoek te onderwerpen. Daarom zullen we dit college beginnen met een hoofdstuk, geheel gewijd aan de zon.

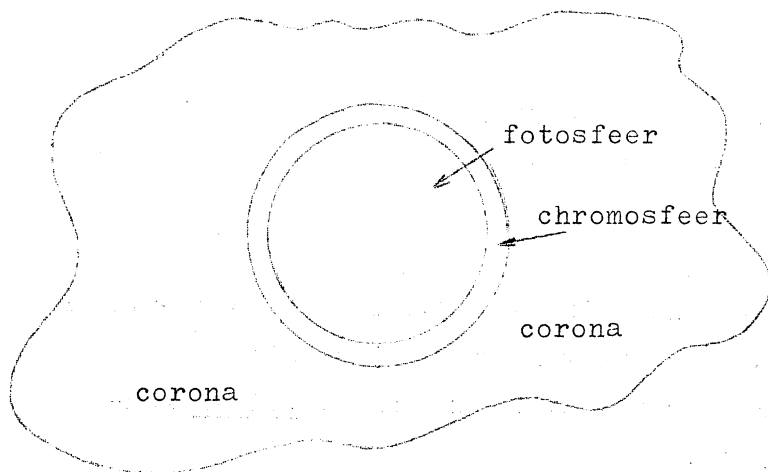


fig. I, 1

In eerste instantie kunnen we bij de zon de volgende lagen onderscheiden (fig. I, 1)

a). De fotosfeer (=lichtgevende laag).

Dit is de laag, die we onder normale omstandigheden van de zon zien. De diameter van de steeds zichtbare zonnebol bedraagt ca. 1.400.000 km.

b). De chromosfeer.

Dit is de laag, direct volgend op de fotosfeer, en die vlak voor of vlak na een totale zoneclips als een heldere rode sikkkel is te zien. De dikte van deze laag is 5.000 à 10.000 km.

c). De corona.

Deze "lichtkrans" is alleen tijdens een totale zoneclips te zien. De corona heeft een uitgestrektheid, variërend van een paar honderdduizend tot een paar miljoen km.

§ I, 1. BEKNOPT HISTORISCH OVERZICHT.

Algemeen.

- 1610 : Galileï ontdekt de zonnevlekken  
1800 : Opkomst van de spectroscopie. Fraunhofer lijnen in zonnespectrum ontdekt.  
1860 : Men constateert overeenkomst tussen Fraunhofer lijnen en lijnen in Laboratorium-spectra. (Kirchhof en Bunsen).  
Vanaf 1890 : De grote roosterspectrografen komen in gebruik.

Fotografie.

- 1820 : Opkomst en ontwikkeling van de fotografie,  
1850 : Voor het eerst wordt de corona gefotografeerd.

Moderne instrumenten.

- 1900 : De zonnetelescoop van Mount Wilson (fundamenteel werk door Hale en Rowland).- Groot zonsbeeld, spectra van grote dispersie.  
1930 : Instrumenten ontwikkeld om de chromosfeer en corona buiten zons-eclipsen waar te nemen (Lyot).

Theorie

- 1900 : Stralingswet van Planck.  
Zeeman-effect - Magneetvelden op de zon geconstateerd.  
Atoomphysica en quantummechanica maken grote ontwikkeling door.  
Na 1945 : Radiostraling van de zon geconstateerd en verder onderzocht;  
Ultraviolette en röntgenstraling (m.b.v. raketten en kunstmanen).  
Kosmische straling van de zon.

§ I, 2. FUNDAMENTELE GEGEVENS.

a ) De diameter van de zon in hoekmaat.

In hoekmaat is de diameter van de zon gemiddeld  $31' = \frac{1}{108}$  radiaal.  
Dus het zonsbeeld  $BB'$  in fig. I,2 is gelijk aan  $BB' = \frac{f}{108}$ .

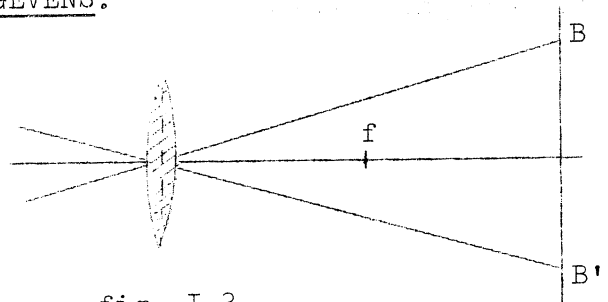


fig. I,2

Zo blijkt, dat  $BB'=4,6$  cm, als  $f=5$  m, en dat  $BB'=18,5$  cm, als  $f=20$  m. We hebben voor een groot zonsbeeld dus een lange kijker nodig.

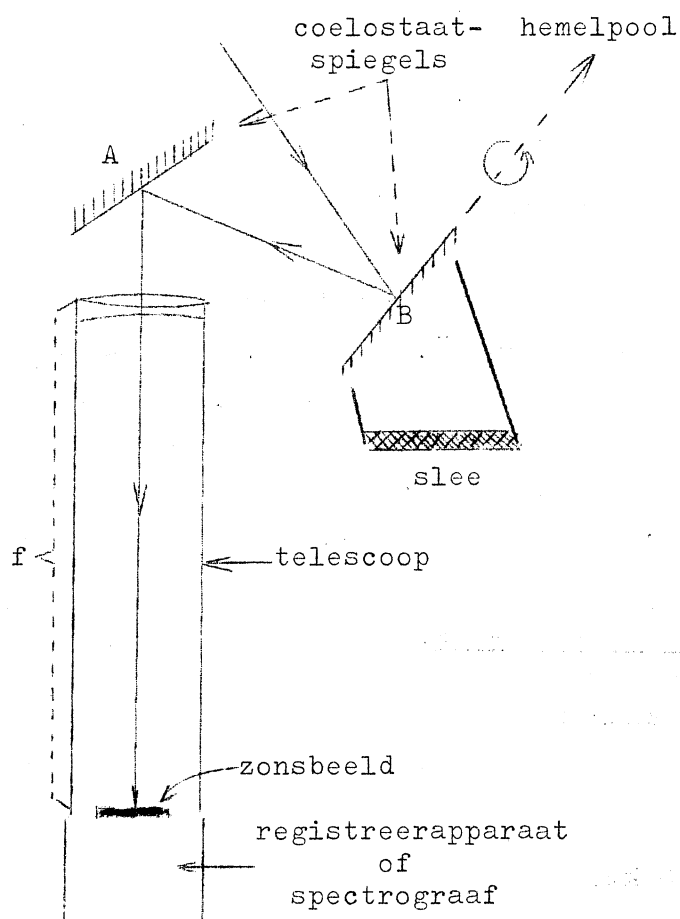


fig. I, 3  
Torentelescoop

Om met de dagelijkse beweging van de zon mee te gaan heeft men de volgende oplossing gevonden (fig. I, 3). Via de coelostaatspiegels A en B wordt er door de telescoop van de zon een beeld ontworpen in het brandpunt. Hieronder bevindt zich een instrument, dat het zonsbeeld registreert of analyseert, al naar gelang het doel van de waarneming.

De spiegel B draait zodanig in 48 uur om de poolas, dat B steeds de zonnestralen naar A stuurt, terwijl A ze op zijn beurt weer naar de telescoop stuurt. Bovendien bevindt B zich op een slee, zodat deze kan worden bijgesteld i.v.m. jaargetijde-effecten.

b.) De afstand aarde-zon.

Deze afstand wordt Astronomische Eenheid (AE) genoemd.

Voor de bepaling van de AE wordt naar het college "Planetenstelsel" verwezen.

Uit a en b is de diameter van de zon te bepalen (1.390.000 km).

c.) De massa van de zon ( $M_{\odot}$ ).

Volgens de wet van Newton geldt :

$$\frac{GM_{\odot}}{R^2} = \frac{v^2}{R} = \left( \frac{2\pi R}{T} \right)^2 : R,$$

indien we de baan van de aarde om de zon cirkelvormig veronderstellen, met straal R. We vinden dan dus:

$$M_{\odot} = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$$

Indien de baan elliptisch is, kan men afleiden dat

$$M_{\odot} = \frac{4\pi^2 A^3}{GT^2},$$

waarbij A de halve lange as van de aardbaan is.

Men vindt:  $M_{\odot} = 2 \times 10^{33}$  g.

Uit de diameter van de zon is het volume van de zon te bepalen. Dus we kunnen ook de gemiddelde dichtheid van de zon ( $\bar{\rho}_{\odot}$ ) bepalen. We vinden:

$$\bar{\rho}_{\odot} = 1,41 \text{ g/cm}^3.$$

Ter vergelijking:

$$\bar{\rho} \text{ aarde} = 5,52 \text{ g/cm}^3.$$

### § I, 3. ZONSBEELD EN ROTATIE.

We nemen bij de zon het volgende waar :

1. Cirkelvormige schijf, scherpe rand.
2. Randverzwakking.
3. Granulatie (korreligheid),  $\varnothing \approx 1000$  km.
4. Zonnevlekken.
5. Fakkels (heldere gebieden, vooral rondom zonnevlekken); alleen zichtbaar nabij de rand.

Uit de verplaatsing van de zonnevlekken concluderen we dat de zon met een periode (P) van ongeveer 26 dagen roteert. We kunnen dus aan de zon een rotatie-as toekennen.

Voorts kunnen we heliografische lengte- en breedtecirkels aanbrengen (fig. I, 4). Dan is de helling van de zonsequator t.o.v. de ecliptica  $7^{\circ}$ . Hierdoor kijken we t.g.v. de revolutie van de aarde om de zon in maart tegen

Heliografische lengten en breedten.

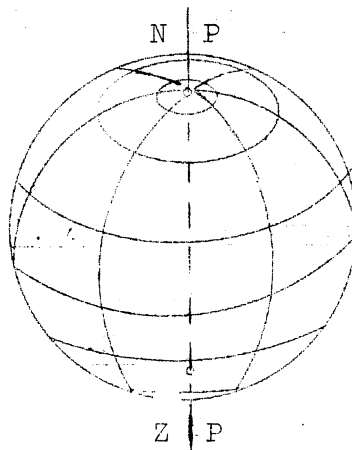


fig. I, 4

Heliografische lengten en breedten

de zuidpool en in september tegen de noordpool aan.

De zon roteert niet als een stijf lichaam, doch er vindt differentiële rotatie plaats. Daarom is er geen nauwkeurige P voor de zon aan te geven. Wel kunnen we voor bepaalde breedten een nauwkeurige P aangeven, zoals in onderstaande tabel is gedaan.

$\varphi$	P
0°	24,65
20°	25,19
30°	25,85
35°	26,63
40°	27,48
60°	30,93
75°	33,15

uit zonnevlekken  
bepaald.

uit protuberansen  
(filamenten) bepaald.

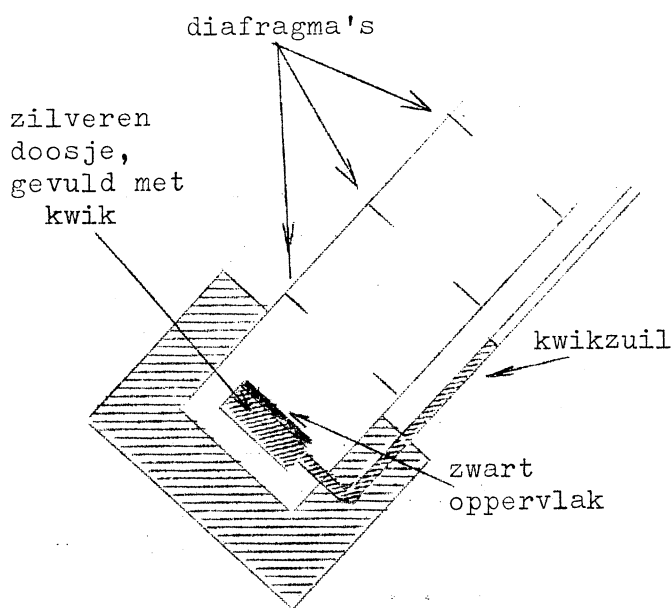
Empirisch zijn formules opgesteld, die het verband tussen  $\varphi$  en P of  $\omega (= \frac{1}{P})$  aangeven, b.v.  
 $\omega = 14,4^\circ - 2^\circ,8 \cdot \sin^2 \varphi$  per dag.

#### § I, 4. DE TOTALE STRALING VAN DE ZON -

##### - DE EFFECTIEVE TEMPERATUUR.

De zonneconstante (s).

Definitie : De zonneconstante (s) is de totale hoeveelheid straling, ontvangen per minuut loodrecht op de invallende straling op gemiddelde afstand aarde-zon, buiten de dampkring (in gcal).



Hoogte	s
Zeeniveau	1,40
Davos (1000 m)	1,59
Jungfraujoeh (3460m)	1,63
Mt.-Wilson (4420 m)	1,72
Ballon (20 km)	1,89

fig. I, 5. Pyrheliometer.

T.g.v. absorptie door de dampkring vinden we op verschillende hoogten met behulp van de pyrheliometer, die we voor dit doel gebruiken, ver-

schillende waarden voor s, zoals in de tabel naast fig. I, 5 staat aangegeven. Na een juiste extrapolatie (die in I, 6 nog wordt besproken), vinden we dan, dat

$$s = 2,0 \text{ grcal.cm}^{-2} \cdot \text{minuut}^{-1}.$$

Uit de zonneconstante kunnen wij een schatting maken van de temperatuur van de fotosfeer met behulp van de wet van Stefan-Boltzmann:

De totale energie, uitgezonden door een zwart vlakje van  $1 \text{ cm}^2$  is gelijk aan  $\sigma T^4$ .

Hierin is  $\sigma = 1,35 \cdot 10^{-12} \text{ grcal.cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{graad}^{-4}$ .

Als we aannemen, dat de zon straalt als een zwart lichaam, dan is de totale energie, die de zon per seconde uitzendt, enerzijds gelijk aan (fig. I, 6):

$$4\pi r^2 \cdot \sigma T^4,$$

anderzijds gelijk aan:

$$4\pi R^2 \frac{s}{60}.$$

$$\text{Dus: } 4\pi r^2 \cdot \sigma T^4 = 4\pi R^2 \frac{s}{60}.$$

Hieruit vinden we voor de zogenaamde effectieve temperatuur :  $T_{\text{eff}} = 5800^\circ$ .

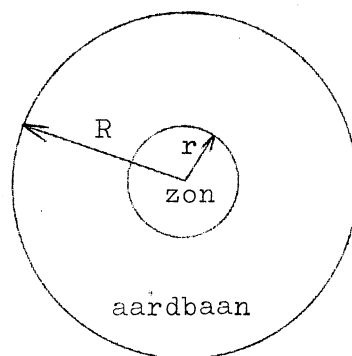


fig. I, 6

Opgave: Hoe groot is de fout in  $T_{\text{eff}}$ , als  $s$  een fout van 10 % heeft?

De totale energiestroom van de zon is  $3,9 \cdot 10^{33}$  erg/sec =  $3,9 \cdot 10^{26}$  watt.  
Verder is  $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33}$  g, dus de energieproductie van de zon is  $2$  erg.g<sup>-1</sup>.sec<sup>-1</sup>.

§ I, 5. ABSORPTIE EN EMISSIE VAN STRALING.

a). Plat vlak.

We bekijken eerst de absorptie voor opvallende straling.

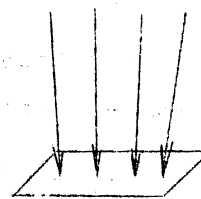


fig. I, 7.

Absorptiecoëfficiënt ( $k_{\lambda}$ ).

$$k_{\lambda} = \frac{\text{opvallende straling die in warmte wordt omgezet}}{\text{totale hoeveelheid opvallende straling}}$$

In het algemeen zal  $k$  van de golflengte afhangen. Het niet-geabsorbeerde deel van de opvallende straling wordt direct teruggekaatst of verstrooid.

$$0 \leq k_{\lambda} \leq 1.$$

Men spreekt van een zwart lichaam als  $k_{\lambda} = 1$  voor alle  $\lambda$ .

Emissiecoëfficiënt  $j_{\lambda}$  uitgedrukt in erg.sec<sup>-1</sup>.cm<sup>-2</sup> per golflengte-interval (en doorgaans per eenheid van ruimtehoek).

De wet van Kirchhoff:

De emissie coëfficiënt is recht evenredig met de absorptiecoëfficiënt:

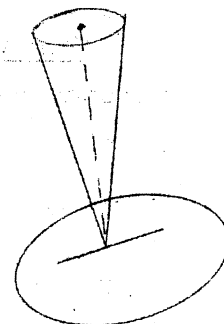
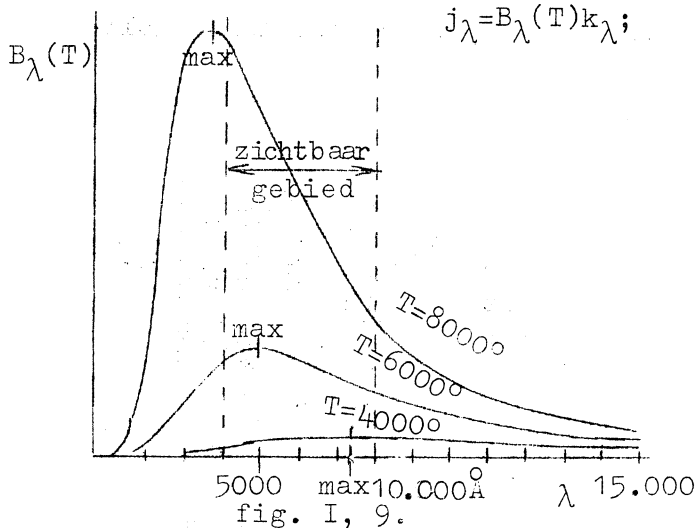


fig. I, 8.

$$j_{\lambda} = B_{\lambda}(T)k_{\lambda};$$



De evenredigheidsfactor  $B_{\lambda}(T)$  (de zgn. bronfunctie) hangt dus alleen van  $\lambda$  en van  $T$  af.

Voor een zwart lichaam geldt:

$$j_{\lambda} = B_{\lambda}(T).$$

Wet van Planck (fig. I, 9):

$$B_{\lambda}(T) = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{c_2 \frac{\lambda T}{e} - 1}$$

in  $\text{erg} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$  per golflengteinterval en doorgaans per eenheid van ruimtehoek.

$C_1$  is afhankelijk van de keuze van de eenheden,

$$C_2 = 1,439 \text{ cm}^{-1} (\text{°K})^{-1}.$$

$$\left( \frac{C_2}{\lambda T} = \frac{h\nu}{kT} = (\text{energie v.e. foton}) : (\text{karacteristieke energie bij } T) \right).$$

Met toenemende  $T$  neemt  $B_\lambda$  voor alle  $\lambda$  toe en wel het sterkst aan de (ultra-) violette zijde (fig. I, 9).

Uit  $\frac{dB_\lambda T}{d\lambda} = 0$  volgt de verschuivingswet van Wien :  $\lambda_{\text{max}} T = 0,29$ .

De wet van Planck kan in bepaalde  $(\lambda, T)$ -gebieden door de volgende benaderingen vervangen worden :

Benadering van Wien :  $B_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$  (als  $\frac{C_2}{\lambda T}$  voldoende groot is; ga na!)

Rayleigh-Jeans :  $B_\lambda = \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{T}{\lambda^4}$  (als  $\frac{C_2}{\lambda T}$  voldoende klein is; ga na!).

Opgave: Geef in het  $\log T - \log \lambda$  - vlak aan in welke gebieden bovenstaande benaderingen minder dan 5 % van de wet van Planck afwijken; neem  $10^3 \leq T \leq 10^6$  ;  $1000 \text{ Å} \leq \lambda \leq 1 \text{ m}$ .

De totale straling van een zwart lichaam:

$$j \equiv \int_0^\infty j_\lambda d\lambda = \int_0^\infty B_\lambda(T) d\lambda = \sigma T^4 \quad (\text{wet van Stefan-Boltzmann; reeds toegepast in § I, 4}).$$

Nabij  $\lambda_{\text{max}}$  neemt de straling toe volgens  $T^5$ ; voor zeer lange golflengten volgens  $T^1$ .

Voorbeelden van zwart lichaam:

- 1). Gaatje in een isotherm doosje (alleen in het optische gebied).
- 2). Platinazwart, roetzwart.

b). Gassen; het begrip optische diepte (-dikte).

- 1). Een lichtbron achter een absorberende laag gas (fig. I, 10).

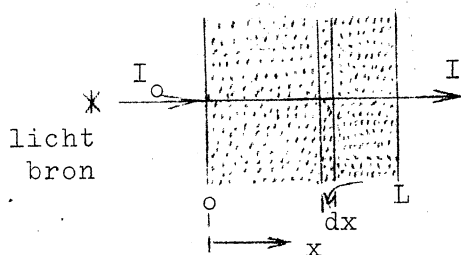


fig. I, 10.



We moeten nu rekenen met een absorptie-coëfficiënt per cm weglengte  $k_\lambda(x)$ . De absorptiecoëfficiënt zal (vaak sterk) van de golflengte afhangen; voor een vereenvoudigde schrijfwijze laten wij de index  $\lambda$  in het onderstaande weg. Op de absorberende laag valt een evenwijdige, monochromatische lichtbundel van de intensiteit  $I_0$ .

De verzwakking over het stukje weg  $dx$  is:

$$dI = - I(x) k(x) dx, \text{ dus } \frac{dI(x)}{I(x)} = - k(x) dx,$$

dus de intensiteit van de weer uittredende bundel bedraagt:

$$I = I_0 \cdot e^{-\int_0^L k(x) dx} \dots\dots(1).$$

Indien de absorptiecoëfficiënt onafhankelijk is van  $x$ , dan is

$$I = I_0 \cdot e^{-kL} \dots\dots(1a).$$

De optische dikte  $\tau(L)$  (of: optische diepte) van de laag  $L$  wordt gedefinieerd als:

$$\tau(L) = \int_0^L k(x) dx \dots\dots(2).$$

Indien  $k(x)$  onafhankelijk is van  $x$ , dan geldt:  $\tau(L) = k \cdot L$ .

De infinitesimale bijdrage tot de optische dikte van het wegelementje  $dx$  bedraagt  $d\tau = k(x) dx$

De optische dikte is dus een soort product van absorptievermogen per cm en de dikte van de laag in cm.

(1) wordt nu:  $I = I_0 \cdot e^{-\tau(L)} \dots\dots(3)$

In problemen van stralingstransport is de optische dikte de meest natuurlijke, dimensieloze "lengtemaat".

$\tau$	$\frac{I}{I_0} = e^{-\tau}$
0,1	0,905
0,5	0,606
1	0,368
2	0,135
3	0,050
5	0,007
10	$4,5 \cdot 10^{-7}$

Een laag L heet optisch dun als  $\tau \ll 1$ , oftewel als  $\tau \leq 0,1$ .

Dan geldt:

$$I \approx I_0 (1-\tau) \quad (\text{ga na !}).$$

Een laag heet optisch dik als  $\tau > 1$  (zie nevenstaande tabel).

2). Emissie en absorptie in dezelfde laag.

Wij bekijken weer de straling  $I_\lambda(0)$ , die bij de diepte  $x = 0$  of  $\tau = 0$  uit een laag met een diepte  $x_L$  of  $\tau_L$  verticaal uittreedt. We doen dit monochromatisch, d.w.z. tussen  $\lambda$  en  $\lambda + \Delta\lambda$ .

Emissiecoëfficiënt is  $j_\lambda(x)$ , in  $\text{erg. sec}^{-1} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{sterad}^{-1}$  per eenheid van golflengte.

Volgens Kirchhoff geldt:

$$j_\lambda(x) dx = B_\lambda(x) k_\lambda(x) dx = B_\lambda(\tau_\lambda) d\tau_\lambda \dots \dots (4).$$

Deze bijdrage tot  $I_\lambda(0)$  wordt verzwakt over de weg  $x$  (of  $\tau$ ) omhoog; de overschietende bijdrage is:

$$B_\lambda(\tau_\lambda) d\tau_\lambda \cdot e^{-\tau_\lambda}$$

De totale intensiteit is dus:

$$I_\lambda(0) = \int_0^{\tau_\lambda} B_\lambda(\tau_\lambda) e^{-\tau_\lambda} d\tau_\lambda \dots \dots (5)$$

Voor een onbegrensde laag :

$$I_\lambda(0) = \int_0^\infty B_\lambda(\tau_\lambda) e^{-\tau_\lambda} d\tau_\lambda \dots \dots (5a).$$

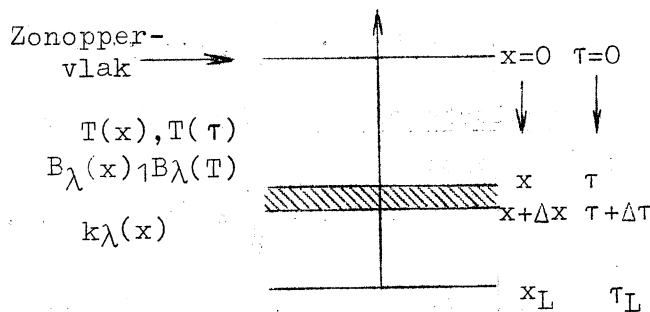
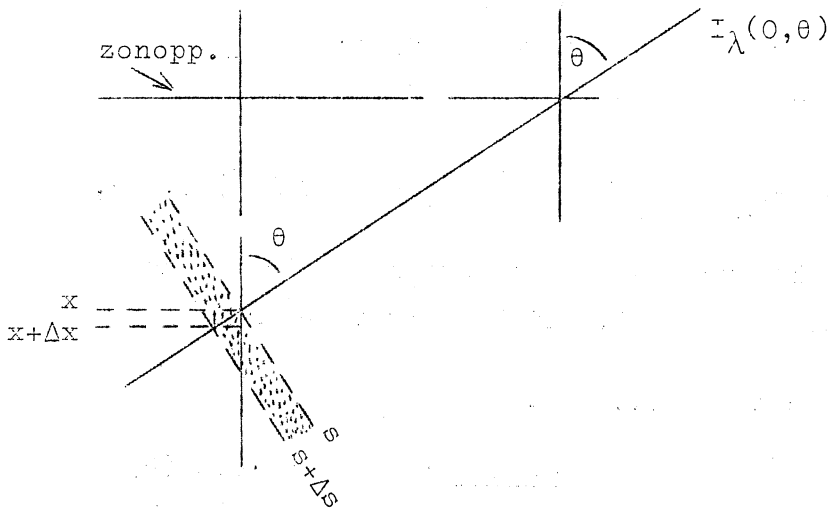


fig. I, 11.

Straling uittredend in scheve richting :  $\theta$ .



$$ds = \frac{dx}{\cos \theta} = dx \cdot \sec \theta.$$

Dus de bijdrage van een klein elementje  $ds$  tot  $I_\lambda(0, \theta)$  is:

$$J_\lambda(x) dx \sec \theta =$$

$$B_\lambda(\tau_\lambda) \sec \theta d\tau_\lambda,$$

en dus, omdat

$$\tau(\text{weg } s) = \tau \sec \theta,$$

fig. I, 12

$$I_\lambda(0, \theta) = \int_0^{\tau_\lambda} B_\lambda(\tau_\lambda) e^{-\tau_\lambda \sec \theta} \sec \theta d\tau_\lambda \dots \dots (6).$$

De integraal (6) kan eenvoudig berekend worden, indien de laag isotherm is:

$$T(\tau) = \text{constant} \rightarrow B_\lambda(\tau) = \text{constant} = B_\lambda(T),$$

Dus dan is:

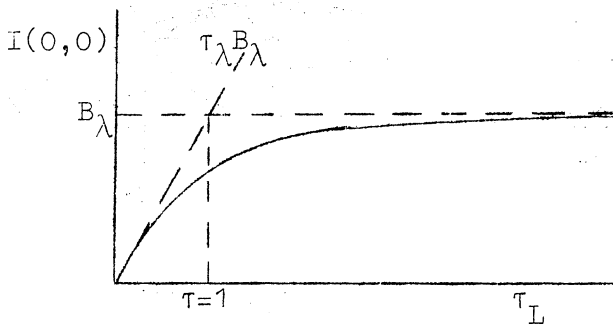
$$I_\lambda(0, \theta) = B_\lambda(T) \int_0^{\tau_L} e^{-\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau = B_\lambda(1 - e^{-\tau_L \sec \theta}) \dots \dots (7).$$

Voor  $\tau_L \rightarrow \infty$  geldt :  $I_\lambda(0, \theta) = B_\lambda \dots \dots (7a).$

Voor  $\tau_L \ll 1$  geldt :  $I_\lambda(0, \theta) \approx \tau_L \sec \theta \cdot B_\lambda(T) \dots \dots (7b).$

} ga na !

Voorbeeld :  $\tau_\lambda = 10$   
 $\sec \theta = 1 (\theta = 0)$  }  $I(0, 0) = B_\lambda(1 - 4,5 \cdot 10^{-5}) = 0,999955 B_\lambda.$



Conclusie: Een isotherme laag gas straalt als een zwart lichaam, zelfs als  $k_\lambda$  sterk met  $\lambda$  variëert, mits de laag voor alle golflengten optisch dik is.

fig. I, 13.

Opgave : Bereken  $I(0, \theta)$  als  $f(\theta)$  (uitdrukken in  $B_\lambda$ ), voor een isotherme laag met  $\tau_\lambda = 0,2$ , voor  $\theta = 0, 30^\circ, 45^\circ, 70^\circ, 80^\circ, \lim_{\theta \rightarrow 90^\circ}$ . Maak een grafiek.

In astrofysische gevallen hangt de bronfunctie  $B_\lambda(\tau)$  echter wel van  $\tau$  af. Men kan dan de middelwaarde-stelling toepassen:

$$I(0, \theta) = \int_0^\infty B_\lambda(\tau) e^{-\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau = B_\lambda(\bar{\tau}) \int_0^\infty e^{-\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau = B(\bar{\tau}) \dots (8),$$

doch  $0 < \bar{\tau} < \infty$  helpt ons niet veel verder ! Voor de straling die aan de oppervlakte van de zon of een ster uittreedt, blijkt echter in vrij goede benadering te gelden :

$$\bar{\tau} = \cos \theta \dots (9).$$

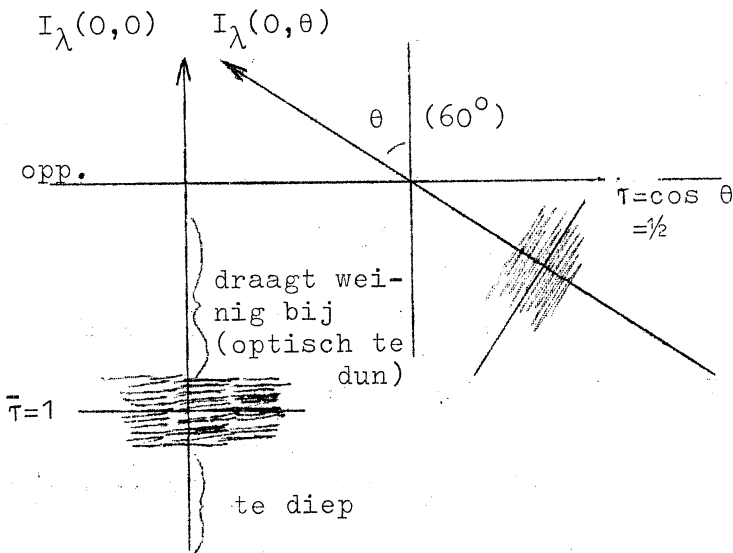


fig. I, 14

Vergelijking (8) kan ook als volgt geschreven worden:  $I_\lambda(0, \theta) = B_\lambda(\bar{\tau})$ ; de temperatuur die met de wet van Planck op deze wijze gevonden wordt, noemt men de monochromatische stralingstemperatuur. Deze temperatuur zal doorgaans van  $\lambda$  en  $\theta$  afhangen (zie verder § I, 7 en 8).

Bij een ster nemen wij de straling waar, die van het gehele naar ons toe

Opgave : Toon aan dat (9) exact geldt als  $B(\tau) = a + b\tau$ .

Als  $B(\tau)$  geen lineaire functie is, geldt (9) niet meer exact, doch blijft doorgaans wel een vrij goede eerste benadering. Er bestaan nauwkeuriger numerieke methodes om  $B_\lambda(\tau)$  en  $I_\lambda(0, \theta)$  uit elkaar af te leiden.

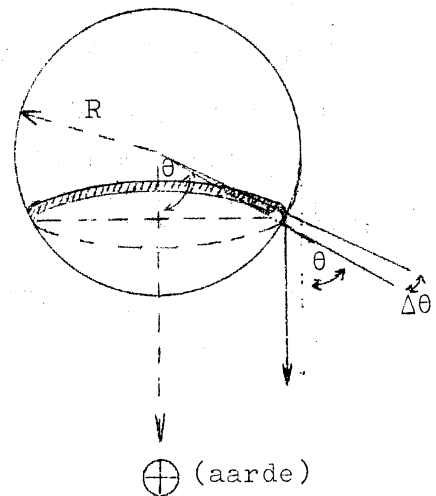


fig. I, 15

gekeerde halfroond afkomstig is :

$$\pi R^2 F_\lambda = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \underbrace{2\pi R \sin \theta d(R\theta)}_{\text{opp. ring}} \cdot \underbrace{\cos \theta \cdot I(0, \theta)}_{\text{perspectivische verkorting}} = \dots =$$

↑  
Flux van  
een ster

$$= 2\pi R^2 \int_0^\infty B_\lambda(\tau) E_2(\tau) d\tau \dots (10), (\text{zonder bewijs}).$$

waar  $E_2(\tau) = \int_0^\infty \frac{e^{-\tau x}}{x^2} dx.$

Dus :

$$\pi R^2 F_\lambda = 2\pi R^2 B_\lambda(\bar{\tau}) \int_0^\infty E_2(\tau) d\tau = \pi R^2 B_\lambda(\bar{\tau}) \dots (11).$$

In (14) blijkt  $\bar{\tau} = 2/3$  een redelijk goede schatting te zijn. Uit  $\pi R^2 F_\lambda = \pi R^2 E_\lambda(\bar{\tau})$  volgt weer een monochromatische stralingstemperatuur die hier alleen van  $\lambda$  afhangt.

N.B.- Het is niet de bedoeling, dat men de afleiding van (10) en (11), voorzover hierboven gegeven, kan reproduceren. Eén en ander is slechts gegeven om duidelijk te maken, dat men bij de sterren een andere  $\bar{\tau}$  vindt dan bij de zon.

De in deze paragraaf gegeven beschouwing, vooral het gelijkstellen van de bronfunctie aan de Planckfunctie, geldt strikt genomen alleen in het geval van een locaal thermodynamisch evenwicht. Deze toestand zal zich voordoen als in beschouwd volume-element de fotonen door zuivere absorptie verdwijnen en gebruikt worden voor de verwarming van het gas en als nieuwe fotonen ontstaan die de energie uit het element afvoeren. De redenering geldt zeker niet voor verstrooiing, waarbij fotonen niet echt worden geabsorbeerd, doch alleen van richting worden veranderd (door stofjes, door vrije electronen, enz.).

Bij verstrooiingsprocessen speelt de temperatuur van het medium geen rol.

Wij komen naderhand nog op enkele absorptie- en verstrooiingsmechanismen terug.

Opgave: Geef plaatsverwijzingen naar paragrafen, waar voorbeelden van absorptie- en van verstrooiingsmechanismen aan de orde komen.

§ I, 6. HET ZONNESPECTRUM.

a). Voor het verkrijgen van een spectrum wordt gebruik gemaakt van buigingsroosters : vlakke glasplaten waarin een zeer groot aantal evenwijdige groefjes gekrast zijn (500 - 1000 per mm). Voor het snijden van een rooster zijn uiterst kostbare en fijne instrumenten nodig.

Het principe van de werking staat aangegeven in fig. I, 16.

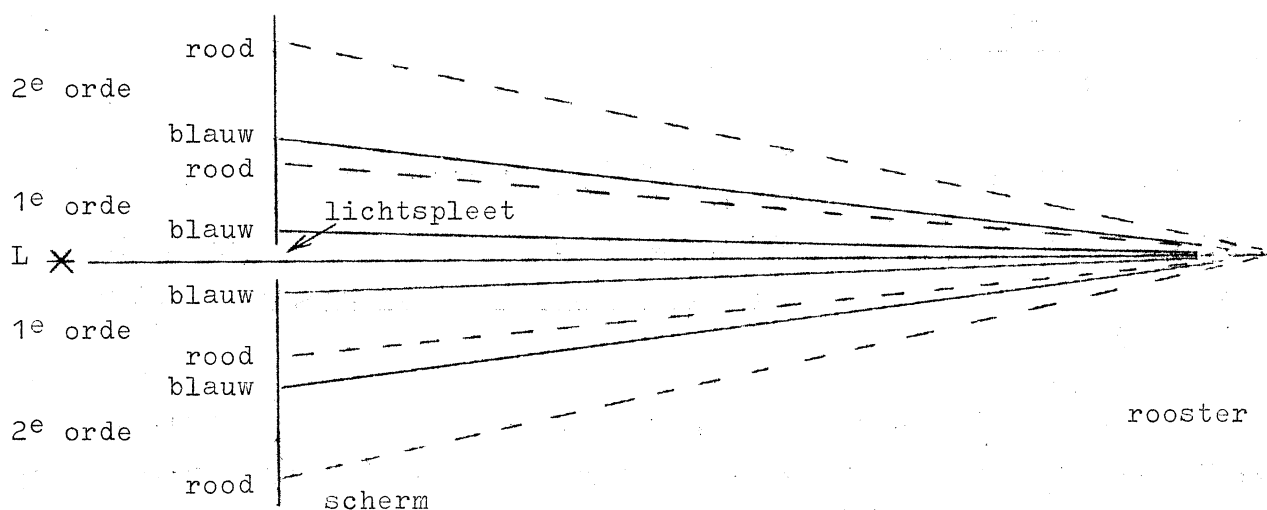


fig. I, 16.

Voordeel van een rooster boven een prisma:

Grote dispersie, onafhankelijk van de golflengte  $\lambda$ .

Nadelen van een rooster:

1. Spectrum is lichtzwak (het licht wordt over vele orden verdeeld).
2. Meer verstrooid licht (lichtsluier, omdat de niet geheel regelmatige groeven licht verstrooien).

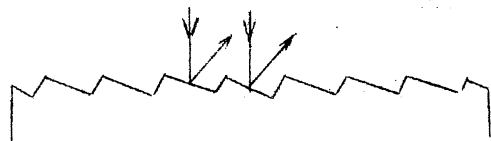


fig. I, 17.

De lichtsterkte heeft men sterk verbeterd door de groeven een speciaal profiel te geven (b.v. fig. I, 17). Zo kan men b.v. het meeste licht in de 50<sup>e</sup> orde concentreren bij een rooster dat 100 lijnen per mm bevat.

Meestal gebruikt men de zgn. autocollimatie-opstelling, zoals deze in fig. I, 18 is gegeven.

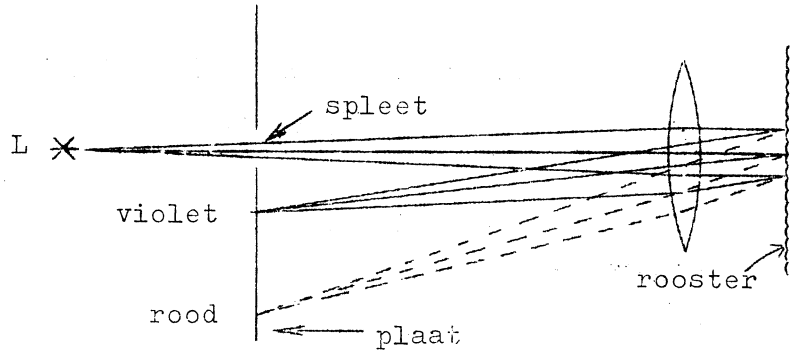


fig. I, 18.

b). Overzicht van het electromagnetische spectrum.

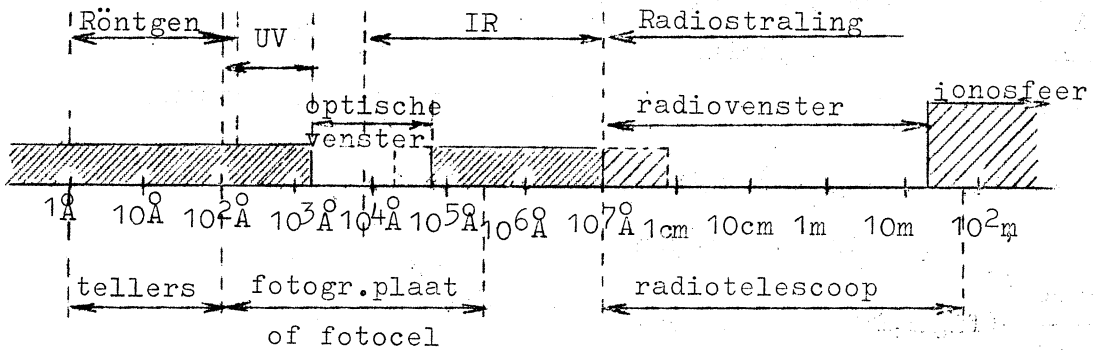


fig. I, 19.

In fig. I, 19 staat een schema van het golflengtegebied. Bij de smal gearceerde stroken treedt absorptie door de atmosfeer op, bij de breed gearceerde strook reflectie door de ionosfeer. Verder staan ook de apparaten aangegeven waarmee de diverse stralingen worden waargenomen of geregistreerd.

7600 Å	} rood	
6400		
6100		} oranje
5700		} geel
5000		} groen
4400		} blauw
4000		} violet

Voor lenzen wordt in het UV-gebied kwarts en voor het IR-gebied steenzout gebruikt.

In nevenstaand tabelletje staat nog het verband tussen de belangrijkste kleuren en hun golflengten aangegeven.

c). Extinctie door de aardse atmosfeer.

De extinctie bestaat uit:

- 1°. absorptie van straling (door atomen, moleculen)
- 2°. verstrooiing van straling.

De extinctie neemt sterk toe met afnemende  $\lambda$ .

In fig. I, 20 geldt:

$$i_{\lambda}(h, \zeta) = I_{\lambda} e^{-\underbrace{a_{\lambda}(h) \sec \zeta}_{\text{extinctie-coëfficiënt}}}$$

als  $I_{\lambda}$  de intensiteit van de straling buiten de dampkring is en  $i_{\lambda}(h, \zeta)$  de waargenomen straling op hoogte  $h$  uit richting  $\zeta$ .

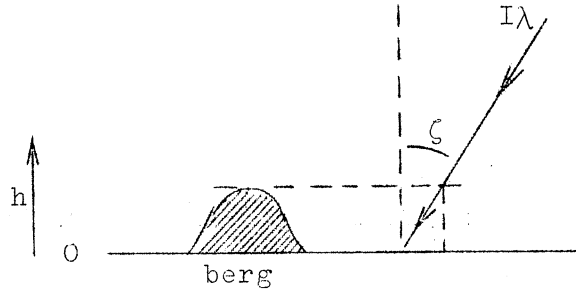


fig. I, 20.

Dus nu is:  $\ln i_{\lambda}(h) = \ln I_{\lambda} - a_{\lambda}(h) \sec \zeta$ .

We zetten nu  $\ln i_{\lambda}(h)$  uit tegen  $\frac{a_{\lambda}(h) \sec \zeta}{a_{\lambda}(0)}$  (fig. I, 21). Door extra-

polatie voor  $\frac{a_{\lambda}(h)}{a_{\lambda}(0)} \sec \zeta \rightarrow 0$

vinden we  $I_{\lambda}$ . Dit geschiedt eenvoudig door de rechte lijn, die in fig. I, 21 ontstaan is, naar links door te trekken (eerst  $\sec \zeta \rightarrow 1$ , daarna (in gedachten)  $h \rightarrow \infty$ , zodat  $\frac{a_{\lambda}(h)}{a_{\lambda}(0)} \rightarrow 0$ ).

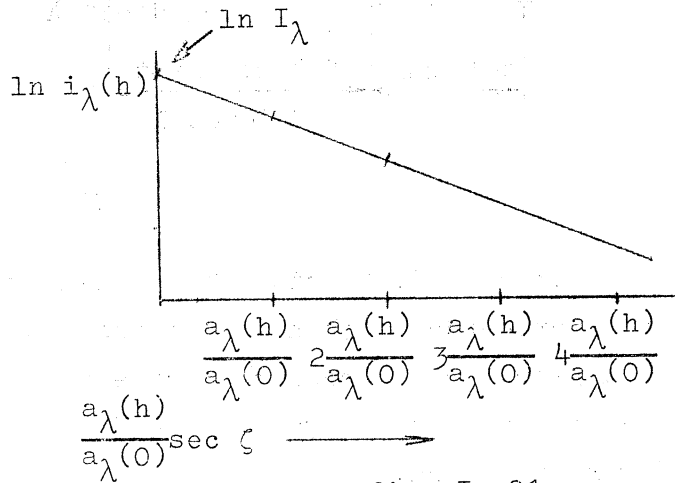


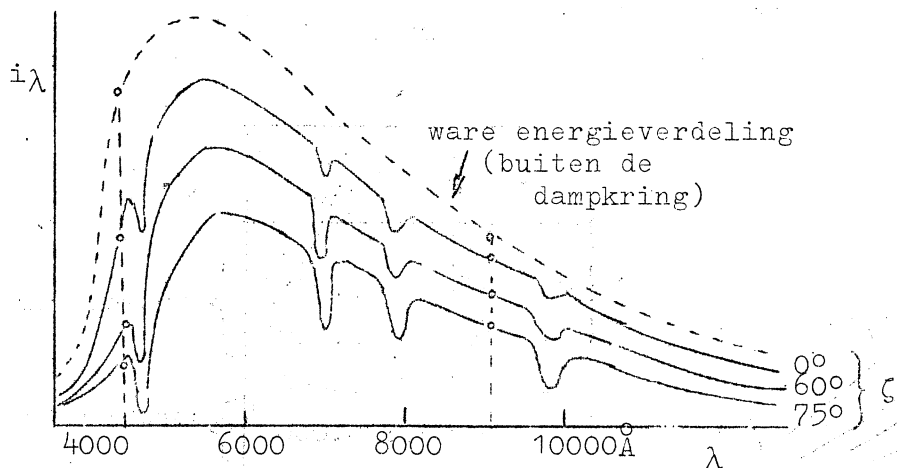
fig. I, 21.

N.B.- Het bovenstaande geldt slechts voor één bepaalde golflengte, en moet dus voor een aantal bepaalde golflengten (dus in monochromatisch licht) gebeuren.

Voorts kan men dan voor een aantal zenithafstanden  $\zeta$  de energie tegen de golflengte uitzetten, ook voor de geëxtrapoleerde (fig. I, 22). De gapingen in de lijnen beneden de ware energieverdeling worden



veroorzaakt door absorptie door de aardse dampkring.



Nu kunnen wij ook  
bepalen  $\int_0^{\infty} I_{\lambda} d\lambda$ ,  
en zo vinden we de  
zonneconstante  
(§ I, 4).

fig. I, 22.

§ I, 7. BESCHRIJVING VAN HET ZONNESPECTRUM.

We nemen waar:

- 1°. Van UV tot IR: continuum met absorptielijnen.
- 2°. Röntgengebied en UV ( $\lambda < 1700 \text{ \AA}$ ): emissielijnen, gesuperponeerd op continuum (§ I, 9 en 10).

Continue spectrum

- 1°. Maximale helderheid in het blauw ( $4500 \text{ \AA}$ ).
- 2°. Monochromatische stralingstemperatuur is in het midden van de zonneschijf  $6500^{\circ} \text{ K}$ , en over de gehele schijf gemiddeld  $6000^{\circ}$ .
- 3°. Naar het UV neemt de monochromatische stralingstemperatuur ( $T_{\text{rad.}}$ ) af. Het minimum  $\approx 4700^{\circ}$  nabij  $\lambda = 1700 \text{ \AA}$ . De zon straalt dus niet als een zwart lichaam.
- 4°. Daarna loopt  $T_{\text{rad.}}$  weer op (Bij  $\lambda \approx 500 \text{ \AA}$  :  $T_{\text{rad.}} = 10.000^{\circ}$ ).  
Zie voor dit alles fig. I, 23.

Voor  $\lambda \leq 900 \text{ \AA}$  is  $I_{\lambda}$  variabel, en wel ruwweg volgens de 11-jarige periode (oorzaak: zonne-activiteit § I, 15).

De röntgenstraling vertoont plotselinge uitbarstingen, die samen-

gaan met zonnevlammen (§ I, 21).

Van 4500 Å tot langere golflengten neemt  $T_{\text{rad.}}$  af.

Het IR over de gehele schijf levert ons een  $T_{\text{rad.}} \approx 5800^\circ$ .

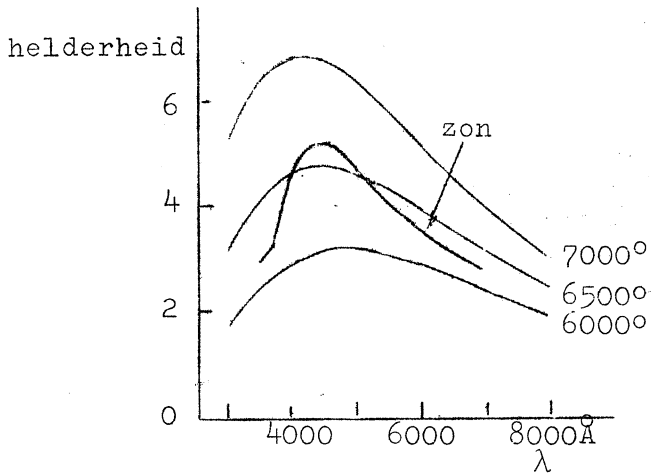


fig. I, 23.

$\lambda$	$T_{\text{rad.}}$	
< 1 cm	7.000°	} chromosfeer
1 cm	10.000°	
20 cm	100.000°	} corona
3 m	1.000.000°	

De radiostraling is variabel. Volgens de 11-jarige periode (zonnevlekken) treedt er minimale radiostraling op; bovendien zijn

er radioutbarstingen tijdens zonnevlammen. De globale stralingstemperaturen, die men uit de minimale radiostraling afleidt, staan in bovenstaande tabel vermeld.

§ I, 8. INTERPRETATIE VAN DE RANDVERZWAKKING EN VAN  $I_\lambda$ .

Als  $R$  de straal van de zon is, zien we de punten van de zonneschijf als  $r = R \sin \theta$ , als  $r$  de afstand tot het middelpunt van de zonneschijf is, en  $\theta$  de hoek tussen de verbindingslijn zon-waarnemer en de straal. We gaan nu voor een aantal verschillende golflengten  $\frac{I_\lambda(\theta)}{I_\lambda(0)}$  tegen  $R \sin \theta$  uitzetten (fig. I, 24).

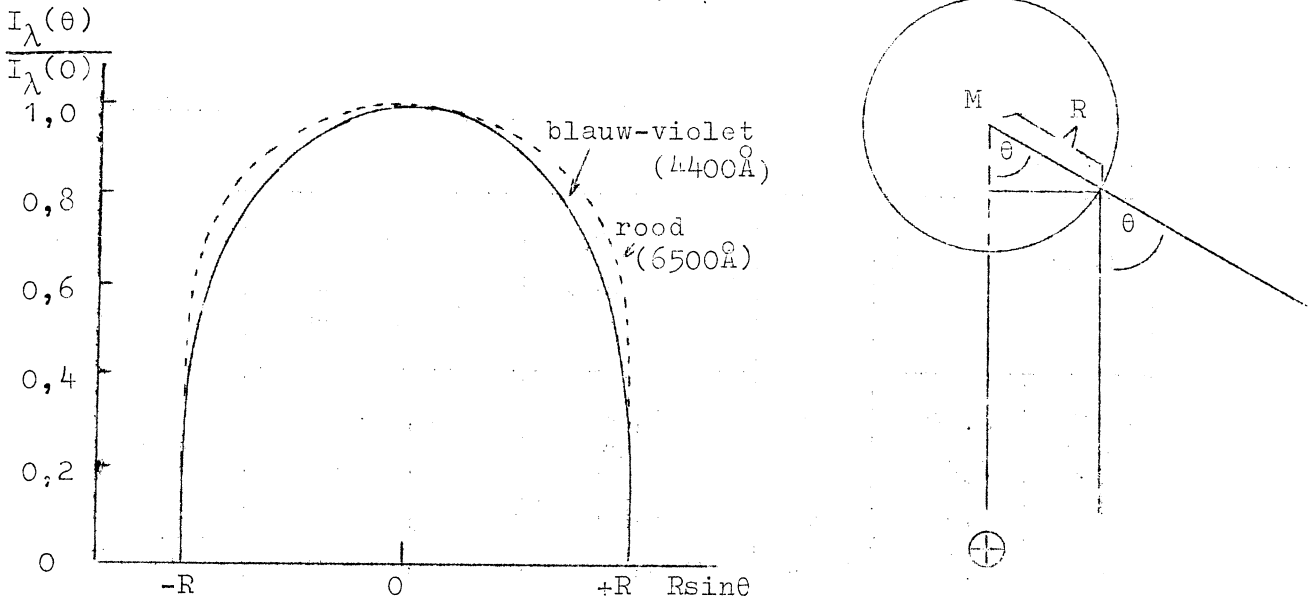


fig. I, 24.

Uit de bij één bepaalde golflengte gemeten intensiteiten  $I_\lambda(\theta)$  kunnen met de wet van Planck onmiddellijk de monochromatische stralingstemperaturen (§ I, 5) worden gevonden:  $I_\lambda(\theta) = B_\lambda(T_{\text{rad}}) \rightarrow T_{\text{rad}}(\theta)$ . Wij kunnen de gevonden  $T_{\text{rad}}$  toekennen aan de laag waaruit de straling hoofdzakelijk afkomstig is. Volgens § I, 5 geldt  $I_\lambda(\theta) = B_\lambda(\bar{\tau}_\lambda)$ , met  $\tau_\lambda \approx \cos \theta$ . Uit het helderheidsverloop over de zonschijf volgt zo het temperatuurverloop met de optische diepte  $\tau_\lambda$ :  $T(\tau_\lambda)$ . Uit de randverzwakking volgt, dat de temperatuur naar buiten afneemt.

In beginsel is de nauwkeurige waarneming van  $I_\lambda(\theta)$  bij één golflengte al voldoende om het zgn. temperatuurmodel  $T(\tau_\lambda)$  te vinden.

Verder is per definitie  $\tau_\lambda(x) = \int_{-\infty}^x k_\lambda(x) dx$  (§ I, 5), en dus is  $T$  als functie van de geometrische diepte  $x$  af te leiden uit  $T(\tau_\lambda)$ .

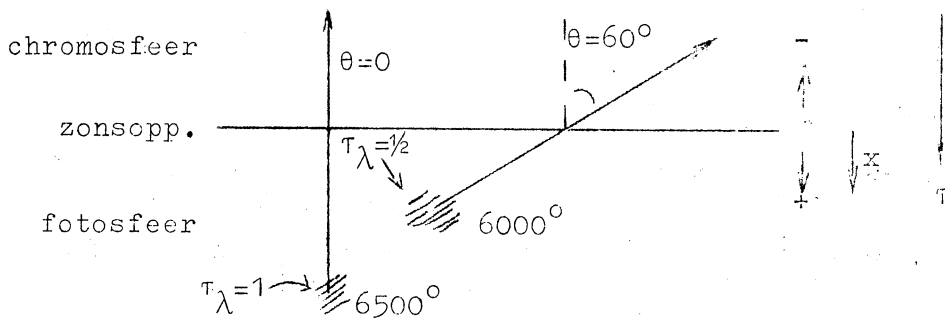


fig. I, 25. ( $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ )

We komen zo tot de volgende tabel (eerste 3 kolommen) : een model van de zonneatmosfeer :

$x$ (km)	$\tau_{5000 \text{ \AA}}$	$T$	Log $P_g$ ( $P_g$ = gasdruk)	Log $P_e$ ( $P_e$ = electronendruk)
-200	0,001	4800°	3,60	0,43-1
0	0,02	4500	4,41	0,95-1
95	0,1	5100	4,81	0,53
170	0,45	5990	5,10	1,38
200	1,0	6630	5,20	1,98
215	2,0	7220	5,25	2,43

We kunnen ook  $\theta$  constant houden (b.v. nemen:  $\theta = 0$ , het midden van de zonneschijf). Ook op deze manier hebben we een temperatuurmodel  $T(x)$  afgebeeld (zie fig. I, 26). Deze methode berust er op dat de absorptiecoëfficiënt voor  $\lambda < 4000 \text{ \AA}$  zeer sterk toeneemt met afnemende golflengte.

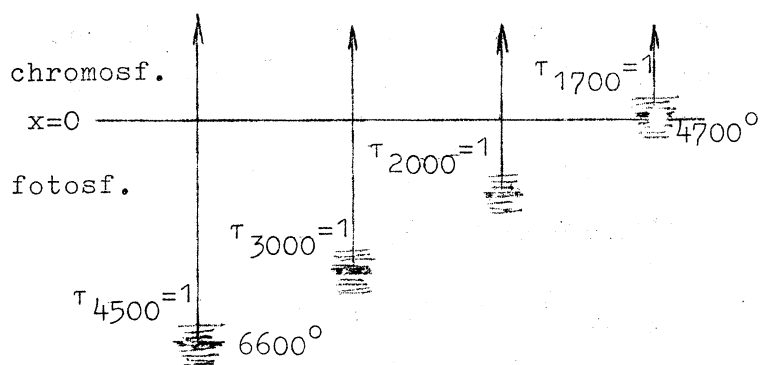


fig. I, 26

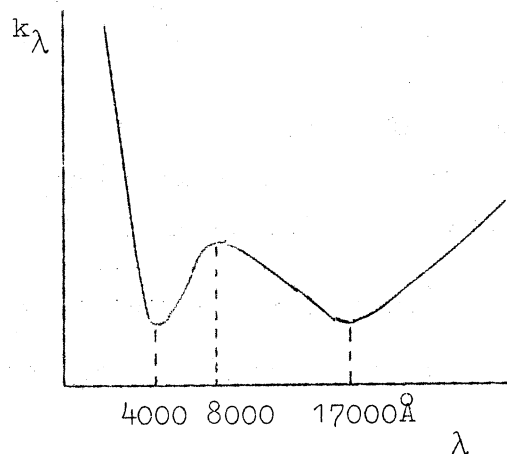


fig. I, 27

We hebben dus twee methodes gehad:

- 1°.  $I_\lambda(0, \theta) = f(\theta) \rightarrow B_\lambda(\tau_\lambda) \rightarrow T(\tau_\lambda) \rightarrow T(x)$  (randverzwakking bij één golflengte)
- 2°.  $I_\lambda(0, 0) = f(\lambda) \rightarrow B_\lambda(\bar{\tau}_\lambda = 1) \rightarrow T(x)$  (energie- $\lambda$ -kromme van het midden van de zonneschijf).

$T(x)$  is dus overbepaald. Neemt men de helderheidsverdeling over de zonschijf  $I_\lambda(\theta)$  waar bij zeer veel verschillende golflengten, dan volgt daaruit behalve  $T(x)$  ook de golflengte-afhankelijkheid van de absorptiecoëfficiënt  $k_\lambda(x)$  (controle op de theoretische waarden).

Als we de golflengte  $\lambda$  van  $1700 \text{ \AA}$  via  $1000 \text{ \AA}$  naar  $100 \text{ \AA}$  laten lopen, dan komt dit overeen van een verplaatsing van de chromosfeer naar de corona. Gaan we vanaf  $4500 \text{ \AA}$  naar langere golflengten, dan levert dit ons in het IR, dat  $T_{\text{rad}}$  over de gehele schijf  $5800^\circ$  is.

Bekijken we de radiostraling:  $\lambda = 1 \text{ mm} \rightarrow 20 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ m} \rightarrow 10 \text{ m}$ , dan neemt  $k_\lambda$  toe en komen we van de chromosfeer ( $10.000^\circ$ ) in de corona ( $1.000.000^\circ$ ) terecht (zie overzicht in fig. I, 28).

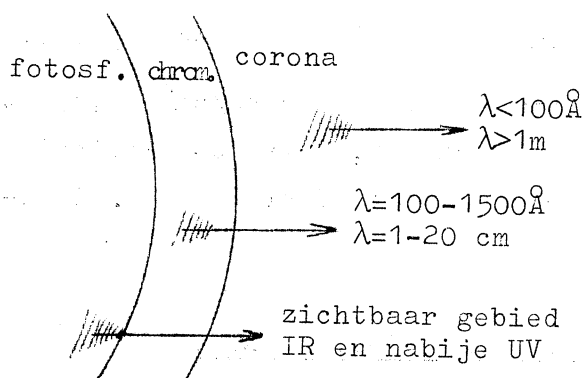


fig. I, 28

Bij een ster is geen randverzwakking waar te nemen, dus daar kan alleen de 2<sup>e</sup> methode gebruikt worden:

$$F_\lambda(0) = f(\lambda) \rightarrow T(\lambda).$$

Hierbij is  $F_\lambda(0)$  de gemiddelde straling over alle  $\theta$ . Bovendien is bij sterren doorgaans alleen het zichtbare gebied en het UV waargenomen.

Uit het temperatuurmodel  $T(\tau_\lambda)$  kunnen wij het verloop van de gasdruk  $P_g$  met de geometrische diepte  $x$  bepalen. Wij veronderstellen dat de atmosfeer in hydrostatisch evenwicht verkeert. Een laagje gas ter dikte  $\Delta x$  draagt aan de gasdruk bij  $\Delta P_g$ , hetgeen gelijk moet zijn aan het gewicht van een kolommetje op een oppervlakte-eenheid. Wij vinden zo:

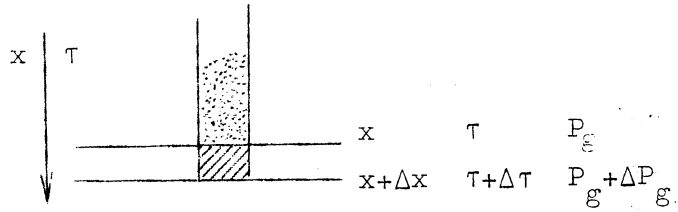
$$dP_g = g \rho dx,$$

waarbij  $g$  de versnelling van de zwaartekracht en  $\rho$  de dichtheid (soortelijke massa) van het gas ter plaatse is.

Verder is  $d\tau = kdx$ , dus

$$dP_g = \frac{g_0}{k} d\tau, \text{ oftewel } dP_g = \frac{g}{\kappa^*} d\tau,$$

$$\text{als } \kappa^* = \frac{k}{\rho}, \text{ Dus: } P_g(\tau) = \int_0^\tau \frac{g}{\kappa^*} d\tau.$$



Een complicatie is, dat  $\kappa^*(\tau, P_g)$  ook een functie van  $P_g$  is.

fig. I, 29

Via een iteratieve methode is  $P_g$  echter toch goed te benaderen.

Verder is  $P_g = (\Sigma N)kT$  ( $k$  is hier constante van Boltzmann en  $\Sigma N$  het totale aantal deeltjes per volume-eenheid).

De zgn. electronendruk  $P_e = N_e kT$  ( $N_e$  is het aantal electronen per volume-eenheid).

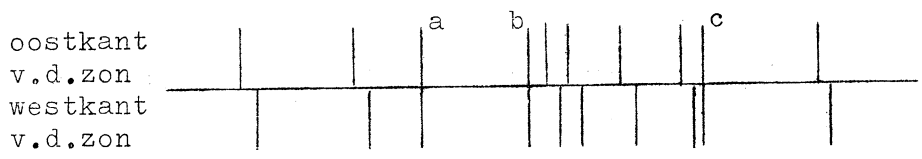
Uit  $T(\tau)$ ,  $P_g(\tau)$  en de chemische samenstelling van de zon volgt  $P_e(\tau)$ . In de bovenstaande tabel staat  $P_g$  (in cgs-eenheden) en  $P_e$  ook gegeven.

Bij  $\tau = 1$ , vinden wij  $\log P_g = 5,20 \rightarrow P_g = 1,5 \cdot 10^5 \text{ dyne/cm}^2 = 0,15 \text{ atm}$ .  
Uit  $T$  en  $P_g$  volgt, dat de dichtheid daar slechts 0,7% van de dichtheid van de aardatmosfeer op zeeniveau bedraagt. De fotosfeer is dus buitengewoon ijl.

§ I, 9. BESCHRIJVING VAN DE FRAUNHOFER LIJNEN.

a). Het eerste probleem dat zich hierbij voordoet, is de scheiding van de Fraunhofer lijnen van de absorptielijnen t.g.v. de aardse atmosfeer (de zgn. tellurische lijnen). Methoden :

1. Het spectrum wordt bij verschillende zonshoogten opgenomen. Daar het licht van de zon naar de waarnemer op de aarde dan steeds een weg van verschillende lengte door de aardse atmosfeer moet afleggen, zullen de tellurische lijnen ook in sterkte verschillen. De Fraunhofer lijnen zijn uiteraard niet aan deze veranderingen onderhevig.



2. Men vergelijkt het spectrum van de oostkant van de zon met

fig. I, 30

(a, b en c zijn tellurische lijnen)

dat van de westkant. T.g.v. het Dopplereffect zullen deze beide spectra t.o.v. elkaar verschoven zijn, hetgeen met de tellurische lijnen niet het geval is (fig. I, 30).

De belangrijkste tellurische lijnen zijn afkomstig van  $O_2$ ,  $O_3$ ,  $H_2O$ ,  $CO_2$  en in het verre UV van  $N_2$  en OH.

b). Golflengtestandaarden.

De golflengtes worden geïjkt met behulp van golflengtenormalen; dat zijn zeer nauwkeurig bekende lijnen van bepaalde elementen. Hiervoor worden de lijnen gebruikt van  $Kr^{86}$ ,  $Hg^{198}$  en  $Cd^{114}$ .

De nauwkeurigheid waarmee men golflengten in het zonnenspectrum kan bepalen is  $\approx 0,001 \text{ \AA}$ .

c). Aantallen, identificaties.

Men neemt in het spectrum van 3000-13000  $\text{\AA}$  ongeveer 26000 lijnen waar. Hiervan zijn 15000 lijnen geïdentificeerd. Verder zijn er nog veel lijnen met  $\lambda < 3000 \text{ \AA}$ .

Een molecuulspectrum bestaat uit groepen lijnen, die convergeren tot banden. In een zonnenspectrum komen deze echter weinig voor en ze zijn doorgaans heel zwak. Dit duidt dus op een geringe aanwezigheid van moleculen op de zon. Alle moleculen, die op de zon voorkomen, zijn twee-atomig, b.v. OH, CH, CN, NH,  $C_2$ ,  $MgH$ , CO. Deze komen allen voor in het gebied van 3000-13000  $\text{\AA}$ . Grotere moleculen komen door de hoge temperatuur en de lage gasdruk niet voor op de zon.



fig. I, 31 molecuulbanden.

Het spectrum van een atoom of een ion bestaat uit betrekkelijk geïsoleerde lijnen. De belangrijkste atoomlijnen zijn afkomstig van:

H (aangeduid met  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  .....),  
Na (zeer sterk zijn de 2 zgn. D-lijnen in het geel),  
voorts Mg, Ca, Fe, enz.

Lijnen van enkelvoudige ionen:  $Ca^+$  (de zgn. H- en K-lijnen),  
 $Fe^+$ ,  $Ti^+$ .

In het verre UV ( $\lambda < 1700 \text{ \AA}$ ) en in het röntgengebied komen emissielijnen voor van meervoudig geïoniseerde elementen.

Van de 92 aardse elementen zijn er 65 op de zon geïdentificeerd. Dat de overige 27 niet geïdentificeerd zijn kan te wijten zijn aan één van de volgende oorzaken:

- 1°. Er zijn geen lijnen in het zichtbare gebied aanwezig.
- 2°. Het laboratoriumspectrum van het element is slecht bekend.
- 3°. De elementen komen te schaars op de zon voor.

d). De lichtverdeling in en de sterkte der Fraunhofer lijnen.

Vroeger schatte men de sterkte der Fraunhofer lijnen. Hoe dikker en zwarter de lijnen, hoe sterker (Rowland).

Tegenwoordig heeft men veel nauwkeuriger methoden.

Men plaatst voor de spleet van de spectrograaf een zgn. trapverzwakker, waarvan elke trap een bekende fractie van het opvallende licht doorlaat, en maakt hiervan een fotografische opname. Op de fotografische plaat is nu dus de zwarteheid te "vertalen" in intensiteitsverhoudingen.

Vervolgens wordt de opname van het zonnenspectrum langs een microfotometer geschoven en grafisch geregistreerd, zoals schematisch in fig. I, 33 staat weergegeven.

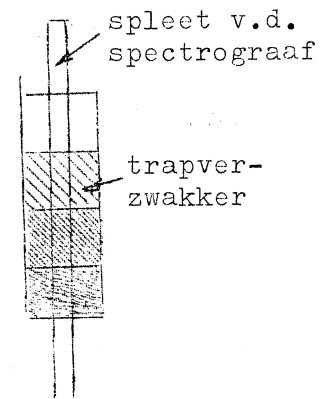


fig. I, 32

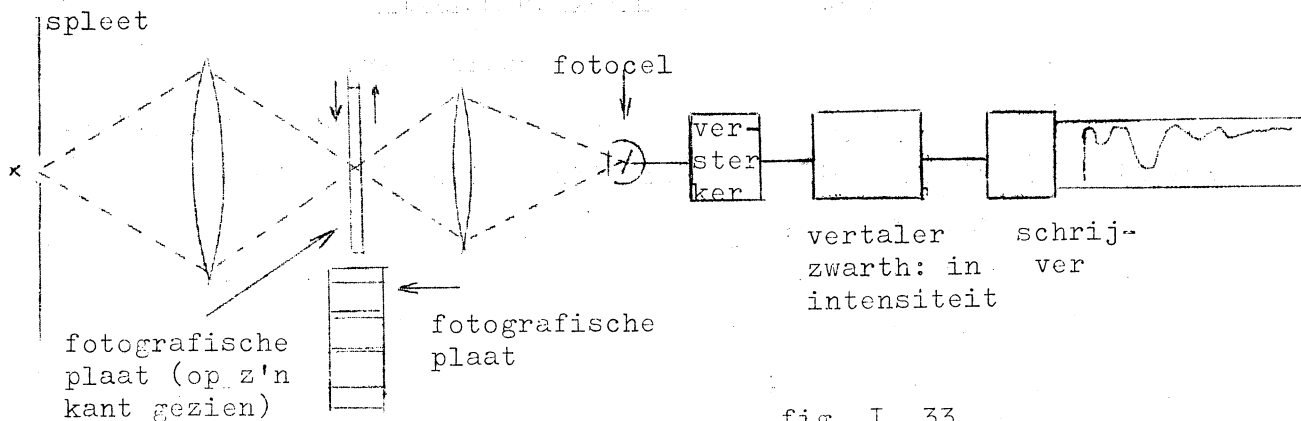


fig. I, 33.



De zo verkregen registrogrammen van het zonnenspectrum zijn in atlassen uitgegeven. Als eerste kwam de Utrechtse sterrewacht uit met een atlas van het zonnenspectrum, welke een golflengtegebied van 3300-8600 Å bestrijkt.

Tegenwoordig zijn er meer atlassen, die gezamenlijk het gebied van 1000-240.000 Å bestrijken.

Opm; Het is ook mogelijk het zonnenspectrum direct foto-electrisch op te nemen.

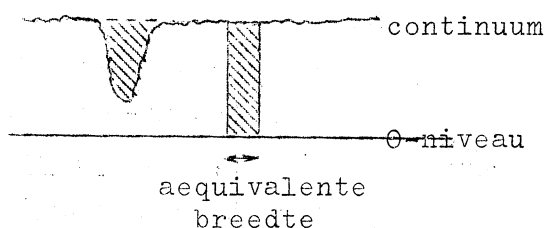


fig. I, 34

Kwantitatief bepaalt men de sterkte van een absorptielijn door het oppervlak te meten, dat in het registrogram wordt ingesloten door de absorptielijn en het continuum. Vervolgens construeert men een rechthoekje met hetzelfde oppervlak, waarvan de hoogte gelijk is aan het continuum. De breedte van het rechthoekje definiëren we dan als aequivalente breedte. Deze maat voor de lijnsterkte wordt meestal in mÅ gegeven.

hoeke definiëren we dan als aequivalente breedte. Deze maat voor de lijnsterkte wordt meestal in mÅ gegeven.

§ I, 10. SELECTIEVE EN CONTINUE ABSORPTIE EN EMISSIE VAN STFALING.

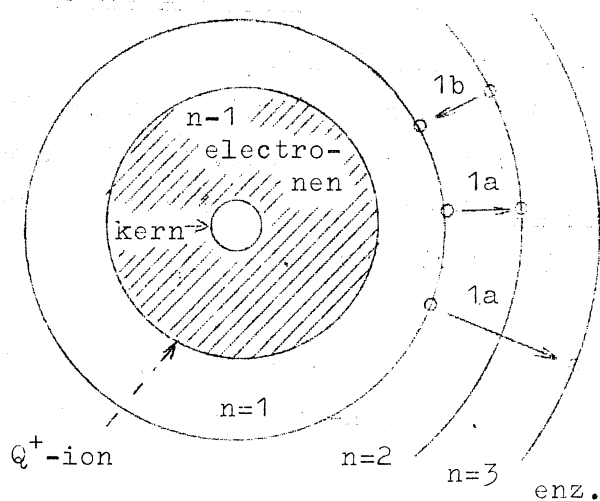


fig. I, 35

Hiernaast (fig. I, 35) staat schematisch een willekeurig atoom Q weergegeven. Om de kern met  $n-1$  electronen, vormende het  $Q^+$ -ion, cirkelt het buitenste electron. Dit buitenste electron kan zich in bepaalde discrete banen ( $n=1,2,3 \dots$ ) bevinden. Bij een overgang van het electron van een zekere baan naar een verder naar buiten gelegen baan treedt absorptie op van energie (b.v. 1 a in fig. I, 35), die

d.m.v. een foton of een botsing wordt toegevoerd. Hier wordt het atoom aangeslagen (geëxciteerd). Bij overgang naar een meer naar binnen gelegen baan (b.v. 1 b) treedt emissie van energie op in de vorm van een foton. De energie kan ook worden overgedragen aan een botsend deeltje. Het atoom wordt gedeëxciteerd.

Wordt echter zoveel energie opgenomen dat het electron het atoom verlaat, dan treedt ionisatie op, waarbij het  $Q^+$ -ion achterblijft.

In fig. I, 36 staat een term- of niveauschema getekend, waarin de hierboven genoemde overgangen schematisch kunnen worden weergegeven.

We zien dan:

1a. Gebonden-gebonden-overgangen (bound-bound transitions), met selectieve absorptie van energie.

Voor de straling geldt:

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

waarin

$h$  = constante van Planck =  $6,63 \cdot 10^{-27}$  erg.sec,

$\nu$  = frequentie,

$\lambda$  = golflengte,

$c$  = lichtsnelheid.

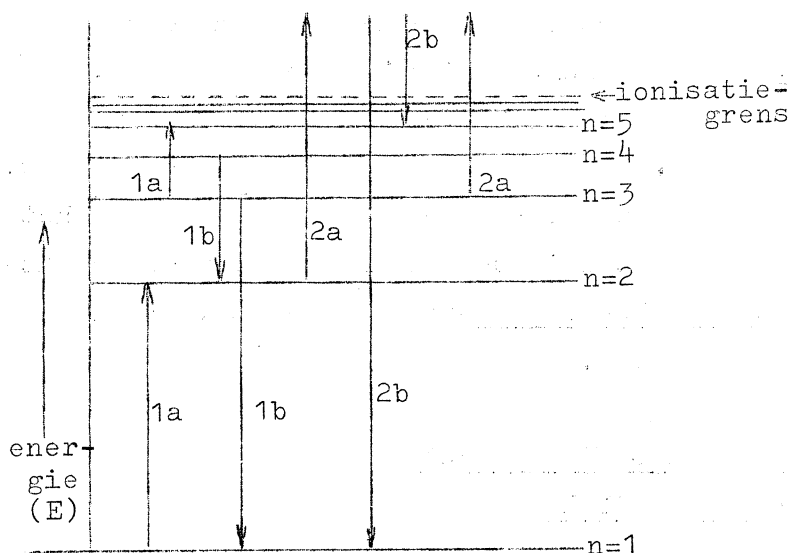


fig. I, 36

We nemen hierbij dus spectraallijnen waar.

2a. Gebonden-vrij-overgangen (bound-free transitions).

Ook hier geldt:  $\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ . Het is echter duidelijk, dat  $\Delta E$  hier telkens een benedengrens, doch geen bovengrens heeft. Bij de energie behoort dus straling met een continu absorptiespectrum tot een zekere bovengrens in de golflengte (de seriegrens).

1b en 2b. Hierbij treedt hetzelfde op als resp. in de gevallen 1a en 2a, doch nu in omgekeerde volgorde. We krijgen hier dus resp. selectieve en continue emissie van energie (resp. lijnen- en continue emissiespectra).



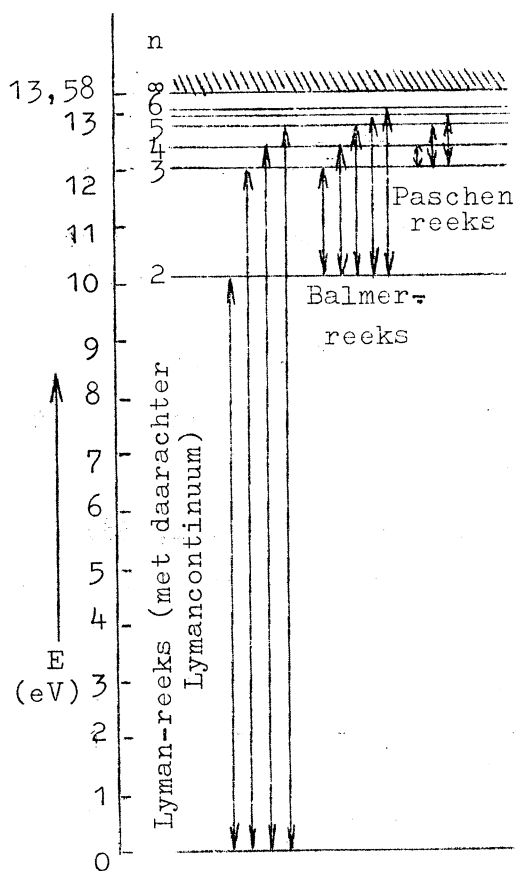


fig. I, 38 b

Nemen we nu twee niveaus  $n_1$  en  $n_2$ , en is  $n_2 > n_1$ , dan is dus

$$h\nu = \epsilon_{n_2} - \epsilon_{n_1} = c \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = \frac{hc}{\lambda}$$

We bekijken het geval

$n_1 = 1$ . Dan is dus

$$h\nu = c \left( 1 - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

Als  $n_2 = 2$ , dan stemt hiermee overeen een golflengte  $\lambda = 1216 \text{ \AA}$  ( $\text{Ly}_\alpha$ )

Als  $n_2 = 3$ , dan is  $\lambda = \dots\dots(\text{Ly}_\beta)$ , enz.

De lijnen  $\text{Ly}_\alpha, \text{Ly}_\beta, \dots$  convergeren naar een zekere grenslijn, de zgn. seriegrens, met daarop aansluitend het Lymancontinuum. De seriegrens komt overeen met de ionisatiegrens en ligt voor de Lymanreeks op  $\lambda = 912 \text{ \AA}$ . De gehele reeks ligt dus in het UV.

We bekijken voorts  $n_1 = 2$ . Dan is dus  $h\nu = c \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ .

Voor  $n_2 = 3$  vinden we de lijn  $\text{H}_\alpha$  ( $6563 \text{ \AA}$ ), voor  $n_2 = 4$  :  $\text{H}_\beta$  ( $4861 \text{ \AA}$ ), ....

Dit is de Balmerreeks, waarvande seriegrens ligt bij  $\lambda = 3646 \text{ \AA}$ . Deze gehele reeks ligt dus in het zichtbare gebied.

Voor  $n_1 = 3$  vinden we zo de Paschenreeks, waarvan  $\alpha$  de golflengte  $\lambda = 18751 \text{ \AA}$  en de seriegrens  $\lambda = 8206 \text{ \AA}$  heeft. Deze reeks ligt dus in het IR.

Meestal wordt de energie hier uitgedrukt in eV.  $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$ .

Opgave: Bepaal de golflengten, die overeenkomen met resp.  $\Delta E = 1 \text{ eV}$ ,  $\Delta E = 10,15 \text{ eV}$  ( $\text{Ly}_\alpha$ ) en  $\Delta E = 1,89 \text{ eV}$  ( $\text{H}_\alpha$ ).

Voor andere elementen zijn natuurlijk ook termschema's te maken. Deze zijn echter veel ingewikkelder, want de meeste niveaus splitsen in

een aantal subniveaus.

Ionen vertonen spectra, die t.o.v. het aanverwante atoom naar het violet zijn verschoven. (b.v.  $\text{He}^+$  en  $\text{H}$ ).

De continue absorptie in de zon wordt veroorzaakt door het  $\text{H}^-$ -ion.

De ionisatie-energie van  $\text{H}$  is 13,58 eV, terwijl de bindingsenergie van het extra electron slechts 0,75 eV bedraagt.

Van dit  $\text{H}^-$ -ion zijn alleen maar gebonden-vrij -overgangen (BF) en vrij-vrij-overgangen (FF) mogelijk, vandaar de continue absorptie (fig. I, 40). De  $\text{H}^-$ -ionenconcentratie op de zon is  $10^{-8}$  à  $10^{-7}$  van de waterstofconcentratie.

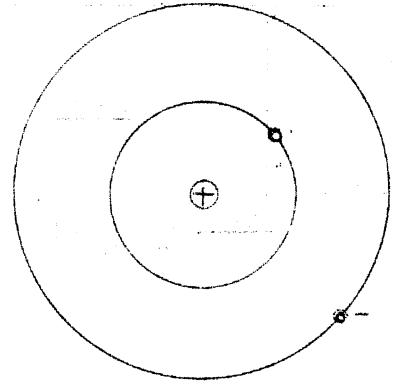


fig. I, 39

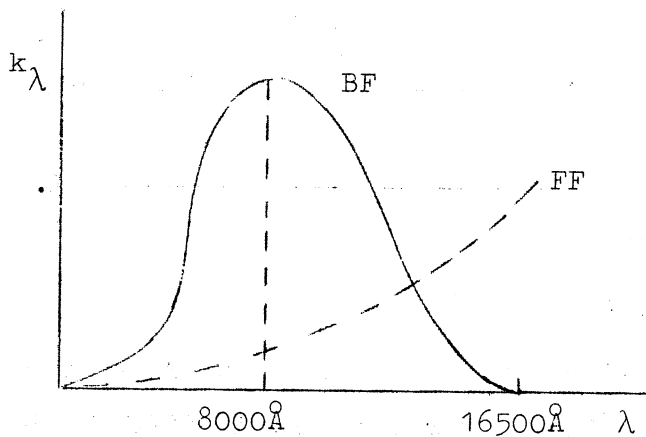


fig. I, 40

De absorptie door het  $\text{H}^-$ -ion overheerst in het gebied van 3650 tot  $10^6$  Å. Voor  $\lambda < 3650$  Å vindt ook BF-absorptie plaats door  $\text{H}$ -atomen, en "metalen" (Mg, Si, C). In het radiogebied treedt FF-absorptie van  $\text{H}$  op (overgangen tussen hyperboolbanen van een vrij electron om een proton).

### § I, 11. DE VORMING VAN FRAUNHOFER LIJNEN.

a). Zuivere absorptielijnen

$$I_{\lambda}(0,0) = \int_0^{\infty} B_{\lambda}(\tau_{\lambda}) e^{-\tau_{\lambda}} d\tau_{\lambda} = B_{\lambda}(\bar{\tau} \approx 1). \quad (\S I, 5).$$

In het licht van een absorptielijn is de zonnematerie veel minder doorzichtig dan in het licht van het omringende continuum. In fig. I, 41 staat aangegeven welke delen van de atmosfeer bijdragen tot de vorming in het zichtbare deel van het spectrum.

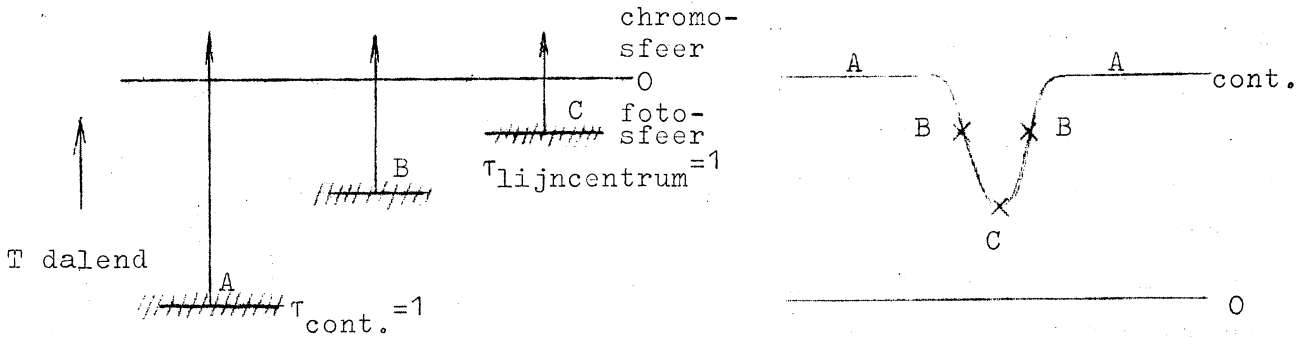


fig. I, 41

In de lijnkern is de straling afkomstig uit een laag die hoger ligt (dus koeler is) dan de laag waaruit de continue straling komt. Daarom is de lijnkern donkerder dan het continuum.

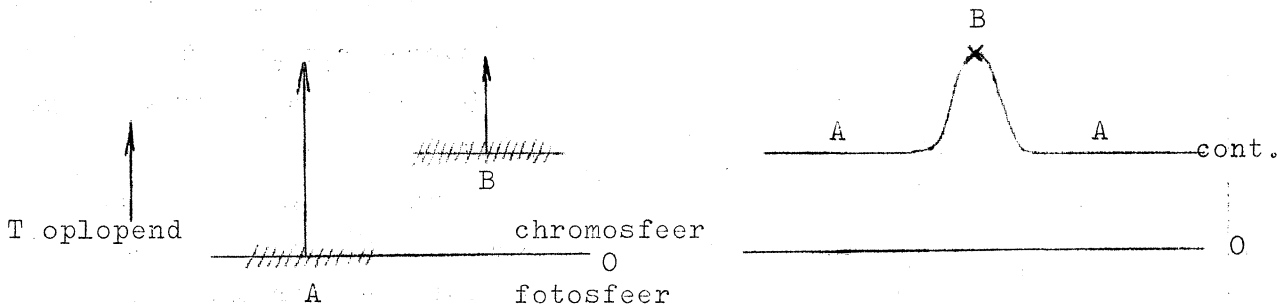


fig. I, 42

Voor  $\lambda < 1700 \text{ \AA}$  nemen we emissielijnen in het spectrum waar. Waar de verschillende delen van deze emissielijn mee overeenkomen, is weergegeven in fig. I, 42. Omdat de selectieve en de continue absorptiecoëfficiënten in het ultraviolet aanzienlijk hoger zijn dan in het zichtbare gebied, komt alle straling hier uit de chromosfeer. De straling in de lijnkern is afkomstig uit de hoogste (hier dus de heetste) laag.

Omdat het lijnprofiel van een absorptielijn in het zichtbare spectraalgebied dus het verloop van de temperatuur in de fotosfeer weerspiegelt, kan men in beginsel het temperatuurverloop in de fotosfeer afleiden uit het intensiteitsverloop in een absorptielijn. Analooq is het

temperatuurverloop in de chromosfeer en de corona in principe af te leiden uit het intensiteitsverloop in emissielijnen in het UV ( $\lambda < 1700 \text{ \AA}$ ).

b). Zuivere absorptie en verstrooiing.

Theoretisch kunnen de absorptielijnen niet totaal zwart worden, want de minimumtemperatuur op de zon is  $4500^\circ$  (fig. I, 43). Bij deze temperatuur blijft nog altijd 20 % van de intensiteit in het continuüm over (fig. I, 43).

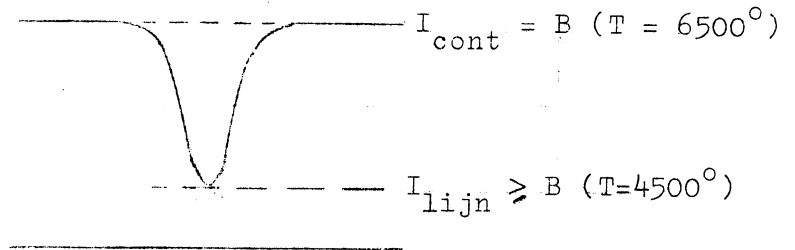


fig. I, 43

Opgave: Reken dit zelf na door met de wet van Planck (§ I, 5) uit te rekenen  $I_{\text{lijn}} : I_{\text{continuüm}}$ . Neem aan, dat de continue straling in een laag van  $6500^\circ$  ontstaat, en de straling in de lijnkern in een laag van  $4500^\circ$ . Neem zowel een lijn bij  $4000 \text{ \AA}$  als bij  $8000 \text{ \AA}$ .

Men neemt echter een aantal absorptielijnen waar die vrijwel zwart zijn. Bij de Na-D-lijnen, waar BB-overgangen plaatsvinden van grondniveau  $^2S_{1/2}$  naar de niveaus  $^2P_{1/2}$  en  $^2P_{3/2}$ , blijft in de lijnkernen slechts 2 à 3 % van het continuüm over. Blijkbaar gaat de veronderstelling, die aan § I, 5 ten grondslag ligt, nl. dat alle processen door zuiver thermische absorptie en emissie geschieden, hier niet meer op. Men vindt deze afwijking ook in andere zgn. resonantie-lijnen; dit zijn lijnen die ontstaan door overgangen tussen het grondniveau en het (eventueel gesplitst) daar op volgende niveau (voorbeeld: de H- en K-lijnen van  $\text{Ca}^+$ ). In deze lijnen treedt de zgn. resonantieverstrooiing op (wordt in het college verder besproken).

Lijnen, die ontstaan door overgangen tussen niveaus, die vrij dicht bij het ionisatieniveau liggen, gedragen zich vrijwel als zuivere absorptielijnen. In het overgangsgebied treedt een mengvorm tussen verstrooiing en absorptie op (b.v. bij de Balmerlijn  $H_\alpha$ ). Fig. I, 44 geeft een overzicht.

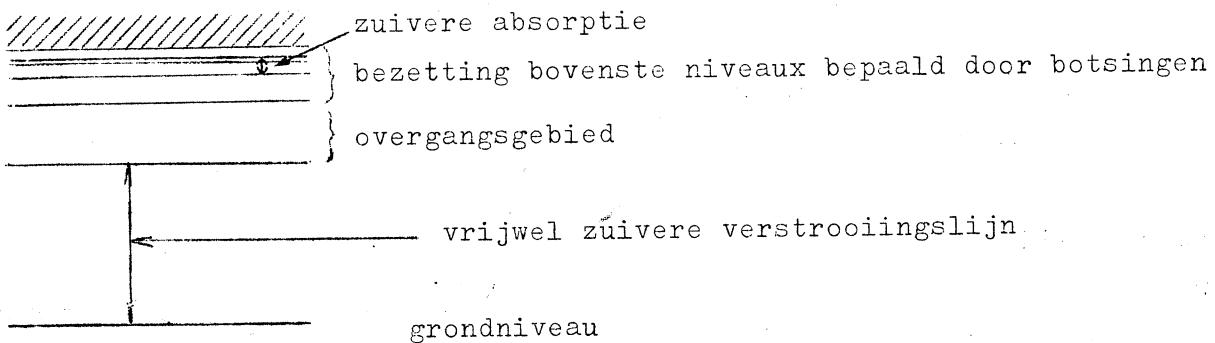


fig. I, 44

c). De wazigheid van de Fraunhofer lijnen.

De eindige breedte van de kern (fig. I, 45) wordt veroorzaakt door het dopplereffect t.g.v. thermische beweging van atomen en ionen ( $V_{\text{therm.}} = 1 \text{ à } 2 \text{ km/sec}$ ). Verder is er nog een dopplereffect t.g.v. turbulentie ( $\bar{v}_{\text{turb.}} = 1 \text{ km/sec}$ ).

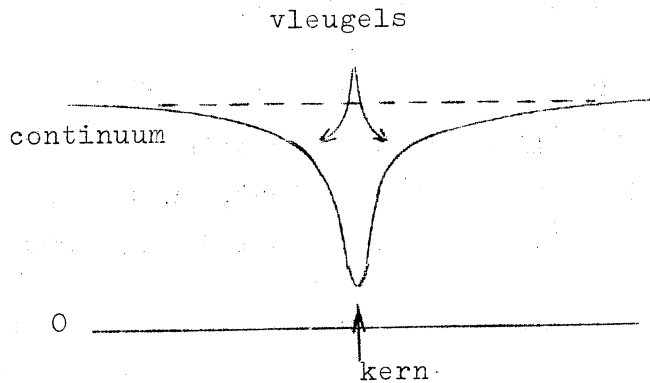


fig. I, 45

Onder turbulentie verstaat men ongeordende bewegingen in het gas.

De vleugels ontstaan doordat de verschillende niveaus niet haarscherp zijn, doch een natuurlijke onscherpte bezitten. Er vindt dus natuurlijke stralingsdemping plaats. Voorts zijn de niveaus nog verbreed door storingen (botsingen) van naburige electronen, atomen of ionen. Deze botsingsdemping neemt toe met toenemende druk.

§ I, 12. BEZETTING DER ENERGIENIVEAUX -  
DE WETTEN VAN BOLTZMANN EN VAN SAHA.

De wet van Boltzmann luidt aldus:

$$\frac{n_j}{n_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-\frac{\epsilon_{i,j}}{kT}} = \frac{g_i}{g_j} \cdot 10^{-\frac{5040}{T} E_{i,j}}$$



waarin  $n_j$  = het aantal atomen in niveau  $j$ ,  
 $g_j$  = statistisch gewicht van niveau  $j$  (een geheel getal),  
 $\epsilon_{i,j}$  = het energieverval tussen de niveaus  $i$  en  $j$  in c.g.s.-eenheden,  
 $E_{i,j}$  = het energieverval tussen de niveaus  $i$  en  $j$  in eV,  
 $k$  = de constante van Boltzmann.

Voorts definiëren we nog de toestandsom  $u = \sum g_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}$ .

$$\text{Nu is } \frac{n_i}{\sum_{i=1}^{\infty} n_i} = \frac{g_i}{u} e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}} = \frac{g_i}{u} \cdot 10^{-\frac{5040}{T} E_i},$$

dat is dus de fractie, welke het aantal atomen in toestand  $i$  uitmaakt van het totale aantal van dergelijke atomen.

Opgaven: 1. Bepaal  $\frac{n_2}{n_1}$  van H.  $E_{1,2} = 10,15$  eV. In diepe fotosfeer, d.w.z.  $T = 6500^\circ$ ,  $g_1 = 2$ ,  $g_2 = 8$ .

2. Bepaal van Na  $\frac{n_2}{n_1}$ ,  $\frac{n_3}{n_1}$  en  $\frac{n_3}{n_2}$  als  $E_{1,2} = 2,09$  eV en  $E_{1,3} = 2,10$  eV,  $g_1 = 2$ ,  $g_2 = 2$ ,  $g_3 = 4$ .

De verhouding  $\frac{\text{aantal ionen}}{\text{aantal atomen}}$  wordt gegeven door de wet van Saha.

Nu geldt, dat

atoom  $\rightleftharpoons$  ion + electron,

en dit is alleen afhankelijk van  $T$  (een zgn. thermodynamisch evenwicht).

De wet van Saha luidt aldus:

$$\frac{N_1 \cdot N_e}{N_0} = C_1 \cdot \frac{2u_1}{u_0} \cdot T^{3/2} \cdot e^{-\frac{\epsilon_1}{kT}},$$

waarin  $N_1$  = aantal ionen per  $\text{cm}^3$ ,

$N_e$  = aantal elektronen per  $\text{cm}^3$ ,

$N_0$  = aantal atomen per  $\text{cm}^3$ ,

$\epsilon_1$  = ionisatie-energie vanuit de grondtoestand.

Nu is de electronendruk  $P_e = N_e \cdot kT$ . De formule wordt dus nu:

$$\frac{N_1}{N_0} = C_2 \frac{u_1}{u_0} \cdot \frac{T^{5/2}}{P_e} \cdot 10^{-\frac{5040}{T} E_1}.$$

Opgaven: 3. Bereken  $\frac{N_1}{N_0}$  voor H.  $E_1 = 13,60 \text{ eV}$ ,  $u_1 = 1$ ,  $u_2 = 2$ ,

$$T = 6500^\circ, P_e = 80 \text{ dyne/cm}^2, \log C_2 = -0,175.$$

4. Bereken  $\frac{N_1}{N_0}$  voor Na.  $E_1 = 5,14 \text{ eV}$ ,  $u_1 = 1,0$ ,  $u_2 = 2,3$

Verdere gegevens als in 3.

Met de wet van Saha kunnen we ook de concentratieverhoudingen van ionen in hogere trappen van ionisatie uitrekenen:

$$\frac{N_2}{N_1} \text{ als } E_2 \text{ bekend is, } \frac{N_3}{N_2} \text{ als } E_3 \text{ bekend is, enz.}$$

Na toepassen van deze wet op de zon blijkt het volgende:

In de fotosfeer is H en He vrijwel neutraal.

C, N en O zijn zwak één keer geïoniseerd.

"Metalen" (Na, Fe, Mg, Si) zijn (vrij) sterk één keer geïoniseerd.

Hogere ionisatie komt vrijwel niet voor.

De ionisatiegraad wordt gegeven door  $\frac{N_1}{N_0 + N_1}$ .

In procenten weergegeven geeft dit ons de volgende tabellen voor Ca en H:

	T	$P_e$			
		$10^6$	$10^4$	$10^2$	1
Ca ( $V_1 = 6,11 \text{ eV}$ )	$4.000^\circ$	0	0	22	97
	$6.000^\circ$	3	73	100	100
	$8.000^\circ$	53	99	100	100
	$10.000^\circ$	91	100	100	100

	T	$P_e$			
		$10^6$	$10^4$	$10^2$	1
H ( $V_1 = 13,60 \text{ eV}$ )	$8.000^\circ$	0	0	5	85
	$10.000^\circ$	0	4	78	100
	$20.000^\circ$	1	52	99	100

### § I, 13. DE GROEIKROMME - DE CHEMISCHE SAMENSTELLING VAN DE ZON.

#### a). Absorptielijnen in het laboratorium.

We nemen een isotherme homogene gaszuil van de lengte  $l$ . Hierdoorheen sturen we een bundel licht met

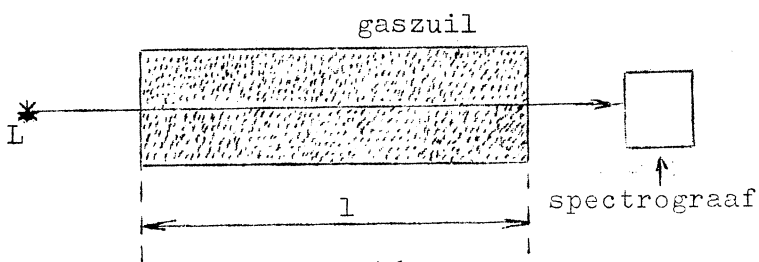


fig. I, 46.

een continu spectrum. Na afloop hiervan blijkt dan uit de fotografische plaat, dat de gaszuil enkele absorptielijnen heeft veroorzaakt.

Stel nu, dat de gaszuil  $N$  absorberende deeltjes per  $\text{cm}^3$  heeft, dan is het totale absorptievermogen evenredig met  $N$ , met  $l$  en met  $f$  (= de oscillatorensterkte;  $f \leq 1$ ).

Dus de absorptiecoëfficiënt is evenredig met  $Nfl$ . Als deze klein is, dan is  $W \sim Nfl$  ( $W$  = aequivalente breedte). Als  $Nfl$  vrij groot wordt, dan neemt  $W$  maar heel weinig toe omdat de absorptie in de lijnkern verzadigd raakt. Als echter  $Nfl$  zeer groot wordt, ontstaan vleugels (fig. I, 47) en dan groeit  $W$  weer wat sneller aan ( $W \sim \sqrt{Nfl}$ ).

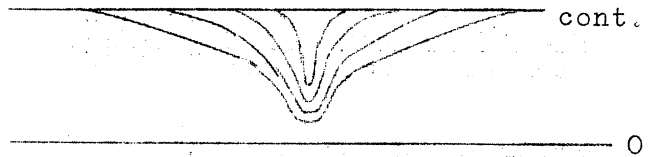


fig. I, 47

Zetten we nu  $\log W$  grafisch uit tegen  $\log Nfl$ , dan vinden we de zgn. groeikromme (fig. I, 48).

Bij een complex spectrum (b.v. van Fe of Ti) zijn de energieniveaux gesplitst in een aantal vlak bij elkaar liggende subniveaux. Tussen twee niveaux zijn dus vele overgangsmogelijkheden (fig. I, 49). Er liggen dan dus veel spectraallijnen bij elkaar, hetgeen men dan een multiplet noemt. De energieën van de subniveaux verschillen weinig, zodat de  $f$ -waarden

vrij eenvoudig gemeten of berekend kunnen worden. De  $f$ -waarden kunnen bij een multi-plet sterk uiteen lopen, zodat we dus zo een aantal verschillende  $f$ -waarden kunnen vinden bij vrijwel dezelfde golflengte.

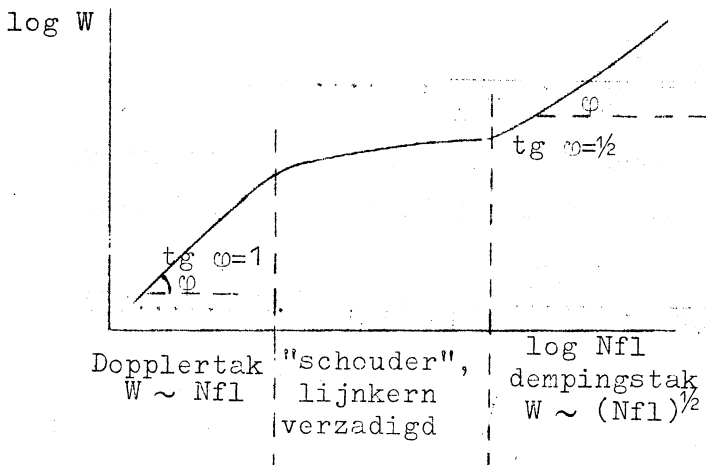


fig. I, 48

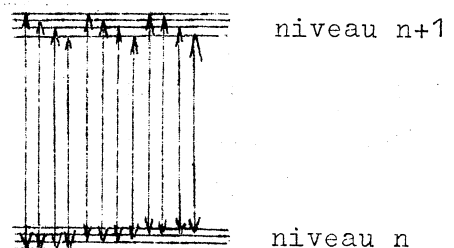
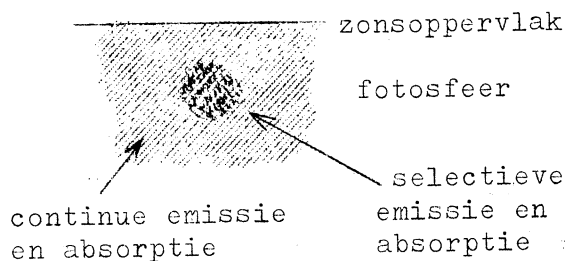


fig. I, 49

b). Absorptielijnen in het spectrum van de fotosfeer of van een ster.

In dezelfde lagen treedt nu zowel continue absorptie en emissie op als ook absorptie en emissie in de spectraallijnen.

De aequivalente breedte van een spectraallijn blijkt af te hangen van de verhouding:



$$\frac{\text{selectieve absorptiecoëfficiënt}}{\text{continue absorptiecoëfficiënt}}$$

fig. I, 50

Hiervoor is dus  $\frac{N_S}{N_{H^-}}$  een belangrijke maat ( $N_S$  = aantal selectief absorberende deeltjes in spectraallijn). Dit is evenredig met  $\frac{N_S}{N_H}$ , omdat  $N_{H^-} \sim N_H$ .

We bepalen nu een benadering voor het analogon van Nfl uit het laboratorium voor een gemiddelde  $\bar{T}$  en  $\bar{P}_e$  op de zon.

Het is duidelijk, dat we dan l uit Nfl moeten vervangen door een zekere C, die een soort effectieve laagdikte voorstelt.

Voorts vervangen we N door

$$\frac{N_S}{N_E} \cdot \frac{N_E}{N_H}, \dots\dots(1)$$

waarin  $N_E$  het totale aantal deeltjes van het element is, waar  $N_S$  deel van uitmaakt. Voorts is

$$\frac{N_S}{N_E} = \frac{N_{a,s}}{N_a} \cdot \frac{N_a}{N_a + N_i}, \dots\dots(2)$$

waarin  $N_{a,s}$  het aantal selectief absorberende of emitterende atomen van het bepaalde element is,  $N_a$  het aantal atomen en  $N_i$  het aantal ionen.

We stellen nu:

$$x = \frac{N_{a,s}}{N_a} \cdot \frac{N_a}{N_a + N_i} \cdot \frac{N_a + N_i}{N_H} \cdot C_1 (\lambda, T, P_e) \cdot f \dots\dots(3)$$

waarin  $C_1$  een constante is, die afhangt van de wisselwerking van de continue en selectieve absorberende en emitterende processen + constanten.

Nu is in (3) de eerste factor met de wet van Boltzmann te berekenen, de tweede met de wet van Saha. De derde factor noemt men de abundantie van het element t.o.v. waterstof, dat is de verhouding van het totale

aantal atomen en ionen van het beschouwde element tot het totale aantal waterstofatomen. Dit duiden we voortaan aan met  $A_E$ .

Voorts is  $W$  een functie van  $x$ , dus  $W = f(x)$ .

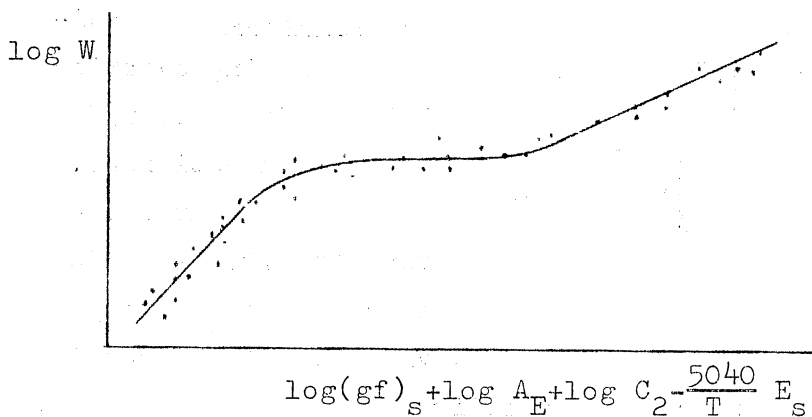
Na invullen van de formules van Boltzmann en Saha in (3) vinden we dan ten slotte, dat

$$x = (gf)_s \cdot 10^{-\frac{5040}{T} E_s} \cdot A_E \frac{1}{u_a} \cdot \frac{N_a}{N_a + N_i} \cdot C_1 \dots\dots(4).$$

Men heeft gevonden, dat de lijnen gevormd worden in een vrij dunne laag bij een zekere gemiddelde  $\bar{T}$  en  $\bar{P}_e$ .

Uit (4) is  $\frac{1}{u_a} \cdot \frac{N_a}{N_a + N_i} \cdot C_1$  weer een constante  $C_2$ , die alleen dan precies te berekenen is, als er een model gegeven is (d.w.z.  $T(\tau)$  en  $P_e(\tau)$ ).

We moeten verder  $\bar{T}$  zo aanpassen, dat de punten minimaal spreiden om de gemiddelde curve (fig. I, 51).



Opgave:

Men moet vinden dat  $4500^\circ < \bar{T} < 6500^\circ$ .  
Waarom?

fig. I, 51

Voor zwakke lijnen geldt, dat  $W = x$ . Is  $\bar{T}$  gevonden en zijn alle constanten bekend, dan kan  $A_E$  gevonden worden. Zo komt men tot de chemische samenstelling van de zon (quantitatief):

90 % H, 99 % H + He, 1 % rest. Nauwkeuriger krijgen we de volgende tabel:

element	$\log A_E + 10$	opmerkingen
H	10,0	} komt op aarde } zeer veel } minder voor
He	$\approx 9,0$	
C	6,7	} komt op aarde } minder voor. } Onzekerheid is } een factor 2.
N	6,0	
O	7,0	

element	$\log A_E + 10$	opmerkingen
Na	4,3	} op aarde ko- } men ongeveer
Mg	5,4	
Si	5,5	} overeenkomstige } hoeveelheden voor.
Ca	4,15	
Fe	4,6	

§ I, 14. DE CONVECTIEZONE EN DE GRANULATIE.

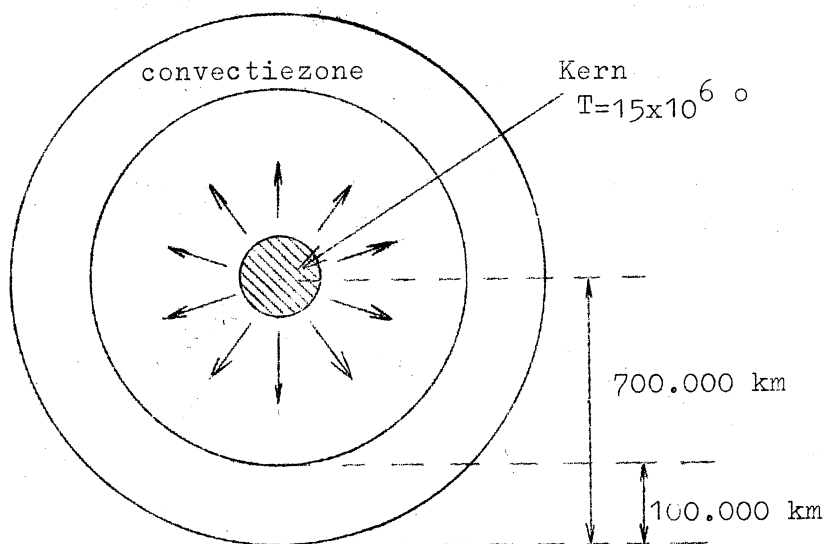


fig. I, 52

In het centrale deel van de zon wordt bij zeer hoge temperatuur en dichtheid energie opgewekt door kernfusie. De energiestroom lekt in de vorm van straling naar buiten (stralingsevenwicht), tot aan de onderzijde van de convectiezone.

In de convectiezone (100.000 tot 300 km onder het zonsoppervlak) vindt de energietransport vrijwel volledig plaats door convectie.

De convectie geschiedt schematisch als volgt (fig. I, 53) : Een element (a) dat iets heter is dan de omgeving zal gaan opstijgen. T.g.v. de naar boven afnemende druk zal het element uitzetten en adiabatisch afkoelen. In de convectiezone is de temperatuurgradiënt juist zo groot dat het element op elke hoogte steeds

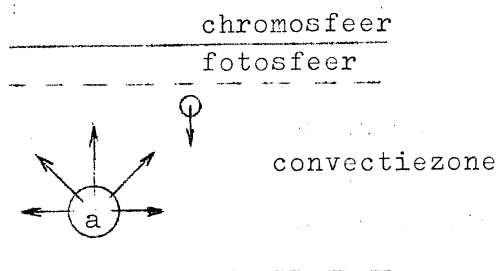


fig. I, 53

heter blijft dan de omgeving, zodat het kan blijven stijgen. In de convectiezone blijven koudere elementen dalen. Het resultaat is dat op deze wijze energie naar buiten wordt getransporteerd.

Direct boven de convectiezone ligt de fotosfeer, waarin de energiestroom weer vrijwel geheel als straling naar buiten loopt. Toch verraadt de convectiezone zich in enkele verschijnselen in de fotosfeer.

Het eerste verschijnsel is de granulatie (korreligheid): de fotosfeer is bezaaid met kleine heldere granules (korrels) (fig. I, 54). De afmeting van één zo'n granule is 500 tot 1500 km, en de levensduur enkele minuten. Het helderheidscontrast duidt op een temperatuurverschil  $\Delta T = 500^\circ$  t.o.v. de gemiddelde temperatuur. Men verklaart

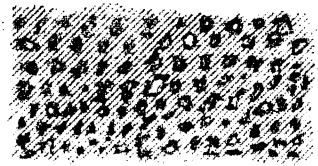


fig. I, 54

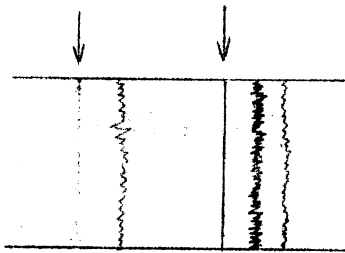
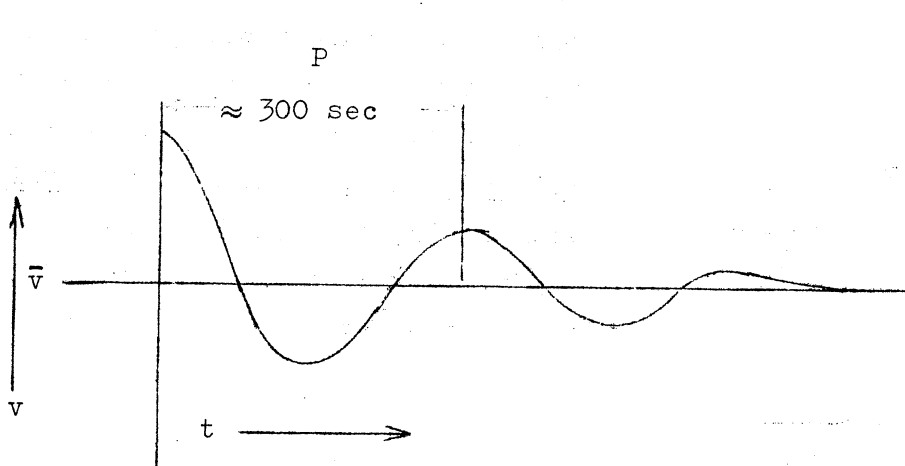


fig. I, 55

deze granules als hete elementjes die uit de convectiezone doorgeschoten zijn in de fotosfeer.

Uit een spectrum van goede kwaliteit blijkt, dat de tellurische lijnen kaarsrecht zijn en de Fraunhofer lijnen kronkelig (fig. I, 55). Dit duidt op snelheidsverschillen in de fotosfeer met  $\overline{\Delta v} =$  enkele honderden m/sec en in de chromosfeer met  $\overline{\Delta v} =$  enkele km/sec.

Indien we nu de snelheid van een elementje op de zon als functie van de tijd geven, dan ontstaat fig. I, 56. We hebben hier dus te doen met



een  
gedempte  
trilling,

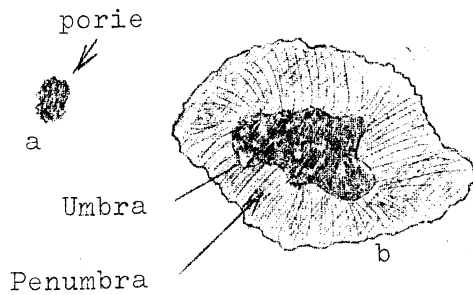
fig. I, 56.

De verklaring is dat het fotosferische-chromosferische "vlies" plaatselijk wordt "aangeslagen" door doorschietende elementen uit de convectiezone. In een deel van de gevallen ziet men zo'n trilling direct na het verschijnen van een heldere granule beginnen.

§ I, 15. ZONNEVLEKKEN.

a). Uiterlijk

Er zijn zgn. poriën, donkere rondachtige vlekjes, tot 4000 km diameter. De levensduur hiervan is enkele uren tot een dag.



Er is een kleine kans dat de porie zich ontwikkelt tot een zonnevlek, met een diameter van 3000 tot 100.000 km. In een zonnevlek onderscheiden we:

fig. I, 57

- 1). De umbra, de donkere kern,
- 2). De penumbra, een lichter gedeelte hier omheen, maar toch nog belangrijk donkerder dan de fotosfeer.

De levensduur van een zonnevlek bedraagt enige dagen tot enige maanden.

Zonnevlekken verschijnen vaak in paren of in groepen met paar-structuur. In fig. I, 58 staat systematisch van boven naar beneden weergegeven hoe een zonnevlekkenpaar ontstaat en weer verdwijnt. Eerst ontstaat dus de zgn. leidende vlek, daarna komt de volgende vlek erbij, terwijl de leidende groter wordt. De volgende vlek verdwijnt ook weer het eerst.

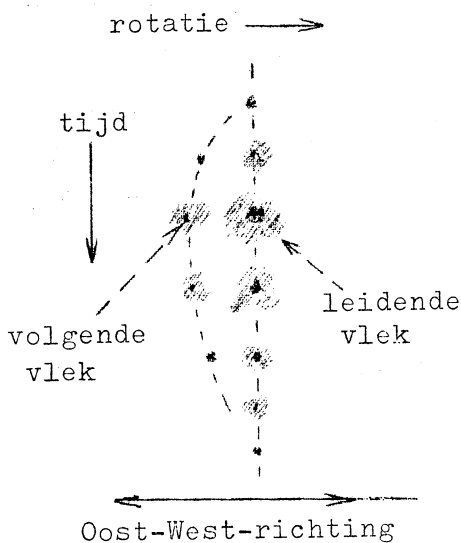


fig. I, 58



b). De straling en temperatuur.

De totale straling van de umbra is gelijk aan 20 % van de fotosfeerstraling, dus  $F_u/F_F = 0,20$ , als  $F$  de flux is. Volgens de wet van Stefan-Boltzmann is dan

$$\left( T_{u\text{eff.}} / T_{F\text{eff.}} \right)^4 = 0,20$$

Dus:  $T_{u\text{eff.}} = 0,69 \cdot T_{F\text{eff.}} = 0,69 \cdot 5800 = 3900^\circ\text{K}.$

In de penumbra vindt men, dat  $T$  gemiddeld  $500^\circ$  lager is dan de fotosfeer.

c). Lijnspectra.

In de umbra vindt men de meeste lijnen uit de fotosfeer terug, hetzij versterkt, hetzij verzwakt. Bovendien komen er vele lijnen bij. Het volgende valt hierbij op:

- 1). De meeste lijnen van ionen zijn in de umbra verzwakt.
- 2). Lijnen van atomen, vooral van kleine aanslagenergie, zijn in de umbra versterkt.
- 3). Er zijn in de umbra veel meer en veel sterkere molecuulbanden, nl. extra banden van  $\text{TiO}$ ,  $\text{CaH}$ ,  $\text{SiH}$ ,  $\text{ZrO}$ , enz., waarschijnlijk ook van  $\text{H}_2\text{O}$ .

Dit alles wijst op veel lagere temperaturen, in de diepe lagen van  $4000^\circ$ , en aan de grens van de chromosfeer van  $3000^\circ$ .

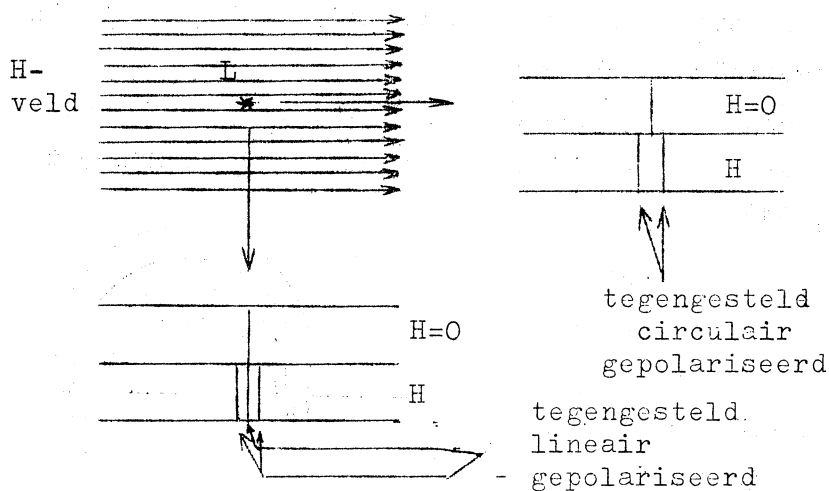


fig. I, 59

d). Magneetvelden

Met behulp van het Zeemaneffect heeft men magneetvelden in de zonnevlekken kunnen aantonen.

Plaatst men een lichtbron in een sterk magnetisch veld, dan blijken de meeste spectraallijnen gesplitst in een aantal componenten (Zeeman-effect).

Het licht, dat het magneetveld onder een rechte hoek verlaat, geeft een spectrum te zien, waarvan de lijnen in drieën zijn gesplitst. Hierbij zijn de twee buitenste componenten t.o.v. de middelste component tegengesteld lineair gepolariseerd (fig. I, 59). Verlaat het licht het magneetveld evenwijdig met de veldlijnen, dan worden de lijnen in tweeën

gesplitst. De twee componenten zijn hier t.o.v. elkaar tegengesteld circulair gepolariseerd. (Sommige lijnen splitsen op een meer ingewikkelde manier).

Hale stelde een spectrograaf op een zonnevlek (fig. I, 60 A) in en kreeg toen een lijnsplitsing te zien als in fig. I, 60 B. Dit

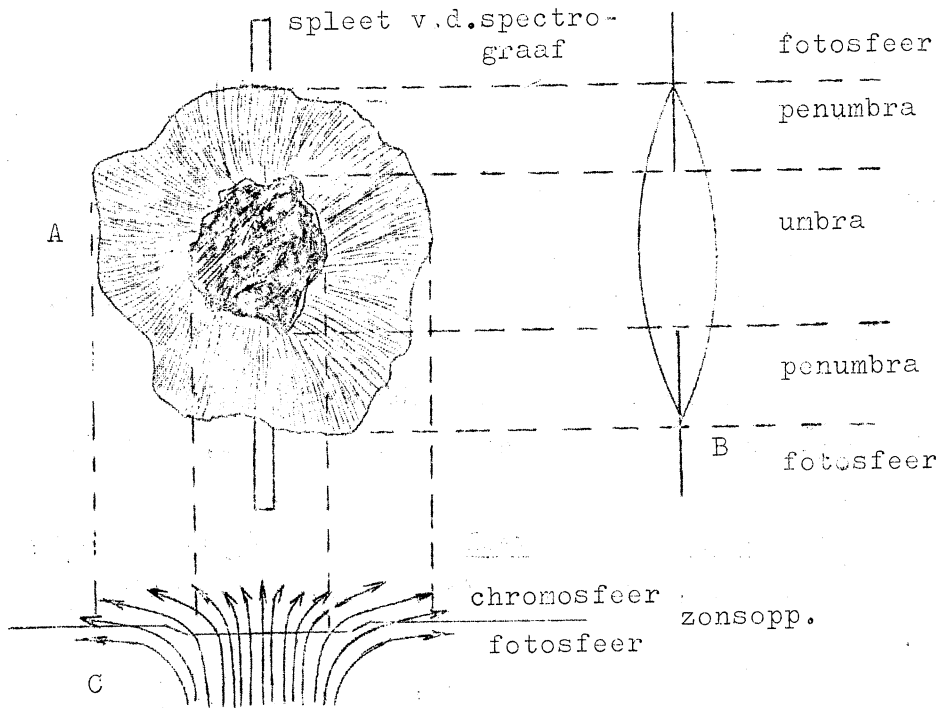


fig. I, 60

moet dus duiden op een magneetveld, waarvan de veldlijnen lopen als in fig. I, 60 C, of in tegengestelde richting.

Bovendien bleek dat telkens de leidende en de volgende vlek tegengestelde polariteiten hebben. De veldlijnen verbinden de leidende met de volgende vlek (fig. I, 61)

Het sterke magneetveld is verantwoordelijk voor de lagere temperatuur in de zonnevlek. In de diepere lagen van de vlek kan zich geen normale volledige convectie ontwikkelen omdat in de sterk geleidende materie bewegingen loodrecht op de veldlijnen sterk worden afgeremd (vgl. de

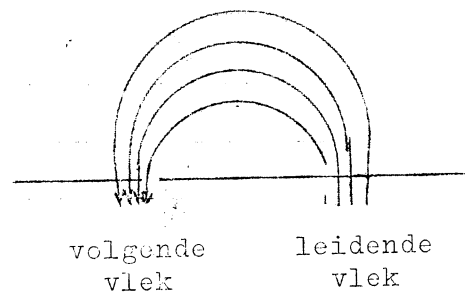


fig. I, 61

Foucaultse stromen). Daarom loopt in de vlek een veel kleinere energiestroom naar het oppervlak dan in de normale convectiezone het geval is. Bij deze kleinere energiestroom  $F$  neemt de vlek een bijpassend lagere temperatuur aan (Stefan-Boltzmann:  $F = \sigma T^4$ ).

e). Het Evershed-effect.

Het spectrum van een zonnevlek geeft een kleine Dopplerverschuiving te zien: het Evershed-effect, hetgeen er op duidt, dat in de penumbra stromingen naar binnen en naar buiten plaatsvinden. De stromingen naar buiten zijn het belangrijkste. (De hierbij optredende snelheden lopen van 1 tot 4 km/sec.).

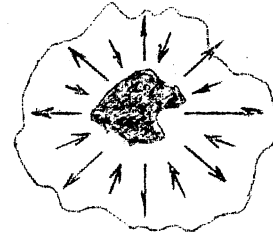


fig. I, 62

§ I, 16. WAARNEMING VAN DE CHROMOSFEER EN CORONA.

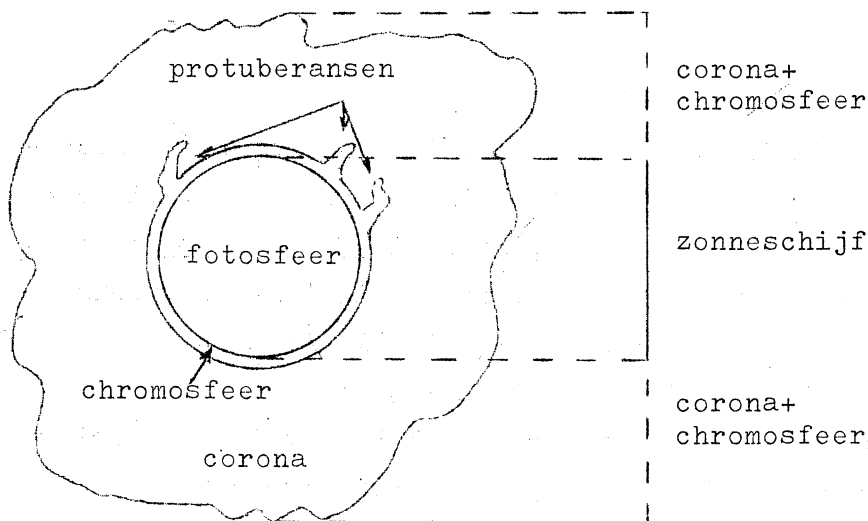


fig. I, 63

Het licht, dat van de zon naar ons oog onderweg is, wordt gedeeltelijk door de aardatmosfeer (en indien we een kijker gebruiken ook door de lenzen) verstrooid hemellicht. Aangezien het licht van de chromosfeer met de

protuberansen veel lichtzwakker is dan dat van de fotosfeer en de helderheid van de corona zelfs  $10^{-7}$  à  $10^{-6}$  x de helderheid van de fotosfeer bedraagt, zullen we deze delen van de zon onder normale omstandigheden dus niet kunnen zien.

Deze bezwaren werden echter geheel ondervangen tijdens een zoneclips, daar deze delen van de zon dan niet meer "overstraald" worden door het verstrooid licht van de fotosfeer. De atmosferische bezwaren kan men sterk verminderen door op een hoge berg waar te nemen.

Eclipsinstrumenten.

a). Tijdens de eclips maakt men gebruik van de spleetloze spectrograaf (prismacamera)

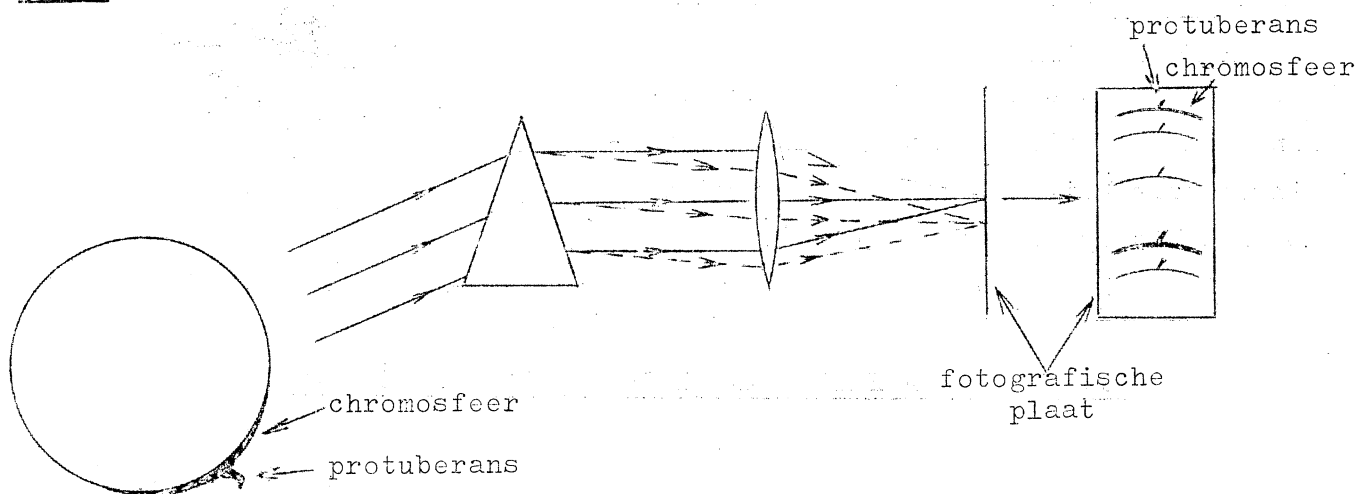


fig. I, 64

In principe werkt dit instrument als volgt: De bij een eclips zichtbaar geworden chromosfeer werkt als een spleet in het oneindige. Via een prisma wordt hiervan een spectrum opgenomen, zoals in fig. I, 64 staat weergegeven. Dit zgn. flitsspectrum bestaat voornamelijk uit een reeks monochromatische beeldjes van de chromosfeersikkel. Blijkbaar bestaat het chromosfeerspectrum hoofdzakelijk uit emissielijnen.

Indien men wacht tot ook de chromosfeer geheel bedekt is, dan krijgt men een spectrum van de corona (fig. I, 65), een continu spectrum met emissiefiguren.

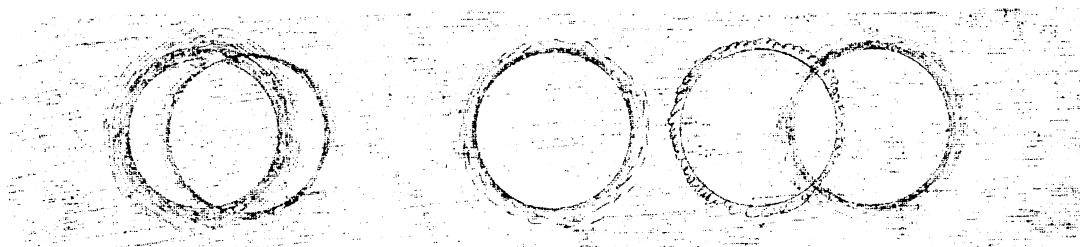


fig. I, 65.

b). Waarneming van de chromosfeer en de protuberansen buiten een eclips.

1). De spleetspectrograaf.

Men stelt de spleet in op de chromosfeer (met eventuele protuberans) en verkrijgt zo een spectrum met emissielijnen waarop gesuperponeerd het spectrum van verstrooid fotosfeerlicht.

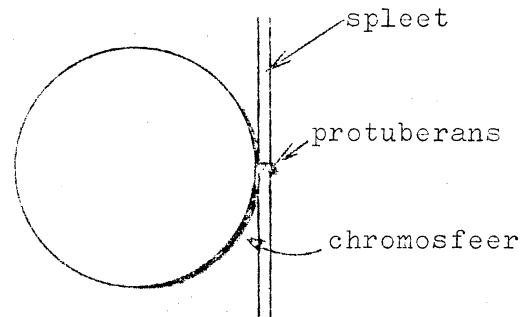


fig. I, 66

2). De spectroheliograaf

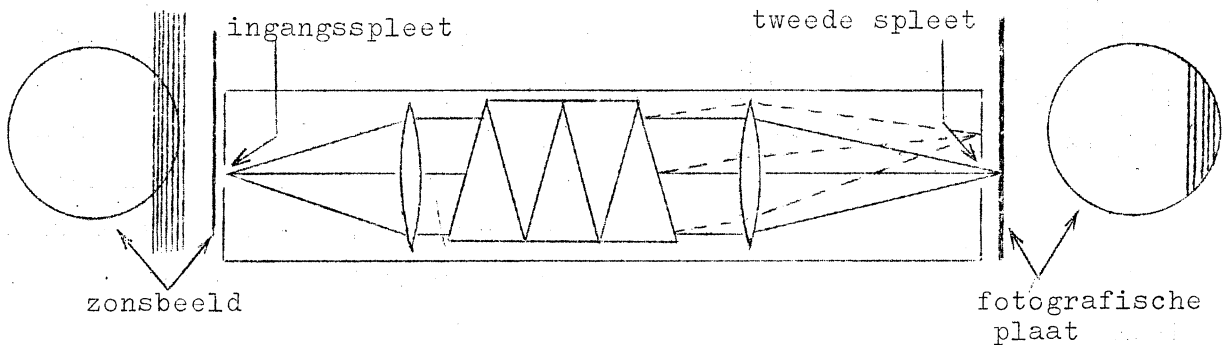


fig. I, 67

Het verschil met de spleetspectrograaf is hier, dat er nog een instelbare tweede spleet is, die één klein golflengtegebiedje selecteert (fig. I, 67). Indien we dus het zonsbeeld voorbij laten trekken, krijgen we een monochromatisch zonsbeeld (spectroheliogram), indien we tevens de fotografische plaat synchroon verschuiven.

Men werkt veel in het licht van de kern van de  $H_{\alpha}$ -lijn en de lijnen van  $Ca^{+}$  (H- en K-lijn).

Wanneer men het apparaat snel op en neer laat bewegen, is het beeld van de zon ook direkt te zien. We hebben dan een spectroheliocoop.

De straling bij een zekere golflengte  $\lambda$  is afkomstig van het gebied, waar  $\tau_{\lambda} \approx 1$  ( $\tau_{\lambda}(x) = \int_{-\infty}^x k_{\lambda}(x) dx$ ). Een absorptielijn is dus afkomstig van een gebied, dat meer naar de buitenkant ligt dan het gebied waar het continuum vandaan komt, want  $k_{\text{lijn}} \gg k_{\text{cont}}$ . (fig. I, 68).

In kernen van sterke lijnen is het licht van de chromosfeer afkomstig.

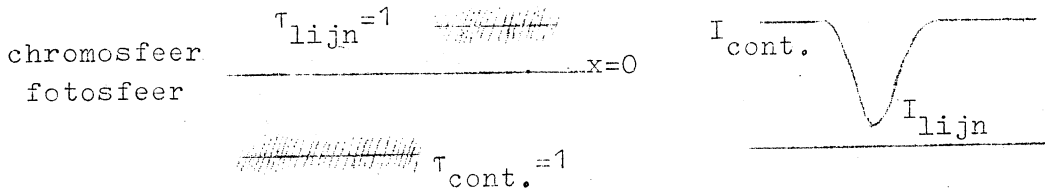


fig. I, 68

3). Het monochromatisch polariserend filter (Lyot-filter).

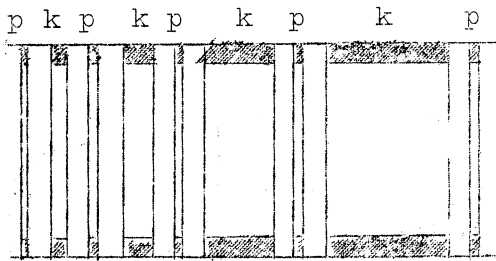


fig. I, 69

Men plaatst achter elkaar om en om een polaroïdplaat en een kwartsplaat (fig. I, 69: p = polaroïdplaat, k = kwartsplaat), waarbij iedere kwartsplaat twee maal zo dik als zijn voorganger is. Dit hele systeem laat een reeks discrete golflengtegebieden door. Met een gewoon kleurenfilter is één kleur uit de reeks

te isoleren.

Het voordeel van een Lyotfilter boven de spectroheliograaf: In één belichtingstijd ontstaat een gelijktijdig beeld van het gehele zonsoppervlak. Het is zo b.v. mogelijk om snel te filmen.

De nadelen: (1) Het doorgelaten golflengtegebiedje kan maar enkele Å verschoven worden ( b.v. door de temperatuur van het filterblok te wijzigen).

(2) De beelden zijn minder monochromatisch (dus minder contrastrijk).

c). De waarneming van de binnencorona en de protuberansen buiten een eclips.

Hiertoe gebruikt men de coronograaf (ontworpen door Lyot) (fig.I,70).

Diep in de kijkerbuis is een zeer goede enkelvoudige lens geplaatst. De binnenzijde is dofzwart gemaakt en met vaseline ingesmeerd, om stof te kunnen invangen. Het zonsbeeld wordt via een spiegeltje naar c gemaakt (een glasvenstertje), waar het naar buiten kan ontsnappen.

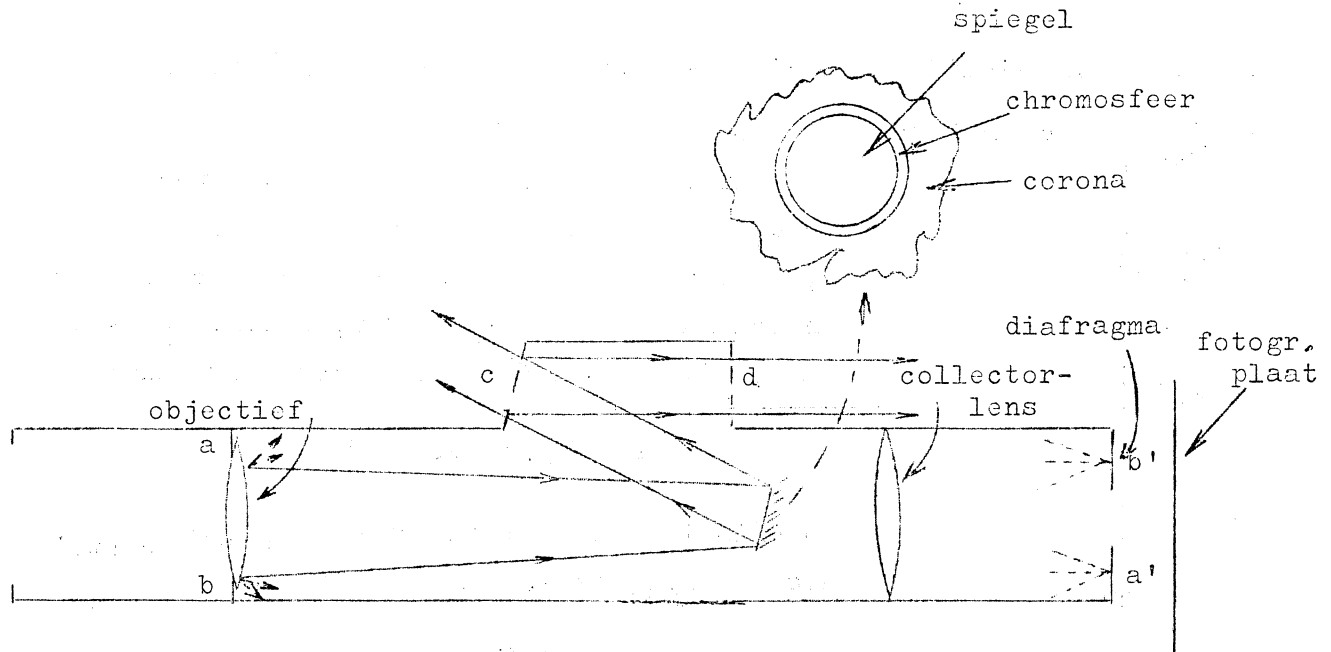


fig. I, 70

(Voor<sub>2</sub>over het reflecteert bij c kan het bij d naar buiten, enz.). Zo zijn we dus het fotosfeerlicht kwijt. Het licht van de corona kan rechtstreeks naar de collectorlens en zo verder naar de fotografische plaat. De randen van een lens verstrooien het meeste licht. De collectorlens beeldt nu de randpunten a, b van het objectief af op een diafragma in a', b'. Zo verkrijgen we dus een beeld van de binnencorona en de protuberansen met zo min mogelijk verstrooid licht.

§ I, 17. DE CHROMOSFEER.

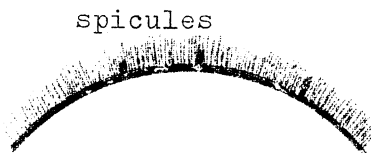


fig. I, 71

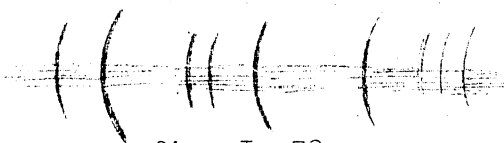


fig. I, 72

Bij een eclips is de chromosfeer het best te zien. We zien dan een grassprietachtige structuur. Deze "grassprietjes", die we spicules noemen bestaan slechts enkele minuten.

Uit het flitsspectrum (fig. I, 72) blijkt, dat de  $H_{\alpha}$ -,  $H_{\beta}$ -,  $H_{\gamma}$ -, enz., alsmede de  $Ca^{+}$  (H en K)-lijnen tot op 10.000 km hoogte te zien zijn. Zwaardere elementen vormen minder sterke lijnen en komen voor tot op 1000 km.

hoogte. De emissielijnen zijn op een zwak continuum gesuperponeerd.

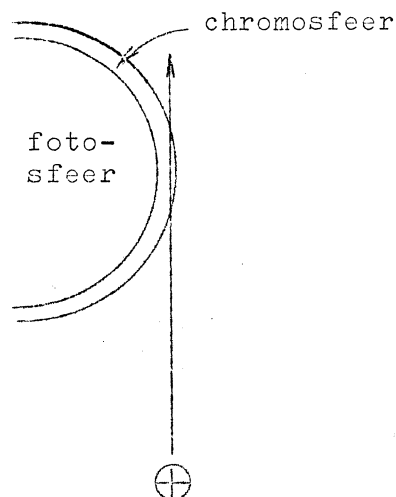


fig. I, 73

De verklaring is als volgt:

Indien we buiten de eclips de spectrograaf richten op de chromosfeer zoals in fig. I, 73 staat aangegeven, dan is de chromosfeer in continu licht optisch dun, d.w.z.  $\tau_\lambda \ll 1$  (§ I, 5). In het continue licht geldt dus:

$$I_\lambda = B(\bar{\tau}) \cdot \tau_\lambda \ll B(\bar{\tau})$$

In emissielijnen echter geldt:  $\tau_{\text{lijn}} > \tau_{\text{cont}}$ .  
Als nu  $\tau_{\text{lijn}} \gg 1$ , dan is zelfs

$$I_{\text{lijn}} = B(\bar{\tau}),$$

#### De lage chromosfeer:

Het spectrum is ruwweg het "spiegelbeeld" van het spectrum van de fotosfeer, d.w.z.: de chromosferische emissielijnen zijn sterker naarmate de fotosferische absorptielijnen sterker zijn. Toch zijn er ook verschillen:

De chromosferische ionlijnen zijn opvallender, hetgeen duidt op een lagere  $P_e$ , hetgeen weer duidt op een lagere  $P_g$  en dus een lagere  $\rho$ . De temperatuur loopt van  $4500^\circ$  met de hoogte op tot  $6000^\circ$ .

#### De hoge chromosfeer.

Hier vertoont het spectrum vooral waterstof-,  $\text{Ca}^+$  (H en K)-, en He-lijnen (die niet in het spectrum van de fotosfeer voorkomen!). De lijnen zijn sterk verbreed, hetgeen duidt op turbulentie (spicules?)

### § I, 18. DE CORONA.

#### a). Waarnemingen.

De gehele corona kan men tijdens totale eclipsen waarnemen, de binnencorona ook buiten de eclipsen met de coronograaf van Lyot (§ I, 16c). Uit deze waarnemingen kan men de structuur van de corona bepalen.

Het zonnenspectrum in het verre UV en in het röntgebied ontstaat vrijwel geheel in de corona, evenals de radiostraling.



b). Uiterlijk en helderheid.

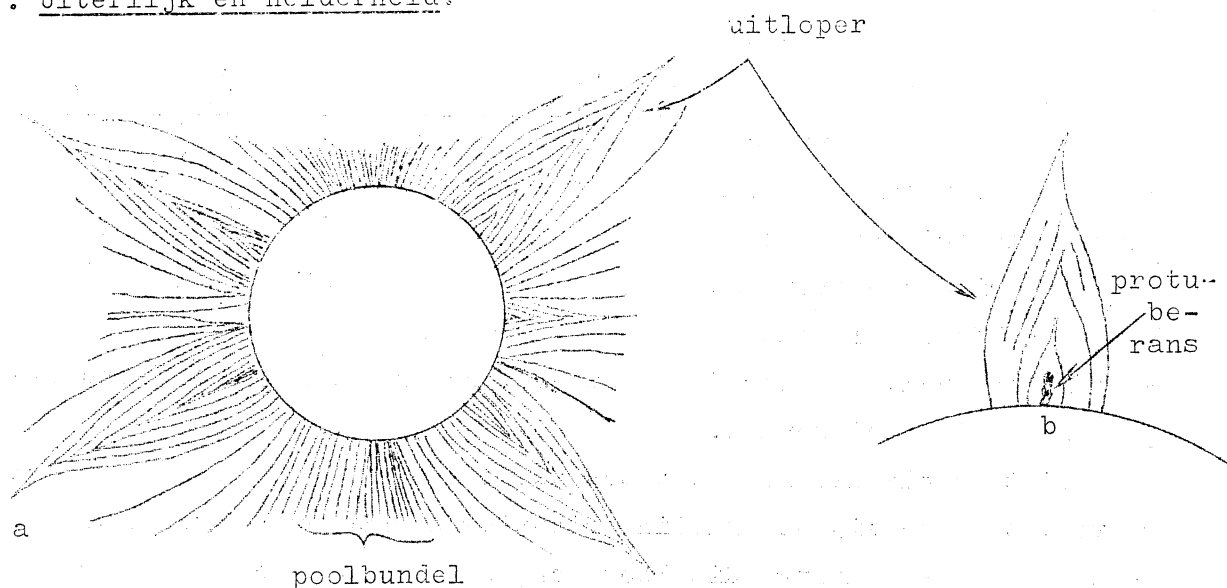


fig. I, 74

Duidelijke structuren zijn de poolbundels en de uitlopers (Eng: streamers). Zo'n streamer heeft als kern een protuberans (fig. I, 74b; zie § I, 20). De helderheid van de gemiddelde corona neemt af met  $r^{-7}$ , als  $r$  de afstand tot het middelpunt van de zon is. De vorm van de corona hangt sterk af van het aantal aanwezige zonnevlekken ( § I, 22).

c). Spectrum in het zichtbare gebied.

Dit is te onderscheiden in:

- 1). Een continu spectrum, zonder lijnen (95 % van gehele spectrum).
- 2). Emissielijnen
- 3). In de buitencorona vertoont het spectrum zwakke Fraunhofer lijnen !

1). Het continue spectrum zonder lijnen.

De energie-golflengteverdeling in dit spectrum is geheel gelijk aan dat van de fotosfeer, alleen zijn de Fraunhofer lijnen uitgewist. Het fotosfeerlicht wordt hier verstrooid door vrije elektronen, onafhankelijk van de golflengte (zgn. Thomsonverstrooiing). De Fraunhofer lijnen zijn uitgewist door de snelle, ongeordende thermische bewegingen der elektronen (Dopplereffect). Bovendien blijkt het licht van de corona gepolariseerd te zijn. Het verstrooiingsmechanisme werkt als volgt

(fig. I, 75) :

Licht bestaat uit electro-  
magnetische golven. Hier  
doet alleen de elektrische  
component ter zake. In een  
vlakke elektrische golf  
zal het vrije electron met  
het wisselende veld gaan  
meetrillen (vgl. een kurkje op water). Het harmonisch-trillend electron  
gaat zelf licht uitzenden.

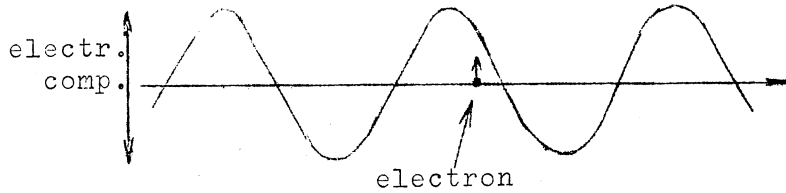


fig. I, 75

Niet-gepolariseerd licht bestaat uit een groot aantal elektrische  
golven, waarvan wij de trillingsrichtingen ontbonden kunnen denken in de  
x- en in de z-richting, die loodrecht op de voortplantingsrichting y  
staan (fig. I, 76), met dezelfde

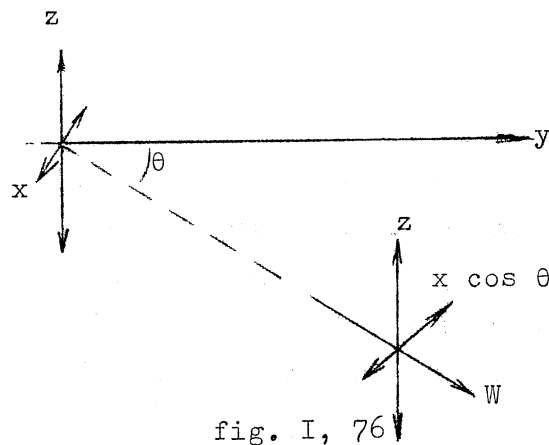


fig. I, 76

amplitude A. Stel dat de waarne-  
mingsrichting een hoek  $\theta$  met de  
voortplantingsrichting maakt, en  
dat de waarnemer zich in het  
x-y-vlak bevindt. We zien dan  
dus de trillingen in de z-compo-  
nent onverkort, met amplitude A,  
maar de x-component zien we  
verkort, met de amplitude  $A \cos \theta$ .

Aangezien de intensiteiten evenredig  
zijn met de kwadraten van de amplituden, verhouden de intensiteiten van  
in z- en in x- richting gepolariseerde straling zich als  $A^2 : A^2 \cos^2 \theta$ ;  
de totale intensiteit is  $A^2 + A^2 \cos^2 \theta$ . Bij  $\theta = 0$  is er geen polarisatie  
( $A^2 + A^2$ ) en bij  $\theta = 90^\circ$  is er volledige polarisatie ( $A^2 + 0$ ).

Ga na, dat men bij de corona een  
sterke, doch geen volledige pola-  
risatie // zonsrand verwachten  
moet. Met behulp van nicols heeft  
men gevonden dat dit inderdaad  
het geval is (fig. I, 77).

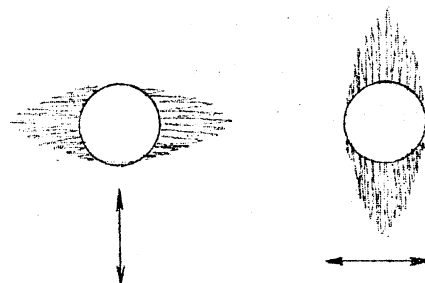


fig. I, 77

Voorts bestaat er een for-  
mule, die aangeeft hoeveel licht

één electron verstrooit. Uit de helderheid van een bepaald gebiedje van de corona kan men dus het totale aantal electronen langs een kolom in de gezichtslijn berekenen. Uit een groot aantal bepalingen voor verschillende gebiedjes kan men de electronendichtheid  $N_e$  per volume-eenheid als functie van de afstand tot de zonsrand  $h$  afleiden:  $N_e(h)$  (wiskundige aanpak als in § II, 22, ruimtelijke dichtheid in bolvormige sterrenhoop). Omdat de corona uit vrijwel zuivere waterstof bestaat, dat volledig geïoniseerd is (onderdeel f van deze paragraaf), kan men het aantal atoomkernen gelijkstellen aan het aantal electronen, dus  $N_i(h) \approx N_e(h)$ .

Men vindt dan dat de corona uiterst ijl is. Denkt men zich een kegel met de top in het middelpunt van de zon, die uit het zonsoppervlak een oppervlak van  $1 \text{ cm}^2$  snijdt, dan bevindt zich in deze kegel boven de zon totaal  $10^{-4} \text{ g}$  materie (vgl. aardatmosfeer:  $1000 \text{ g}$ ). De gehele corona bevat totaal  $6 \cdot 10^{18} \text{ g}$  materie (vgl. massa van de aarde:  $6 \cdot 10^{27} \text{ g}$ ).

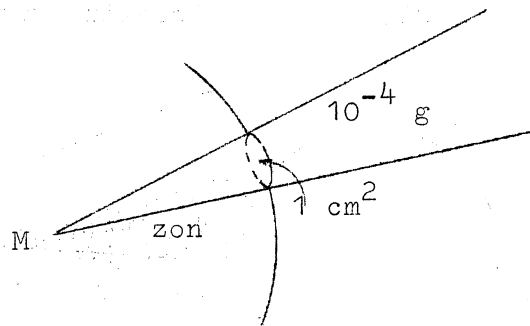


fig. I, 78

## 2). Emissielijnen.

In het gebied van 3000 tot 11.000 Å komen 30 emissielijnen voor, waarvan er 5 zeer sterk zijn. Lange tijd heeft men deze lijnen niet kunnen identificeren.

Van 1940 tot 1945 heeft Edlén ontdekt, dat deze lijnen zgn. "verboden lijnen" van enkele zeer hoog geïoniseerde elementen zijn. Verboden lijnen zijn lijnen die in laboratorium-omstandigheden niet kunnen optreden, omdat zeer lage drukken en zeer hoge temperaturen vereist zijn.

Men gebruikt nu de volgende terminologie:

Fe geeft een Fe I - lijn

Fe<sup>+</sup> geeft een Fe II - lijn

Fe<sup>2+</sup> geeft een Fe III - lijn

enz.

Men heeft nu spectra gevonden van [ Fe X ] t/m [ Fe XIV ],  
 van [ N XII ] t/m [ Ni XVI ],  
 van [ Ca XIII ] t/m [ Ca XV ],  
 en van [ A XIV ].

(niet  
 precies  
 onthouden!)

(De vierkante haken duiden altijd op verboden lijnen).

De zeer hoge ionisatiegraad en de grote breedte van de lijnen ( $\approx 1 \text{ \AA}$ ) wijzen op zeer hoge temperaturen ( $1 \text{ \AA} 2 \times 10^6 \text{ }^\circ$ ).

3). Het spectrum met de Fraunhoferlijnen

wijst op verstrooiing van het licht door stofjes.

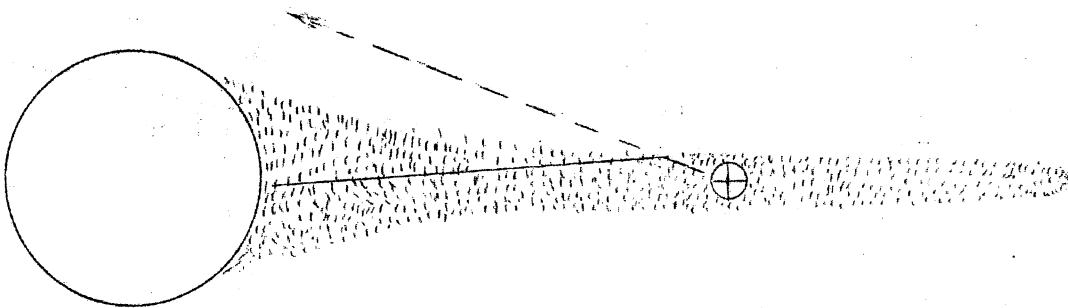


fig. I, 79

Deze vormen een "stofcorona", d.i. een interplanetaire stofwolk, die ook het zodiakale licht veroorzaakt (zie het college Planetenstelsel). Via de stofjes bereikt het zonlicht de waarnemer (fig. I, 79).

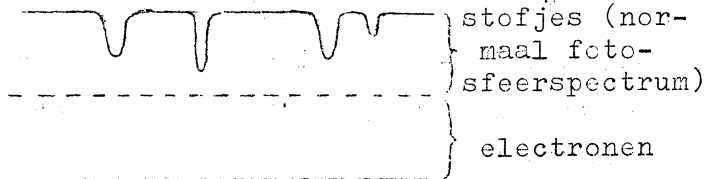


fig. I, 80

Men kan dus uit een registragram van het spectrum van de corona afleiden welk deel van dit spectrum wordt geleverd door verstrooiing aan electronen en welk deel door verstrooiing aan stofjes.

d). Het verre UV en het röntgenspectrum van de zon.

In het gebied  $\lambda < 1700 \text{ \AA}$  komen emissielijnen in het zonnenspectrum voor (vgl. § I, 11). Dit zijn toegestane lijnen van laag-geïoniseerde elementen nabij  $1700 \text{ \AA}$  en van toenemend hoog-geïoniseerde elementen naar de kortere golflengten. Dit is begrijpelijk, want aan de "rode" zijde van

het golflengtegebied ontstaan de lijnen vooral in de chromosfeer, voor kortere golflengten meer en meer in de corona. Men vindt o.a. de spectra van

O I → O IV

N I → N IV

enz.

⋮

→ Si XII

→ Fe XVI

e). De radiostraling met  $\lambda > 1$  m komt geheel uit de corona. De radiostraling bestaat uit verschillende componenten, nl. uit periodieke componenten en uit een zgn. "rustige component". We beperken ons hier tot de rustige component (zie verder § I, 21). Zie fig. I, 81.

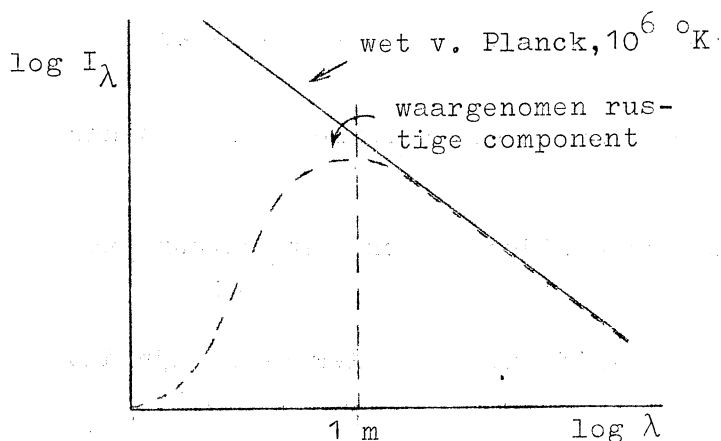


fig. I, 81

Voor de wet van Planck geldt in goede benadering:  $B_\lambda = \frac{cT}{\lambda^4}$ . De continue absorptie (vrij-vrij-absorptie van H, § I, 10) neemt zeer sterk toe met toenemende  $\lambda$ . Fig. I, 81 kan nu als volgt worden geïnterpreteerd:

Voor  $\lambda > 1$  m is de corona optisch dik ( $\tau_\lambda \gg 1$ ), dus  $I_\lambda = B_\lambda (\bar{T})$ , waarbij men vindt dat  $\bar{T} \approx 7 \times 10^5$  °K. Voor  $\lambda < 1$  m

is de corona optisch dun. Daar wordt dus veel minder straling geproduceerd dan de wet van Planck aangeeft:  $I_\lambda = B_\lambda (\bar{T}) \cdot \tau_\lambda$ , waarbij  $\tau_\lambda \ll 1$ .

f). Voor de temperatuur van de corona vindt men uit verschillende bepalingen bedragen van  $700.000^\circ$  tot  $4 \cdot 10^6$  °. De corona is het heetste zichtbare object in het heelal !

1). Theoretisch kan men voor een aantal temperaturen  $P(h)$  uitzetten tegen  $h$ , gebruik

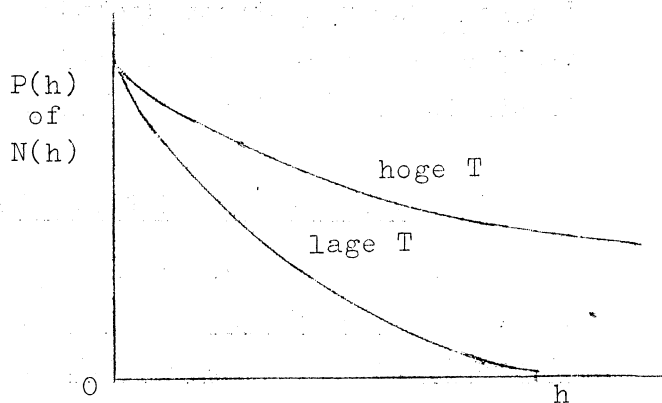


fig. I, 82

makende van de barometrische hoogte-formule

$$P(h) = P(0)e^{-\frac{\mu gh}{RT}},$$

waarbij  $g$  een functie van  $h$  (de hoogte) is, dus eigenlijk  $g(h)$  (fig.I,82). De corona is zeer uitgestrekt; men vindt de beste aansluiting bij een temperatuur van ruim  $10^6$  ° (+ turbulentie).

2). Het continue spectrum bevat geen Fraunhofer lijnen, dus zijn er zeer grote Doppler-effecten ten gevolge van de thermische bewegingen der electronen. Dit wijst op een temperatuur hoger dan  $100.000$  °.

3). De zeer hoge ionisatiegraad.

De rode lijn van Fe X komt overeen met een energie van 233 eV, en dit komt volgens de wet van Saha overeen met een temperatuur van  $700.000$  °. De groene Fe XIV-lijn komt overeen met 355 eV en  $T = 1.400.000$  °. De gele Ca XV-lijn (die soms voorkomt) komt overeen met 814 eV en  $T = 4.000.000$  °.

Met modernere theorieën vindt men een meer uniforme temperatuur van  $1,5 \cdot 10^6$  °.

4). De breedte van de emissielijnen wijst op een temperatuur van ruim  $10^6$  °.

5). Er zijn geen waterstof- en He-lijnen. Deze elementen zijn dus volledig geïoniseerd.

6). Ten slotte blijkt de temperatuur ook nog uit de radiostraling ( $\lambda > 1$  m).

g). De zonnwind.

Door de zeer hoge temperatuur moet de corona expanderen ("verdampen"). Een voortdurende stroom deeltjes wordt uitgezonden (de zonnwind). Nabij de aarde meet men deeltjes met een snelheid van 400 km/sec. De dichtheid is hier 2 tot 5 deeltjes/cm<sup>3</sup>.

#### § I, 19. VERHITTING VAN DE CHROMOSFEER EN DE CORONA.

De zeer hoge temperaturen in de corona duiden op een zeer grote kinetische energie per deeltje aldaar. Deze is gelijk aan  $kT$ . De energiedichtheid is echter zeer klein door de grote ijlheid. Waar komen deze hoge temperaturen vandaan ?

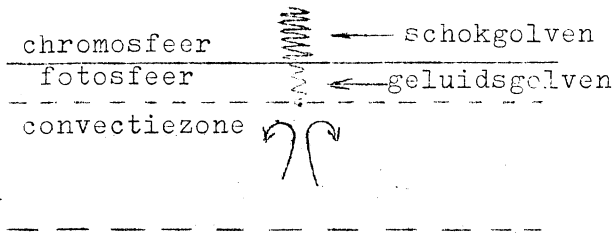


fig. I, 83

In de convectiezone worden geluidsgolven opgewekt. Deze geluidsgolven lopen door de fotosfeer en chromosfeer, waar zij overgaan in schokgolven. Deze schokgolven dissiperen energie in de corona. De energiestroom in de geluidsgolven is  $10^{-3}$  keer die van de stralingsstroom.

Deze hoeveelheid is reeds voldoende om de hoge temperaturen in de corona te onderhouden.

De corona is dus een gevolg van de convectiezone.

#### § I, 20. PROTUBERANSEN EN FILAMENTEN.

Protuberansen en filamenten zijn dezelfde objecten, alleen ziet men de protuberansen als heldere wolken boven de chromosfeer buiten de zonsrand, terwijl men de filamenten als donkere linten tegen de zonneschijf ziet (b.v. in de  $H_{\alpha}$ -lijn).

De rustende protuberans ziet er ongeveer uit als in fig. I, 84. Hij heeft dus een flinke grootte: b.v. ca. 200.000 km lang en ca. 40.000 km hoog. Een filament is vaak slechts 5000 km breed. Er is een rijke draderige fijnstructuur in protuberansen zichtbaar. Protuberansen (filamenten) kunnen 3 maanden blijven bestaan met onderbrekingen.

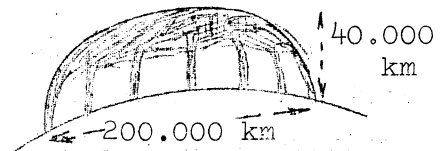


fig. I, 84

De verdwijning kan op de volgende manieren gebeuren:

- 1). De materie "regent" uit langs gebogen lijnen naar de chromosfeer;
- 2). De materie stijgt met een snelheid tot 700 km/sec. eruptief op.

Na het verdwijnen van een protuberans in enkele uren kan binnen een paar dagen weer een nieuwe protuberans ontstaan met een vrijwel identieke vorm.

Uit het spectrum kunnen we opmaken dat de dichtheid 100 keer die van de corona bedraagt, en dat de temperatuur  $10.000^{\circ}$  bedraagt, hetgeen  $\frac{1}{100}$  keer die van de corona is. De druk in de protuberans is dus even groot als in de omringende corona (ga na;  $P = NkT$ ).

De protuberansen worden volgens het model in fig. I, 85 door een magnetisch veld "gedragen" tegen de zwaartekracht in. De sterk geïoniseerde materie kan alleen langs doch niet loodrecht op de veldlijnen bewegen aangezien in het laatste inductiestromen en -velden ontstaan die de beweging onmiddellijk afremmen.

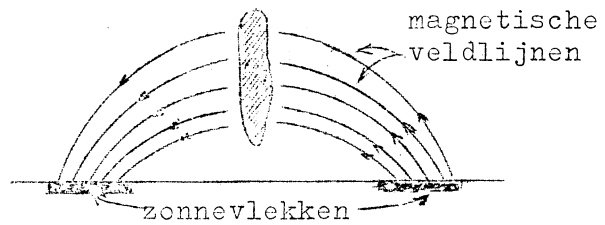


fig. I, 85

Zeldzamer dan de rustende protuberansen zijn de vlekprotuberansen, die zijn onder te verdelen in lusprotuberansen en knoopprotuberansen (fig. I, 86), die soms zichtbaar zijn na zonnevlammen (§ I, 21), gedurende enkele uren.

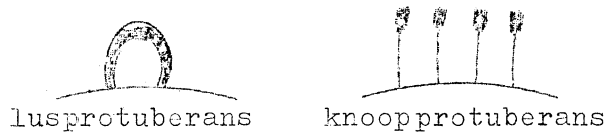


fig. I, 86

### § I, 21. ACTIVITEITSCENTRA.

Alle veranderlijke verschijnselen op de zon, zoals zonnevlekken, fakkels, protuberansen en zonnevlammen vangt men onder de term zonneactiviteit. Een activiteitscentrum is het ruimtelijk gebied, waarin deze verschijnselen in een bepaalde samenhang optreden.

#### Fakkels.

chromosf.   
fotosf. 

Onder fotosferische fakkels verstaat men de heldere korrelige gebieden die in "wit" licht alleen nabij de zonsrand zichtbaar zijn. Altijd zijn er fakkels om zonnevlekken.

fig. I, 87

Onder chromosferische fakkels verstaat men de heldere gebieden die op de hele schijf zichtbaar zijn met een spectroheliograaf of Lyot-filter in het licht van sterke Fraunhofer lijnen ( $H_{\alpha}$ , vooral in de zgn. H- en K-lijnen van Ca II). De chromosferische fakkels zijn helderder dan de fotosferische, overigens zijn de vormen identiek. Er is dus geen fysisch onderscheid. Men verklaart de fakkels als gebieden in de hoge fotosfeer en de chromosfeer, die iets heter zijn dan de omgeving.



Opgave: Verklaar nu waarom de fotosferische fakkels nabij het centrum van de zonneschijf vrijwel onzichtbaar zijn en dat de zichtbaarheid het best is vlakbij de zonsrand (vgl. § I, 8).

Met behulp van het Zeeman-effect heeft men geconstateerd dat de fakkels een magneetveld bezitten van meer dan 10 Oersted, in de helderste delen tot 200 Oersted. Fakkelvelden (Eng: plages) tonen een duidelijke bipolaire structuur.

Boven een activiteitscentrum (fakkelveld) bevindt zich een verdichting van de corona (corona-condensatie) die heter is dan de omgeving. Dit gebied geeft verhoogde radiostraling voor  $\lambda = 3$  tot 60 cm. De radioisofoten lijken op de isofoten van het optische fakkelveld. Deze verhoogde radiostraling is verantwoordelijk voor de langzaam variabele component met een periode van 27 dagen (= de rotatieperiode van de zon).

Bij grote zonnevlekken neemt men zgn. ruisstormen waar ( $\lambda = 1$  tot 15 m). De duur is enkele uren tot enkele dagen. Deze extra straling is afkomstig uit de corona boven de vlek.

De fakkelvelden en de coronacondensaties leven langer dan zonnevlekken. In en om fakkelvelden vindt men protuberansen of filamenten.

In fig. I, 89 staat schematisch de evolutie van een gemiddeld activiteitscentrum gegeven.

#### Zonnevlammen (Eng: flares)

Een gedeelte van het fakkelveld kan plotseling (sterk) oplichten in kernen van sterke lijnen (b.v.  $H_{\alpha}$ ). In sterke vlammen wordt  $H_{\alpha}$  zelfs een emissielijn. De duur van een dergelijke zonnevlam is van 10 min. tot vele uren. Het oplichten geschiedt in enkele minuten.

Daarnaast neemt men waar:

Het uitwerpen van materie:

1). In een vlamtong (Eng: surge) treden snelheden op van 100 tot 700 km/sec.

De materie valt weer terug.

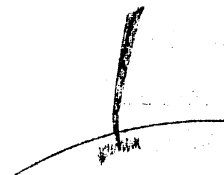


fig. I, 88

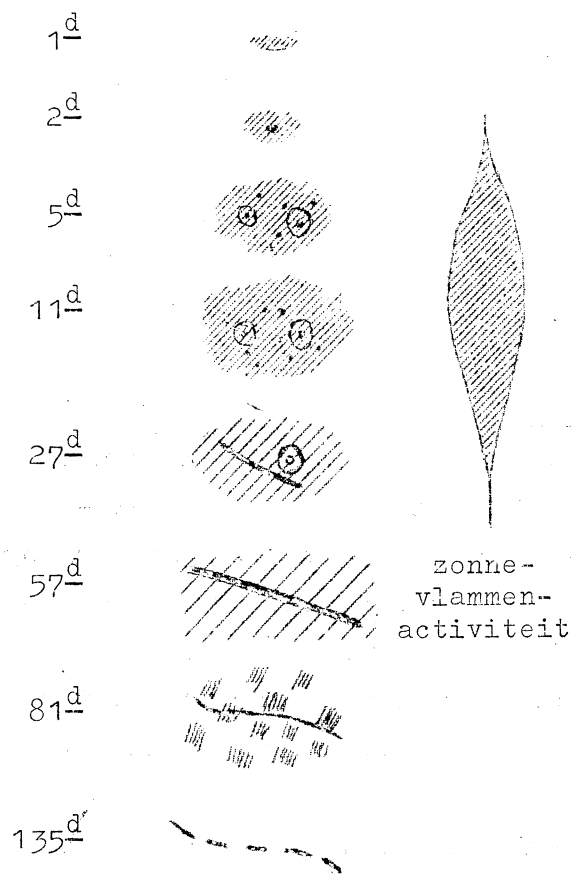


fig. I, 89

$\text{///}$  = fakkelveld;  $\odot$  = porie;  
 $\odot$  = zonnevlek;  $\text{—}$  = filament.

$$v^2 = \frac{e^2}{\pi m} \cdot N_e, \text{ dus}$$

$$v \sim \sqrt{N_e}$$

Aangezien bij type II- en -III-stoten de frequentie afneemt met de tijd, moet de straling uit gebieden met steeds lagere  $N_e$  komen. De storing die zo'n stoot veroorzaakt stijgt blijkbaar op in de corona.

Soms komen er grotere snelheden voor (tot 2000 km/sec.); de materie ontsnapt.

2). (Sterke) extra emissie van röntgenstraling geeft effecten op de ionosfeer (vooral de D-laag), zoals het Dellinger-effect en de fade-outs. (Zie het college planetenstelsel). Röntgenstraling wordt nu m.b.v. kunstmanen en raketten gemeten.

3). Bij zeer sterke vlammen treedt soms emissie van kosmische straling op (atoomkernen met relativistische snelheden).

4). De radiostraling. Met radiospectrografen vervaardigt men een dynamisch spectrum van de radiostoten, waarbij een grafiek zoals in fig. I, 90 ontstaat.

Waarschijnlijk ontstaan deze soorten radiostraling door plasma-trillingen. De frequentie hiervan wordt gegeven door

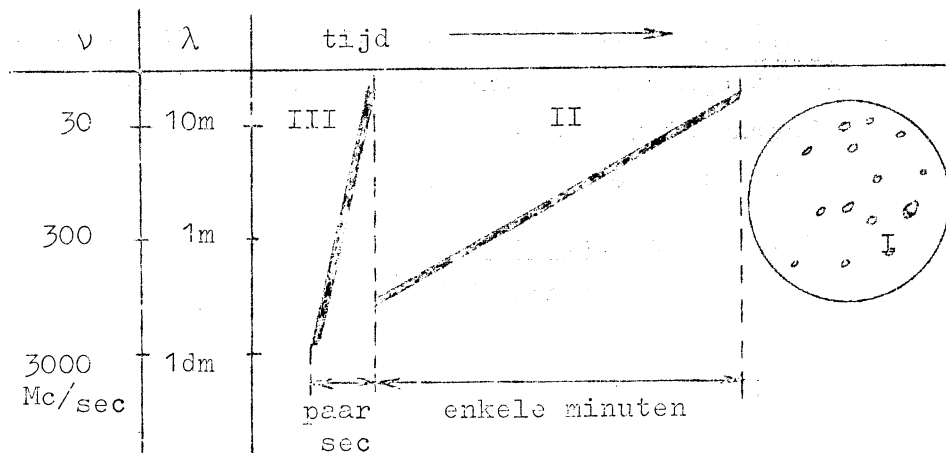


fig. I, 90

De Type I - stoten (korte, monochromatische uitbarstingen) zijn reeds besproken (zie begin dezer paragraaf). Zij zijn niet met zonnevlekken verbonden.

Bij de Type II - stoten stijgt een storing op met een snelheid van 1000 à 2000 km/sec. (een schokgolf ?)

Bij de Type III - stoten stijgt een storing op met een snelheid van ca. 100.000 km/sec. (snelle electronen).

De zonnevlammenactiviteit staat ook in fig. I, 89 aangegeven. De breedte is hier een maat voor de activiteit.

Tijdens het hoogtepunt van een activiteitscentrum kunnen er een paar zonnevlammen per dag optreden. Zonnevlammen zijn buitengewoon felle verschijnselen. Bij een zeer sterke zonnevlam komt ongeveer  $10^{32}$  erg vrij.

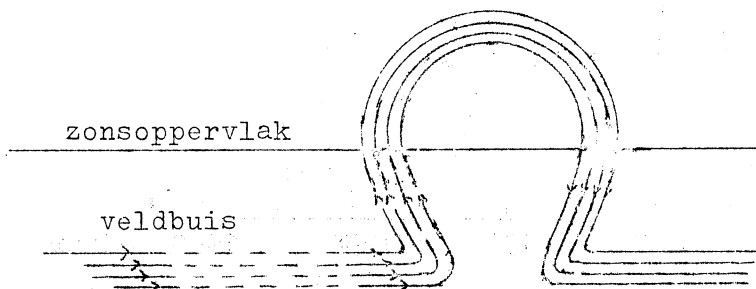


fig. I, 91

Veel verschijnselen in activiteitscentra zijn nog niet begrepen.

Voorznl zonnevlammen zijn nog raadselachtige verschijnselen. De primaire oorzaak van een activiteitscentrum is stellig het magneetveld.

Het bipolaire karakter van een activiteitscentrum heeft de volgende hypothese gesuggereerd: Om de één of andere reden bevinden zich magnetische "veldbuizen" onder het zonsoppervlak. Zulke buizen zijn niet stabiel: zij hebben de neiging tot opstijgen, zodat de uitbocht van fig. I, 91 ontstaat.

#### § I, 22. DE CYCLUS VAN ZONNEACTIVITEIT.

Om de zonne-activiteit n.a.v. de zonnevlekken quantitatief te kunnen beschrijven heeft men ingevoerd het zonnevlekken-relatiefgetal R:

$$R = k(10g + f),$$

waarin g = aantal vlekkgroepen, f = aantal vlekken en k = een constante, afhankelijk van de kijker en de kwaliteit van het zonsbeeld. Indien we R uitzetten tegen de tijd (in jaren), dan ontstaat fig. I, 92.

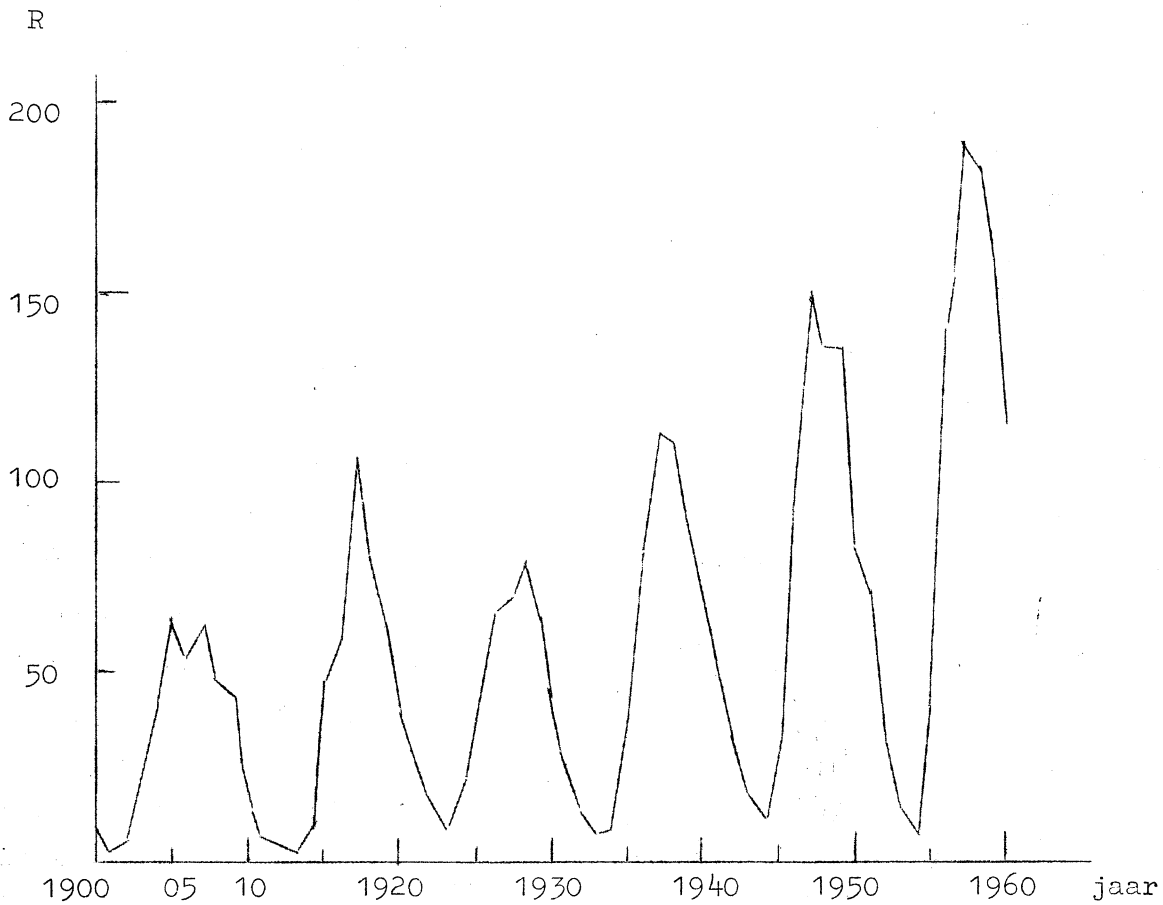


fig. I, 92

Deze grafiek hebben we met vrij grote zekerheid kunnen tekenen voor het tijdvak vanaf 1610 tot heden.

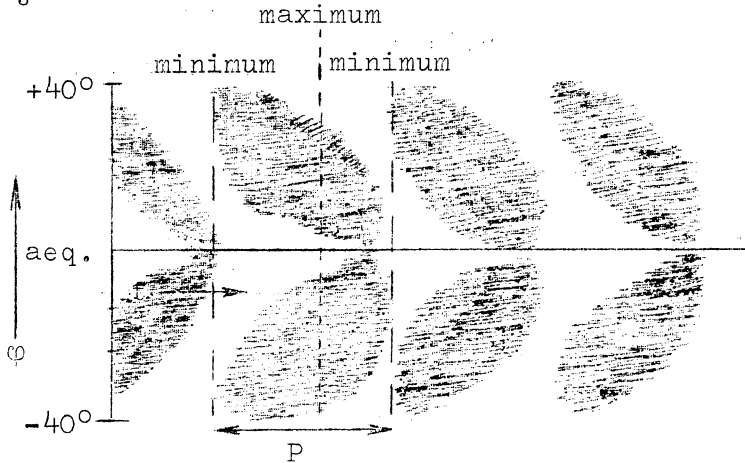
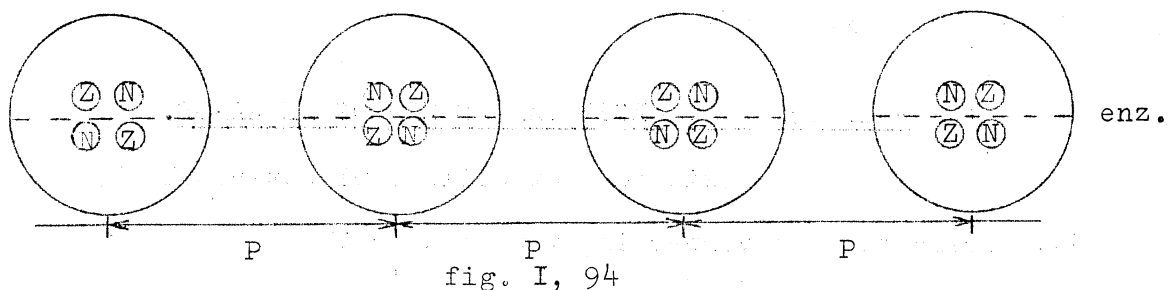


fig. I, 93  
vlinderdiagram.

We zien dat met een gemiddelde periode  $\bar{P} = 11,1$  jaar telkens een maximum (minimum) optreedt. (Uitersten: 7 en 17 jaar).

Indien we de heliografische breedte  $\varphi$ , waarop de zonnevlekken zich bevinden, uitzetten tegen de tijd, dan krijgen we een vlinderdiagram (fig. I, 93).

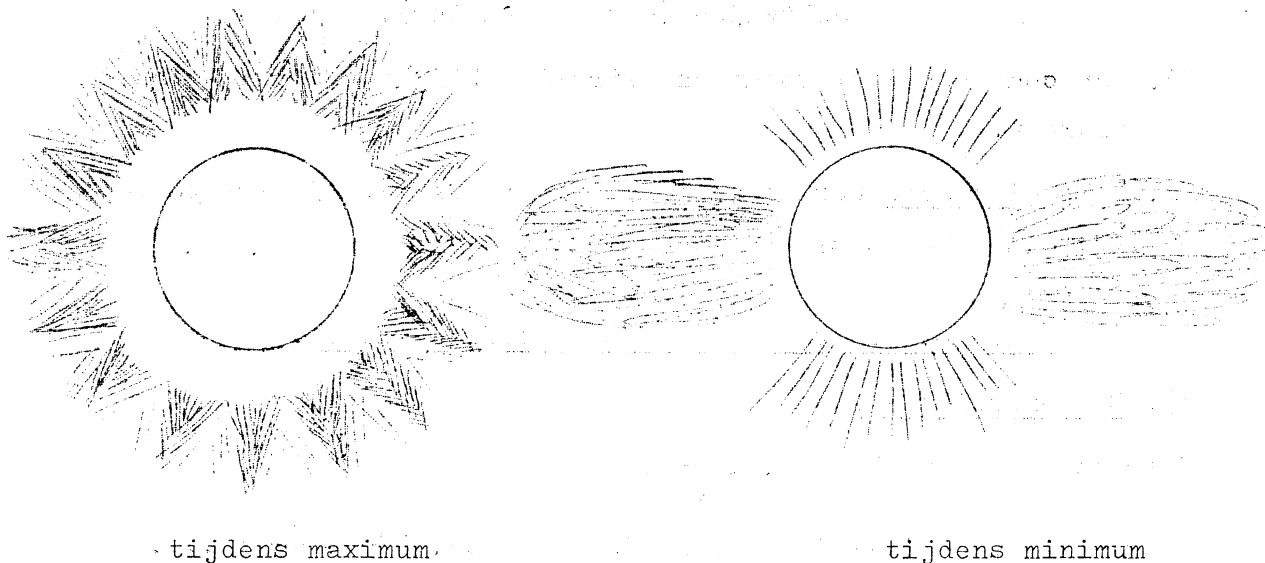
De leidende en volgende vlek hebben tegengestelde magnetische polariteit (§ I, 15 d). Voorts blijken de leidende vlekken op het noordelijk en zuidelijk halfroond t.o.v. elkaar ook tegengestelde polariteiten te hebben (met de volgende vlekken is dit dus ook het geval). Na elk zonnevlekkenminimum slaan voorts alle polariteiten om (fig. I, 94).



Indien we ook op de polariteitswisseling letten, dan hebben we dus niet met een 11-jarige, maar met een 22-jarige periode te doen.

Aan deze 11-jarige cyclus nemen bovendien deel: Fakkels, protuberansen, zonnevlammen, radiostraling (langzaam variabele component) en de coronavorm.

Bij een zonnevlekkenmaximum is de corona cirkel-symmetrisch met uitlopers, en bij een minimum heeft deze aequatoriale uitlopers en duidelijke poolbundels. Bij een maximum geeft het spectrum vooral de groene coronalijn, hetgeen duidt op een hoge temperatuur. Bij een minimum zien we vooral de rode lijn (lagere temperatuur).



Het polaire magneetveld.

Het magneetveld is aan de polen zwak en brokkelig. De fluctuatie is daar minder dan 10 oersted, terwijl de gemiddelde fluctuatie minder dan 1 oersted is. De polariteit aan de pool slaat ongeveer om tijdens maximale zonnevlammenactiviteit.

De totale energieproductie van de zon (de zonneconstante) hangt niet van de zonnecyclus af.

§ I, 23. INVLOEDEN VAN DE ZON OP DE AARDE.

(zie ook het college planetenstelsel)

- 1). Verlichting en verwarming van de aarde.
- 2). UV-straling. Hierdoor wordt vitamine D gevormd; Zorgt ook voor de ionosfeerlagen, belangrijk voor het radioverkeer.
- 3). Extra (zachte) röntgenstraling tijdens zonnevlammen. Hierdoor wordt een sterke ionosfeerlaag op 60 km hoogte gevormd, welke radiostraling absorbeert. De vorming geschiedt direct, dus alleen aan de dagzijde van de aarde.
- 4). Deeltjesemissie, onder te verdelen in:
  - a). De zonnwind ( $v \approx 400$  km/sec.). De deeltjesdichtheid wordt groter tijdens maximale zonne-activiteit.
  - b). Deeltjes met  $v \approx 2000$  km/sec., optredend tijdens zonnevlammen. Ze veroorzaken geomagnetische stormen en poollicht, ook aan de nachtzijde (met vertraging).
- 5). Een component van kosmische straling bij zeer sterke zonnevlammen.
- 6). De biologische werking, die ongeveer een 11,2-jarige periode vertoont (nogal hypothetisch).

§ I, 24. DE ZON EN DE RELATIVITEITSTHEORIE.

- a). De Mercuriusbaan.

Volgens Newton is  $F = GM.m. \frac{1}{r^2}$ .

Volgens de relativiteitstheorie is  $F = GM.m. \left( \frac{1}{r^2} + \frac{\alpha}{r^4} + \dots \right)$ .

Volgens de relativiteitstheorie ligt de richting van de lange as van de Mercuriusbaan niet vast. Deze planeet moet een rozetvormige baan beschrijven. Inderdaad heeft men een periheliumverplaatsing van 43'' per eeuw gevonden, volgens verwachting.

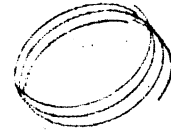


fig. I, 96  
rozet

(Bij de andere planeten moet dit effect ook gelden, doch in onwaarneembare mate).

b). De roodverschuiving van de spectraallijnen.

De energie van een foton is  $E = h\nu$  (Planck). De massa van een foton is

$$m = \frac{E}{c^2} \text{ (Einstein)} = \frac{h\nu}{c^2}.$$

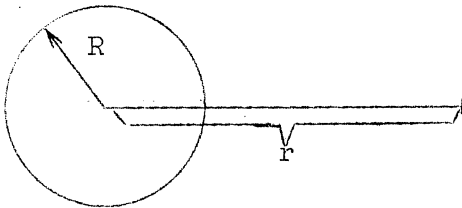


fig. I, 97

Om aan het gravitatieveld van de zon te ontsnappen verliest het foton aan energie:

$$- \int_R^{\infty} GM_{\odot} \frac{m}{r^2} dr = - \frac{GM_{\odot}}{R} m = - \frac{GM_{\odot}}{R} \cdot \frac{h\nu}{c^2} \approx 10^{-6} \nu.$$

De frequentie wordt verlaagd tot  $\nu'$ ,

zodat  $(E =) h\nu' = h\nu - \frac{GM_{\odot}}{R} \cdot \frac{h\nu}{c^2}.$

De golflengte  $\lambda'$  na ontsnapping is daarom groter dan  $\lambda$ . B.v. bij  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$  bedraagt de roodverschuiving  $\Delta\lambda = 0,005 \text{ \AA}$ . Men heeft deze verschuiving inderdaad waargenomen.

c). Afbuiging van lichtstralen.

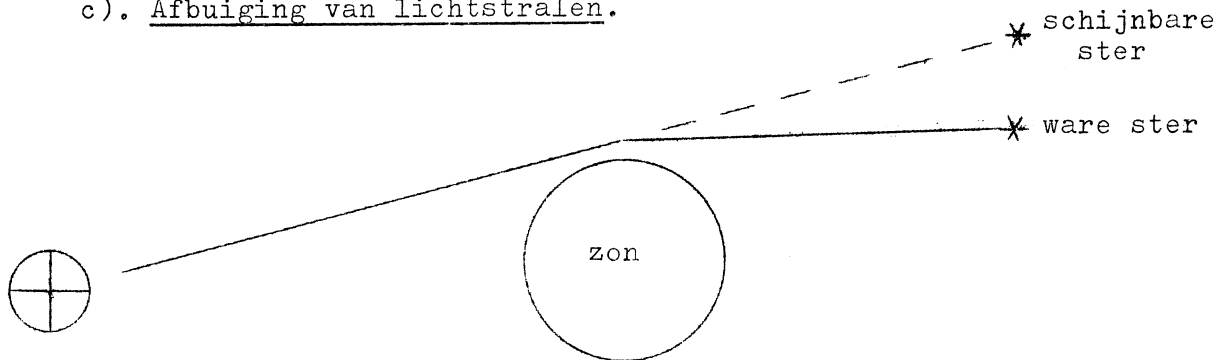


fig. I, 98

Indien de fotonen massa bezitten, dan moeten de lichtstralen van sterren, die vlak langs de zonsrand de aarde bereiken, door de zon een weinig worden afgebogen. Men heeft dit tijdens een totale zoneclips

kunnen waarnemen, daar de sterren, die dan dicht bij de rand van de zon staan, een weinig van plaats veranderd zijn, ten bedrage  $1'',75/r$  (r uitgedrukt in  $r_{\odot}$ ).



## II. DE STERREN.

### § II, 1. INLEIDING.

Met het blote oog kunnen we onder goede omstandigheden maximaal 2500 sterren waarnemen aan het zichtbare hemelhalfrond. Over de gehele hemel zijn 7000 met het blote oog waarneembaar.

Met een veldkijker is het aantal waarneembare sterren 50.000, met een 25 cm-kijker is dit aantal  $14 \cdot 10^6$  en met een 250 cm-kijker ca.  $300 \cdot 10^6$ .

Bij fotografie neemt het aantal waar te nemen sterren nogmaals met een grote factor toe.

Het is duidelijk dat het volledige materiaal veel te omvangrijk is om te bewerken. Steeds staat men voor één van de volgende problemen:

- 1). Het nemen van goede steekproeven, voor uitspraken van statistische aard.
- 2). Het selecteren van (zeldzame) objecten van een bijzonder type.

### § II, 2. STERREBEELDEN EN STERAANDUIDINGEN.

Omstreeks 3000 v.C. vonden in Mesopotamië de eerste naamgevingen aan de sterrebeelden plaats, vooral veel dierennamen. Dit ontwikkelde zich van hieruit naar Griekenland en naar India. Deze naamgevingen geschieden allen aan het Noordelijk halfrond.

Aan het Zuidelijk halfrond werden namen aan sterrebeelden gegeven door ontdekkingsreizigers (w.o. Plancius, De Houtman, Keizer, enz.).

Zo zijn er 88 sterrebeelden (zie WANDERS: Sterrekunde, § 15).

De sterrebeelden worden afgekort in drie letters:

B.v. Orion = Ori, Grote Beer = Ursa Maior = UMa.

De begrenzingen van de sterrebeelden lopen langs declinatie- en parallelcirkels.

#### Steraanduidingen:

a). Individuele sterrenamen (vooral bij de Arabieren), b.v. Aldebaran, Mizar, Alcor.

Ook Latijnse namen. b.v. Capella, Bellatrix.

b). Daarna met Griekse letters (volgende rarrionalisatie), b.v.  $\alpha$  Ori (Betelgeuze),  $\beta$  Ori (Rigel),  $\gamma$  Ori (Bellatrix),  $\delta$  Ori enz. Na de Griekse letters kan men Latijnse gebruiken, daarna nummers, b.v. 34 Ori.

c). Catalogusnummers, b.v.

HD .... = ster nr .... uit de Henry Draper Catalogue

BD .... = ster nr .... uit de Bonner Durchmusterung.

d). Met de coördinaten  $\alpha$  en  $\delta$ .

### § II, 3. STERREKAARTEN EN CATALOGI.

De catalogi bevatten tenminste de positie ( $\alpha$  en  $\delta$  of l en b) en de helderheid.

De oudste lijst van 1025 sterren is opgenomen in de Almagest van (Hipparchos en) Ptolemaeus (137), Deze is nog van belang voor de precessie e.d.

#### Moderne catalogi.

##### A. "Durchmusterungen" :

Deze geven vrij ruwe posities (opgenomen m.b.v. verdeelde cirkels van een parallactisch opgestelde kijker), voldoende voor identificatie. Ze lopen tot een zekere grensmagnitude. (voor magnituden zie § II,4).

Voorbeelden:

Bonner Durchmusterung (1862, door Argelander met twee helpers in 7 jaren voltooid!), bevattende ruim 324.000 sterren, magnituden  $\leq 9^m,5$ ;  $-2^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$ ;  $\alpha$  nauwkeurig op 1 sec.;  $\delta$  nauwkeurig op 6 ".

Deze catalogus is ingedeeld in stroken, waarvan  $\delta 1^\circ$  breed is. BD 52°. 137 betekent: Ster no. 137 in de strook met  $52^\circ \leq \delta \leq 53^\circ$ .

Er bestaan verschillende aanvullende Durchmusterungen voor de zuidelijke hemel.

##### B. Fundamentele catalogi.

Deze geven de positiebepalingen met de meridiaankijker (zie college planetenstelsel) voor een beperkt aantal sterren na correcties voor refractie, aberratie, parallax en nutatie (zie college planetenstelsel en § II, 5).

Er blijven over: de seculaire veranderingen (langzaam en regelmatig), te

weten de precessie (zie college planetenstelsel) en de eigenbeweging (§ II, 7).

$\alpha$  en  $\delta$  zijn opgegeven voor een bepaald tijdstip (Epoche), b.v. voor "aequinoctium 1900,0". Bij elke ster is  $\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$  en  $\frac{\Delta\delta}{\Delta t}$  t.g.v. de precessie en de eigenbeweging (afk. e.b.) opgegeven, zodat  $\alpha$  en  $\delta$  voor elk ander tijdstip te berekenen zijn.

Voorbeelden:

De FK3 : Dritter Fundamentalkatalog der A.G. (Astronomische Gesellschaft), bevattende 925 sterren.

Kort geleden is ook FK4 verschenen.

### C. Differentiële catalogi

Deze zijn aangelegd naar opnamen met een astrograaf (fotografische refractor met groot veld zonder veel vertekening). Op platen, waarop tenminste 3 referentiesternen voorkomen, die fundamenteel gemeten zijn (zie B) kan men nu m.b.v. een meetapparaat  $\alpha$  en  $\delta$  van een groot aantal sterren differentiël bepalen. (b.v. fig. II, 1).

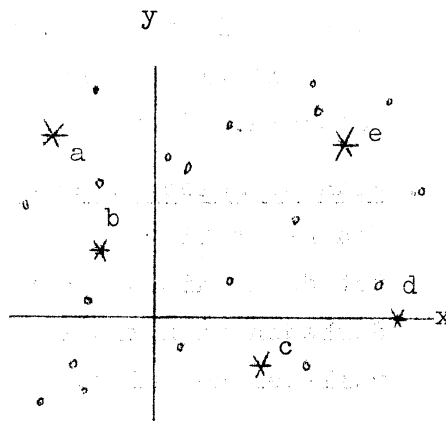


fig. II, 1

Zeer vele metingen, onder B en C genoemd, zijn verwerkt in de: a, b, c, d en e zijn referentiesternen; x en y zijn kruisdraden.

### General Catalogue van Boss,

bevattende 33342 sterren. Deze is volledig voor alle sterren met magnituden  $\leq 7^m$ , en is ontstaan uit kritische verwerking van waarnemingen, verricht tussen 1750 en 1925. Hij geeft ook de spectraaltypen (§ II, 11).

### D. Speciale catalogi,

waarin objecten volgens bepaalde criteria zijn opgenomen, b.v. fotometrie, spectra, radiële snelheden, dubbelsterren, veranderlijke sterren, nevels, radiobronnen, enz. Enkele voorbeelden zullen verderop in dit college worden genoemd.

### E. Kaarten en "plannen".

- 1). Franklin-Adams-kaarten. Hier is de gehele hemel tot de magnitude  $16^m$  op fotografische platen vastgelegd (door een amateur !).

- 2). Mount Palomar Sky Survey. Voor  $\delta > - 33^\circ$  is de gehele hemel vastgelegd in rood en in blauw licht tot de magnitude  $20^m$  à  $21^m$ . De opnamen zijn gemaakt met de 120 cm Schmidt-telescoop. Op verschillende sterrewachten liggen enorme collecties platen, die maar zeer gedeeltelijk uitgegeven zijn, o.a. in Harvard (de gehele hemel vele malen) en op Mt.-Wilson/Palomar.
- 3). Carte du Ciel. (begin werd gemaakt in 1887). Een coöperatie van een groot aantal sterrewachten. Sterren tot de magnitude  $14^m$ . Uniforme procedure; dezelfde astrografen; telkens drie beeldjes op één plaat om plaatfouten te kunnen elimineren; een dradennet over de plaat i.v.m. vertekening bij reproductie.  
Dit plan is nog niet af; het wordt op vereenvoudigde wijze voltooid.
- 4). Plan of selected areas. (voorstel van Kapteyn in 1905). Men heeft hier 206 velden van  $3,5 \times 3,5$  uitgezocht. Alle sterren tot de magnitude  $16^m$  worden hier bepaald. De posities en de helderheden zijn klaargekomen; de spectra, radiële snelheden en parallaxen nog niet.

#### § II, 4. STERHELDERHEDEN.

- a). Het verband tussen magnitude (grootteklasse) en verlichtingssterkte.

De schijnbare helderheid is een functie van de verlichtingssterkte op het netvlies.

Hipparchos en Ptolemaeus deelden de sterren reeds in in 6 magnituden (in de Almagest).

We nemen ten gevolge van de scintillatie van sterren "lichtbergen"

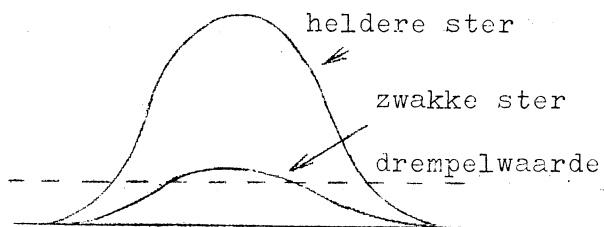


fig. II, 2

waar. Doordat ons oog (fotografische plaat) pas licht waarneemt boven een bepaalde drempelwaarde, zal daarom een heldere ster relatief groter lijken dan een zwakke ster.

Men had de grootteklassen  $0^m, 1^m, 2^m, \dots, 6^m$  voor de met

het blote oog zichtbare sterren, waarbij  $0^m$  overeenkomt met de grootste helderheid.

In de vorige eeuw bleek, dat de grootteklasse omgekeerd evenredig is met de logaritme van de verlichtingssterkte, in overeenkomst met de wet van Weber-Fechner:

$$S = c \log R,$$

waarin S de mate van zintuiglijke indruk, en R een maat voor de fysische prikkel is; c is een constante.

Op grond van deze wet heeft men nu de magnitudenschaal gerationaliseerd. Men heeft bepaald, dat een verschil van  $5^m$  overeenkomt met een factor 100 in verlichtingssterkte.

Dus  $a^5 = 100$ ,  $a = 2,512$  en  $\log a = 0,4000 \dots$

De volgende twee reeksen komen dus overeen:

$m = \dots\dots\dots$	$-1^m$	$0^m$	$1^m$	$2^m \dots\dots\dots$
verlichtingssterkte = ..	2,5	1	$(2,5)^{-1}$	$(2,5)^{-2} \dots\dots$

Opmerking: In het geluid heeft men een gelukkiger keuze gedaan. Als  $a = 10$ , dan is het verschil in luidheid 1 bel.

Voorbeelden van magnituden:

Wega:	$0^m$	Sirius:	$-1^m,6$
Aldebaran:	$1^m$	Zon:	$-26^m,72$
Altaïr:	$1^m$	Volle maan:	$-12^m,6$

Indien we nu twee sterren met magnituden m en n hebben, en hun verlichtingssterkten zijn resp.  $l_m$  en  $l_n$ , dan geldt:

$$\frac{l_m}{l_n} = (2,512)^{n-m} \quad (\text{let op het teken van de exponent !}).$$

Dus:  $\log \frac{l_m}{l_n} = 0,4(n-m)$

Dit is slechts een relatief verband. Men heeft een standaard nodig. Hiertoe gebruikt men de International Polar Sequence (een groep sterren rondom de pool met bekende magnituden). De poolster zelf heeft men een helderheid  $2^m,12$  toegekend.

Opgaven:

1. Een veranderlijke ster variëert van  $7^m,2$  naar  $9^m,3$ . Wat is de

verhouding in de lichtsterkten ?

2. Van een dubbelster zijn beide componenten  $5^m,0$ . Wat is de grootte-klasse van de dubbelster als geheel ? (antw:  $4^m,25$ ).
3. De uiterste waarden van de magnituden die men met een kijker kan waarnemen zijn  $-26^m,72$  (zon) en  $+22^m,0$  (zeer zwakke ster). Wat is de verhouding der lichtsterkten, welke men met deze kijker kan waarnemen ?

b). Bepaling van de helderheden geschiedt visueel, fotografisch, of foto-electrisch.

1). Visuele fotometrie.

Fundamentele metingen; b.v. met de fotometer van Zöllner.

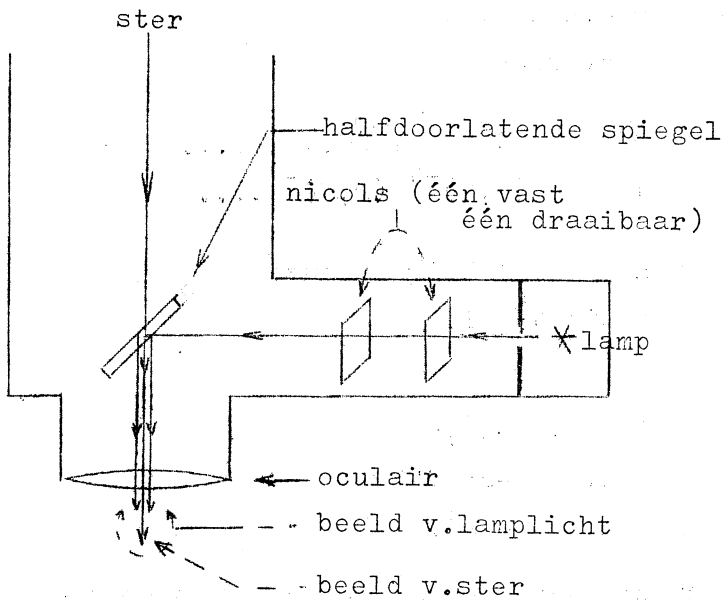


fig. II, 3  
fotometer van Zöllner.

We draaien de draaibare nicol net zolang tot de beeldjes van het lamplicht even helder zijn als het sterbeeldje. De hoek, waarover we de nicol moeten draaien is een maat voor de helderheid.

Een schaal kan b.v. met de poolster worden vastgelegd.

Bij dit apparaat treden de volgende complicaties op:

\*) Het beeld van het gaatje is anders dan dat van de ster. De ster scintilleert. Het gloeilampje is roder.

\*\*) De doorzichtigheid

van de dampkring kan variëren.

Differentiële metingen.

Stel a, b, c en d zijn referentiesternen, waarvan de helderheid bekend is (fig. II, 4). Stel nu, dat voor de helderheden geldt dat  $c < v < d$ , en dat naar schatting  $v \frac{3}{2}$  keer zo dicht bij c ligt als bij d.

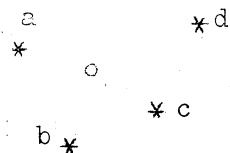


fig. II, 4

We noteren dit dan als

$$c \ 2 \ v \ 3 \ d.$$

Dus dan is  $\Delta m$  van c-v gelijk aan  $\frac{2}{5} \Delta m$  van c-d. Op een dergelijke manier is een nauwkeurigheid te bereiken van  $0,05^m$ .

2). Fotografische fotometrie.

Fundamentele metingen.

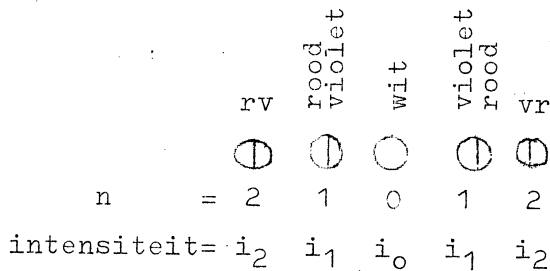


fig. II, 5

$$\frac{i_n}{i_0} = \frac{\sin^2 \left( \frac{a}{a+d} n\pi \right)}{\left( \frac{a}{a+d} n\pi \right)^2}$$

Indien we zorgen, dat  $a=d$ , dan is

$$\frac{i_1}{i_0} = \frac{4}{\pi^2} = 0,4.$$

Dit komt overeen met  $\Delta m = 1^m$ .

$i_2/i_0 = 0$  (ga na!);  $i_3/i_0 = \dots$  ?

Door vergelijking van de verschillende sterbeeldjes (in verschillende orden) zijn alle

helderheden door interpolatie en

extrapolatie aan elkaar te verbinden (methoden voor vergelijking: zie onder, differentiële metingen). Alle magnituden liggen geheel vast, zodra één normering is afgesproken.

Als standaard is de International Polar Sequence opgesteld, die 300 sterren met hun fotovisuele en hun fotografische magnituden bevat. Voor dat doel zijn verschillende kijkers en fotometrische methoden gebruikt.

Men heeft ook nog hulpstandaarden, b.v. de Pleiaden.

b.v. met een objectieftralie. We krijgen dan als primair beeldje ( $n=0$ ) natuurlijk een wit beeldje. Aan weerszijden krijgen we de beeldjes van hogere orden, die elk een zeer gedrongen spectrum te zien geven (fig. II,5).

Als  $a$  de afstand tussen twee traliedraden en  $d$  de dikte van een traliedraad is, dan geldt:

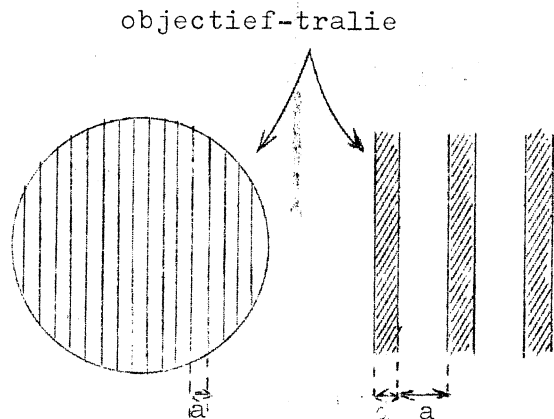


fig. II, 6

Differentiële metingen:

- \*) Visuele schattingen, doch nu niet van de hemel, doch van de plaat (systeem: b.v. a 3 v 2 b).
- \*\*) Men meet de beelddiameters. Men maakt een ijkgrafiek m.b.v. enkele standaardsterren op de plaat die het verband aangeeft tussen de diameter en de magnitude, waarna men uit gemeten beelddiameters de magnituden van de overige sterren bepaalt (fig. II, 7).

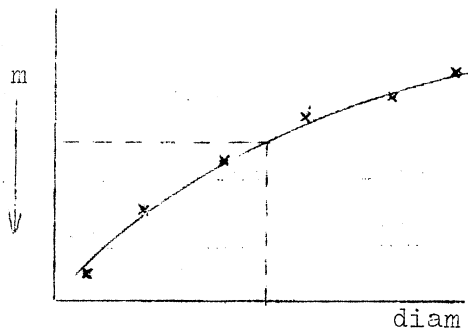


fig. II, 7

De fotometer van Schilt.

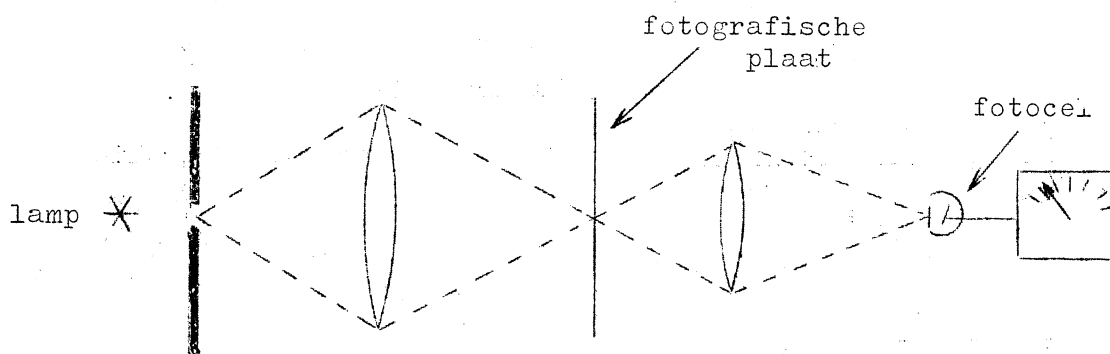


fig. II, 8  
fotometer van Schilt.

De fotografische plaat met de sterbeeldjes schuift hier door de lichtbundel. Zo wordt dus de totale ondoorzichtigheid van het sterbeeldje gemeten.

M.b.v. standaardsterren stelt men een ijkgrafiek samen van het verband tussen uitslag en magnituden.

Om de nauwkeurigheid te vergroten werkt men extra-focaal, d.w.z. de fotografische plaat wordt iets buiten het brandvlak geplaatst. De sterbeeldjes worden dan homogene cirkelvormige vlekjes.

Volgens bovenstaande methoden zijn van honderdduizenden sterren fotografische magnituden gemeten (tot ca.  $19^m$ ). De meetnauwkeurigheid kan tot  $0,01^m$  bedragen.



3). Foto-electrische fotometrie.

Hiervoor gebruikt men fotocellen en fotomultiplicatorbuizen (photomultipliers). De intrinsieke nauwkeurigheid is  $0,^{m}001$ . Een nadeel echter is dat deze methode minder gevoelig is dan de fotografische plaat, waarbij men immers zeer lange belichtingstijden kan kiezen.

4). Bolometrische fotometrie.

Hiervoor gebruikt men het thermo-element, de bolometer of de radiometer (zwartgemaakt). Hiermee wordt alle door de dampkring doorge- laten straling gemeten. De methode is ongevoelig (zelfs met grote kij- kers niet verder dan  $6^m$ ).

5). Verschillende magnitudestelsels en kleurindices.

Men heeft de volgende magnituden:

- \*) Visuele magnituden
- \*\*) Verschillende fotografische magnituden (aard is afhankelijk van verschillende emulsies en verschillende filters).
- \*\*\*). Verschillende foto-electrische magnituden (afh. van verschillen- de fotogevoelige lagen en verschillende filters).
- \*\*\*\*). Radiometrische (ook wel eens bolometrische of thermische) magnituden. De dampkring werkt hier als filter. Men reduceert de metingen tot denkbeeldige meting in het zenith (niet eenvou- dig ! Vgl. het probleem bij de zonneconstantè).
- \*\*\*\*\*). Bolometrische magnituden (na correctie voor extinctie door de dampkring) buiten de dampkring.

Voor elk stelsel moet een eigen standaard worden gedefiniëerd.

Voor elk blijft echter gelden: Een factor 100 in de verlichtingssterkte komt overeen met 5 magnituden, en dus ook de formules aan het begin van deze paragraaf.

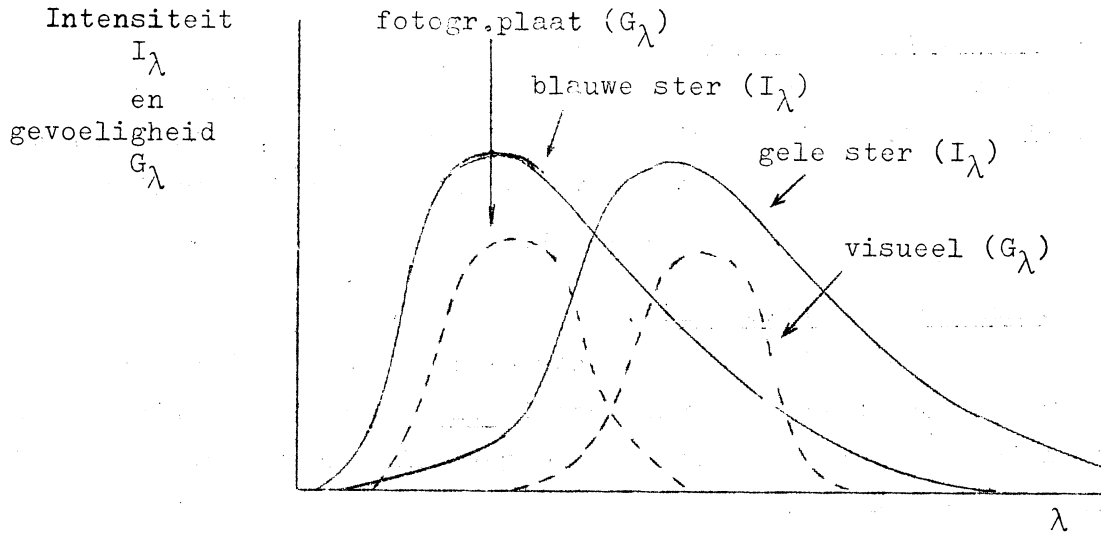


fig. II,9

We vergelijken nu de visuele met de fotografische magnitudo. ("De" fotografische magnitudo is die van een ouderwetse fotografische plaat, d.w.z. met maximale gevoeligheid in het blauw-violet).

Uit fig. II,9 blijkt, dat een fotografische plaat een blauwe ster veel helderder zal "zien" als een gele ster, terwijl het visueel net andersom is.

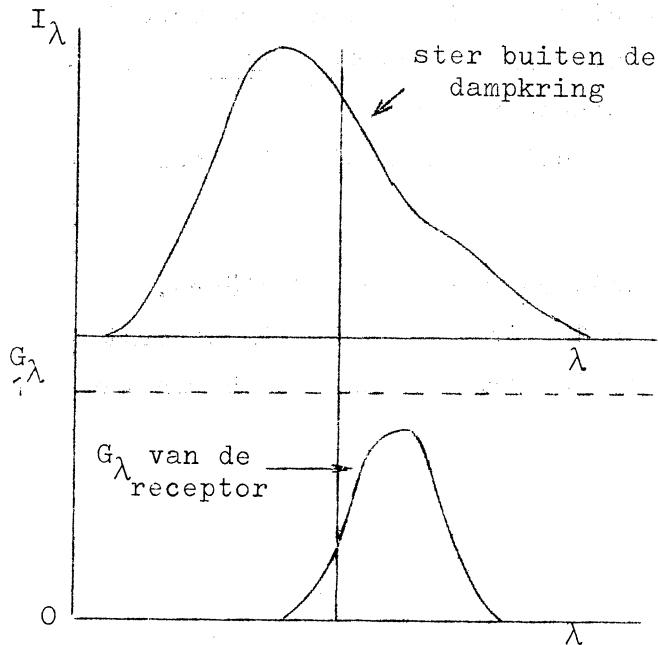


fig. II,10

Uit fig. II,10 volgt, dat de gemeten helderheid gelijk is aan:

$$= \int_0^{\infty} I_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda,$$

waarin  $G_{\lambda}$  de gevoeligheidsfactor (kortweg: gevoeligheid) is, met dus  $0 \leq G_{\lambda} \leq 1$ .

$G_{\lambda}$  is afhankelijk van de spectrale gevoeligheid van de receptor (+ filter) en van de doorlating van de dampkring + kijker.

In fig. II,11 is van enkele receptoren de  $G_\lambda$ -kromme gegeven: De Cesium-Antimoon-fotocel, de fotografische plaat, het oog en de bolometer buiten de dampkring.

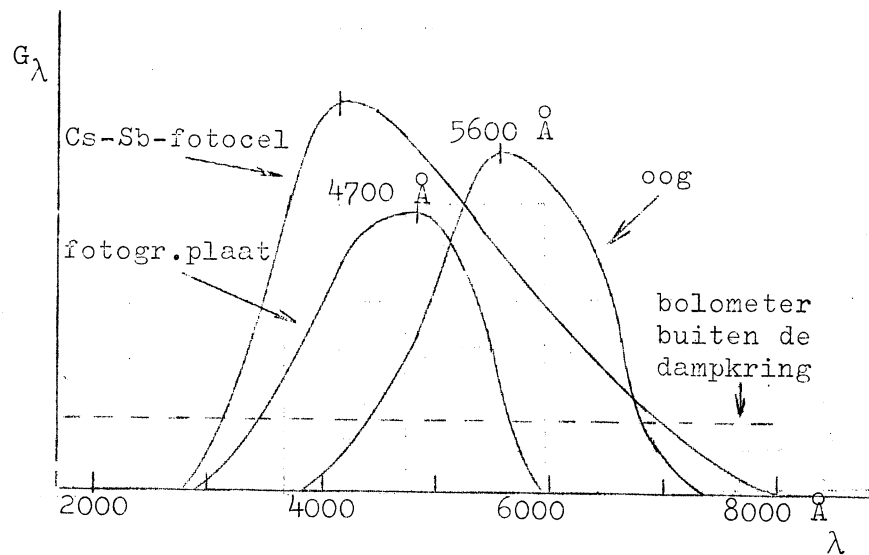


fig. II,11

Visuele metingen worden tegenwoordig vervangen door fotovisuele metingen, dat zijn fotografische opnamen op orthochromatische fotografische platen met geelfilter. Deze hebben vrijwel dezelfde gevoeligheid als het oog. Ook wordt wel gebruikt de fotocel met een bepaald geelfilter. De definitie van en de formules voor magnituden, zoals die aan het begin van deze paragraaf gegeven zijn, zijn geldig voor elke combinatie (receptor + filter) afzonderlijk. Voor elke combinatie moet echter nog een eigen normering worden afgesproken.

De kleurindex is het verschil van de fotografische en de fotovisuele magnitude, dus:

$$c.i.(\text{color index}) = m_{\text{fot.}} - m_{\text{vis.}}$$

Per definitie heeft men gesteld, dat deze kleurindex = 0 voor een A0-ster (voor A0-ster; zie § II,11).

De kleurindex loopt van - 0,3 (blauwwitte ster) tot + 2,0 (rode ster).

De kleurindex is dus een maat voor de helderheidsverhouding in twee golflengtegebieden (en deze verhouding is weer een maat voor de temperatuur van de ster; zie § II,11c). De kleurindex loopt van - 0,3 (blauwwitte ster) tot 2,0 (rode ster).

De bolometrische index is als volgt gedefiniëerd:

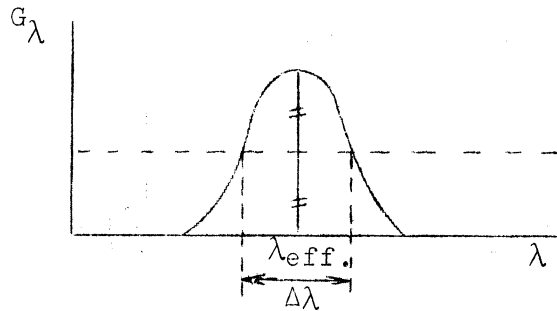
$$\text{bolom. index} = m_{\text{bol.}} - m_{\text{vis.}} \quad (\text{of omgekeerd}).$$

Om meer gegevens omtrent de samenstelling van het sterlicht te

verkrijgen past men veelkleurenfotometrie toe, b.v.

3-kleurenfotometrie: Het U-B-V-systeem, zoals in onderstaande tabel staat aangegeven, te verkrijgen met fotocel of fotografische plaat + filters.

	$\lambda_{\text{eff.}}$	$\Delta\lambda$
"Ultraviolet" (U)	3500 Å	700 Å
"Blue" (B)	4350	970
"Visual" (!) (V)	5550	850



De effectieve golflengte  $\lambda_{\text{eff.}}$  en de halfwaardebreedte van een receptor + filter(s)

fig. II,12

Belangrijke kleurindices zijn:

$$B - V \approx \text{c.i.} (\equiv 0 \text{ voor een AO-ster})$$

$$U - V (\equiv 0 \text{ voor een AO-ster}).$$

Men kan het U-B-V-systeem nog uitbreiden door er aan toe te voegen R (red: 6800 Å) en I (infra-red: 8250 Å).

Veel wordt ook toegepast de 6-kleurenfotometrie ( $3500 \text{ \AA} < \lambda < 9000 \text{ \AA}$ ).

Op het ogenblik is men de veelkleurenfotometrie sterk aan het uitbreiden (de fysische betekenis komt in § II,11c nader aan de orde).

### § II,5. AFSTANDBEPALING TOT DE STERREN - DE JAARLIJKSE PARALLAX.

In fig. II,13 liggen de punten  $A_1$  en  $A_2$  precies een half jaar uit elkaar. De achtergrondster  $S_2$  wordt zo ver weg verondersteld, dat de richtingen, waaronder deze ster in  $A_1$  en  $A_2$  gezien wordt praktisch evenwijdig lopen. De dichterbij gelegen ster  $S_1$  wordt van  $A_1$  en van  $A_2$  uit in ietwat verschillende richtingen gezien. De hoek  $\angle A_1 S_1 A_2$  is een maat voor dit "verschilzicht". De halve hoek  $p = \angle Z S_1 A_2$  wordt de (jaarlijkse) parallax van de ster  $S_1$  genoemd, ofwel:

De parallax van een ster is de hoek, waaronder van die ster uit de perspectivisch onverkorte straal van de aardbaan gezien wordt (wij zien

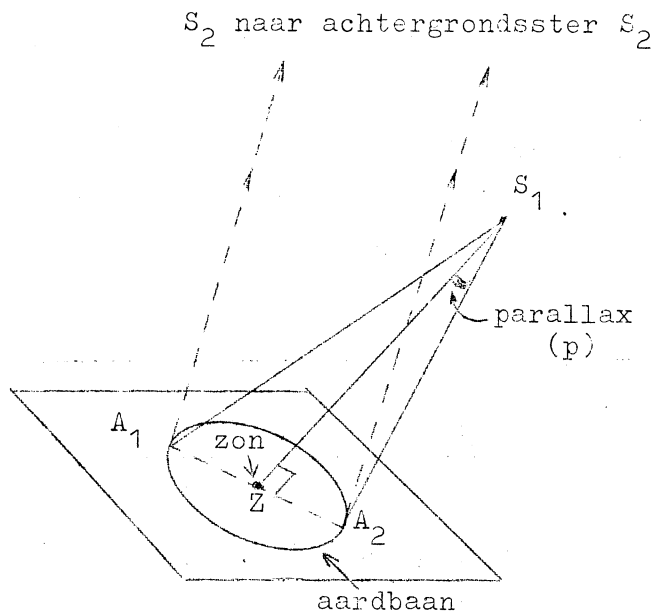


fig. II,13

af van de ellipticiteit van de aardbaan.

$$\text{Aangezien } p = \frac{ZA_2}{ZS_1} \text{ rad,}$$

is de parallax een omgekeerde maat van de afstand  $ZS_1$ .

Bessel (1840), Struve en Henderson voerden als eersten parallaxmetingen uit.

Voor parallaxbepalingen is het van belang sterren te kiezen, die niet ver weg staan. Men moet dus

selectie-criteria aanwenden. Als zodanig zouden we kunnen gebruiken:

- a). De helderste sterren.
- b). Sterren met grote eigenbeweging (§ II,7).
- c). Dubbelsterren met een kleine periode doch een grote hoekafstand.

a) blijkt een ongelukkig criterium, want de helderste sterren behoeven nog niet altijd de meest nabije te zijn (zie b.v. § II,6).

b) en c) zijn bruikbare criteria.

Opgave: (Na bestudering van § II,21): Verklaar de achtergrond van criterium c.

In 1900 waren er 60 parallaxen bepaald, in 1962 was dit aantal gegroeid tot 6500.

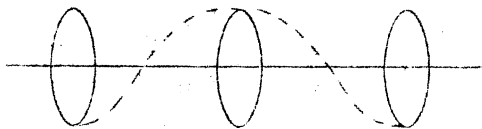


fig. II,14

Tegenwoordig gaat men doorgaans fotografisch te werk. Men maakt dan tenminste 3 keer om het half jaar een opname. Door deze drie waarnemingen zijn de parallactische ellips en de eigenbeweging van

de ster van elkaar te scheiden (fig. II,14).

$p$  is slechts dan redelijk meetbaar als  $p > 0,002$ . De fouten in de gemiddelde waarden bedragen  $0,001$  à  $0,01$  (3000 sterren).

Een parallax wordt altijd relatief, t.o.v. achtergrondsterren, gemeten, dus voor de ware parallax geldt:

$$p = p_{t.o.v.achtergrond} + \bar{p}_{achtergrond}.$$

Indien men een negatieve parallax meet zijn of de meetfouten te groot of de ster staat verder weg dan de achtergrondsterren.

Enkele naaste burens:

Ster	p	afst.(pc)
$\alpha$ Centauri	0,751	1,3 pc
Ster v. Barnard	0,538	1,9
Sirius	0,375	2,7

p	aantal
$p > 0,4$	3
$0,3 < p < 0,4$	7
$0,2 < p < 0,3$	14

1). 1 radiaal = 206265", dus als de parallax p is, dan is de afstand:

$$\frac{1}{p(\text{rad.})} = \frac{206265}{p(")} \text{ AE}$$

2). De parsec (parallax-seconde) is de afstand die overeenkomt met een parallax van één boogseconde, afgekort pc.

De afstand van een ster met een parallax p is dus  $\frac{1}{p(")} \text{ pc}$ .

3). Een lichtjaar is de afstand, die het licht in één jaar aflegt.

1 pc = 3,26 lichtjaar. (schilderachtige maat voor populaire verhandelingen).

Bij afstanden > 100 pc is de bovengenoemde parallaxbepaling zeer onnauwkeurig. Deze methode is echter één van de zeer weinige fundamentele methoden. Wij zullen nog methoden leren kennen, die verder reiken in de ruimte. De meeste hiervan moeten echter geijkt worden.

Opgave: (Na bestudering van het dictaat): Maak een lijst van de verschillende methoden om afstanden tot sterren te meten. Vergelijk de beperkingen, de betrouwbaarheid en de nauwkeurigheid. Ga voor elke methode na of deze fundamenteel is of dat deze geijkt moet worden (hoe?).

### § II,6. ABSOLUTE HELDERHEDEN.

Om de intrinsieke helderheid van een ster te kennen moet de afstand in rekening worden gebracht.

De verlichtingssterkte op de receptor is omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand:

$$l \sim d^{-2}$$

De absolute magnitude (M) van een ster is gelijk aan de magnitude, die deze ster zou bezitten indien deze zich op een afstand van 10 pc van ons vandaan zou bevinden.

We kunnen dus van iedere ster met bekende parallax  $p$  en schijnbare magnitude  $m$  de absolute magnitude  $M$  bepalen. Immers:

$$\frac{l}{L} = \frac{D^2}{d^2} = \frac{p^2}{P^2} = 100 p^2.$$

waarbij  $l$  en  $L$  verlichtingssterkten op afstanden  $d$  resp.  $D (= 10 \text{ pc})$ , waar de parallaxen resp.  $p$  en  $P (= 0",1)$  zijn.

$$\text{Dan is dus: } M - m = \frac{1}{0,4} \log \frac{l}{L} = 5 + 5 \log p.$$

Dus:  $M - m = 5 + 5 \log p$

Deze grootte heet de afstandsmodulus.

Deze uitdrukking kan op alle soorten magnituden (visuele, fotografische, bolometrische, enz.) worden toegepast.

Voorbeelden van absolute visuele magnituden (ga na, zie tabel § II,5):

Sirius:  $M = 1,2^m$  ( $m = -1,6^m$ )

Ster van Barnard:  $M = 13,2^m$  ( $m = 9,7^m$ )

Zon:  $M = 4,85^m$  ( $m = -26,72^m$ )

Grenzen:

Voor de zeer lichtsterke ster S Doradi is  $M = -8,9^m$

Voor de zeer lichtzwakke ster Wolf 359 is  $M = +17,2^m$ .

Vraag: Welke factor in lichtsterkte komt met dit magnitudeverschil overeen ?

### § II,7. DE BEWEGING VAN DE STERREN (T.O.V. DE ZON).

In 1718 merkte Halley op, dat de sterren zich t.o.v. elkaar verplaatsen. Enkele sterren, die Ptolemaeus had waargenomen bleken zich 30' verplaatst te hebben (d.i. de middellijn van de maan).

a). We kunnen de ruimtelijke snelheid van een ster ontbinden in een radiële snelheid  $SR$  en een tangentiële snelheid  $ST$  (fig, II,15). Deze snelheden worden in absolute maat gemeten (in km/sec.).

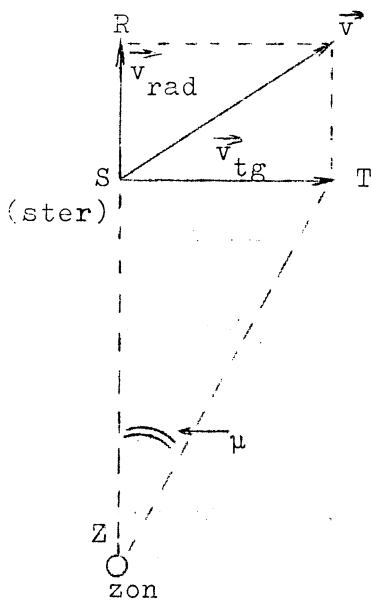


fig. II,15

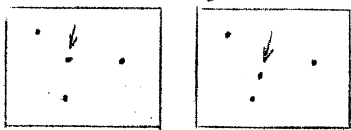


fig. II,16

De hoeksnelheid  $\mu$ , waarmee de ster zich verplaatst, wordt de eigenbeweging (e.b.) genoemd.  $\mu$  wordt uitgedrukt in boogseconden per jaar.

De e.b. wordt bepaald uit positiebepalingen met 10 tot 30 jaar tijdsinterval. Men kan de e.b. bepalen:

- 1). Uit fundamentele positiebepalingen met meridiaankijkers;
- 2). Differentieel uit twee foto's, die met een geruime tussentijd opgenomen zijn.

De grootste e.b., ooit gevonden, is die van de ster van Barnard ( $10''/\text{jaar}$ ).

Er zijn 329 sterren met een e.b.  $> 1''/\text{jaar}$ . Alle met het blote oog zichtbare sterren hebben een e.b. van de orde van  $0,1''/\text{jaar}$  of groter. Merk op dat de e.b. in enkele tientallen jaren een grotere verplaatsing geeft dan de jaarlijkse parallax.

Sterren met een grote e.b. kan men snel ontdekken met de zgn. blinkmicroscop. In dit toestel worden twee fotografische platen in snelle afwisseling beurtelings bekeken. Nadat de platen optisch

tot dekking zijn gebracht, verradt een "sprong in het gezichtsveld" een ster met grote e.b. (fig. II,16).

- Opgaven:
1. Welke component van de e.b. zal men met de meridiaankijker het meest nauwkeurig kunnen bepalen, die in declinatie of die in rechte klimming ?
  2. Wat zijn de voordelen van de differentieële fotografische metingen ?

b). Indien we  $\mu$  en  $p$  gemeten hebben, kunnen we hieruit de tangentiële snelheid bepalen (fig. II,15):

$$ZS \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \times \mu \text{ (rad. [t]^{-1})} = ST \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix}^{-1} \right)$$

$$ZS = \frac{1}{p(\text{rad.})} AE$$



$$v_{tg} = ST = \frac{\mu(\text{rad./jaar})}{p(\text{rad./jaar})} \text{ AE/jaar}$$

Dus:  $ST = \frac{\mu("/\text{jaar})}{p("/\text{jaar})} \cdot \frac{150 \cdot 10^6}{3,156 \cdot 10^7} = 4,74 \frac{\mu}{p} \text{ km/sec.}$

Dus:  $v_{tg} = 4,74 \frac{\mu}{p} \text{ km/sec.}$

c). De radiële snelheid kan direct uit het spectrum van de ster worden bepaald, onafhankelijk van de afstand.

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_{\text{rad.}}}{c}$$

$v_{\text{rad.}} > 0$  als ZS in fig.

vergelijkingsp.  
sterspectrum  
vergelijkingsp.



II,15 toeneemt. Er

treedt dan een rood-

verschuiving op in het spectrum.

fig. II,17

Voorts moeten nog correcties aangebracht worden voor de beweging van de aarde, want de snelheden worden altijd t.o.v. de zon gegeven. Die correcties moeten worden aangebracht voor de dagelijkse variatie, de maandelijks variatie en de jaarlijkse variatie (belangrijkste).

Het meten van radiële snelheden stelt hoge eisen aan de spectrograaf. Een dispersie van  $20 \text{ \AA/mm}$  is in sterspectroscopie al hoog. Een snelheid van  $1 \text{ km/sec.}$  correspondeert met  $\Delta\lambda = 0,02 \text{ \AA}$  (als  $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ ); dit is  $1 \mu$  op de plaat (ga na !). Zeer goede bepalingen geven een nauwkeurigheid van  $0,5 \text{ km/sec.}$

$v_{\text{rad.}}$	%
0 - 10 km/sec.	32
10 - 20	27
20 - 30	19
30 - 40	10

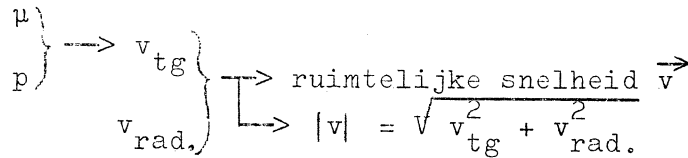
$v_{\text{rad.}}$	%
40 - 50 km/sec.	6
50 - 60	2
$v_{\text{rad.}} > 60$	4

Bij het meten van radiële snelheden moet men oppassen voor dubbelsterren (§ II,21).

Vragen: 1. Op welke sterren zal de aardrevolutie om de zon het meeste effect hebben ?

2. Schets hoe men in principe de afstand aarde-zon kan bepalen uit waarnemingen van  $v_{rad}$  van geschikt gekozen sterren.
3. Beoordeel de nauwkeurigheid van deze methode ( $v_{aarde} = 30 \text{ km/sec.}$ ).

d). Volgens het volgende schema kan men nu de ruimtelijke snelheid  $\vec{v}$  bepalen:



e). De cluster-parallax.

Er zijn een paar soorten sterrehopen:

- \*) Bolvormige sterrehopen (deze vertonen een zeer sterke concentratie naar hun centrum).
- \*\*) Open sterrehopen (b.v. de Pleiaden).
- \*\*\*). Moving clusters = "zwermen".

Zo'n zwerm is een vrij ijle groep van sterren, die een gemeenschappelijke beweging vertonen.

Voorbeelden:

- I. De Grote-Beergroep, bestaande o.a. uit de 5 middelste sterren van  $\alpha$  UMa,  $\beta$  Aur, en Sirius ( $\alpha$  CMa).
- II. De Hyaden.

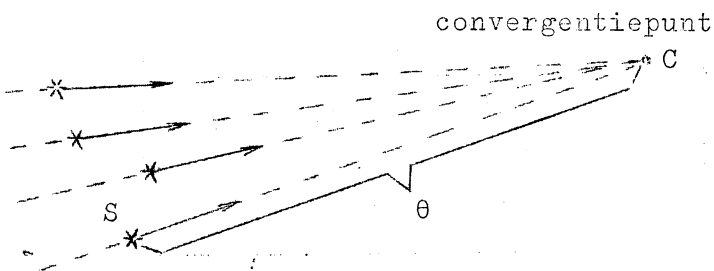
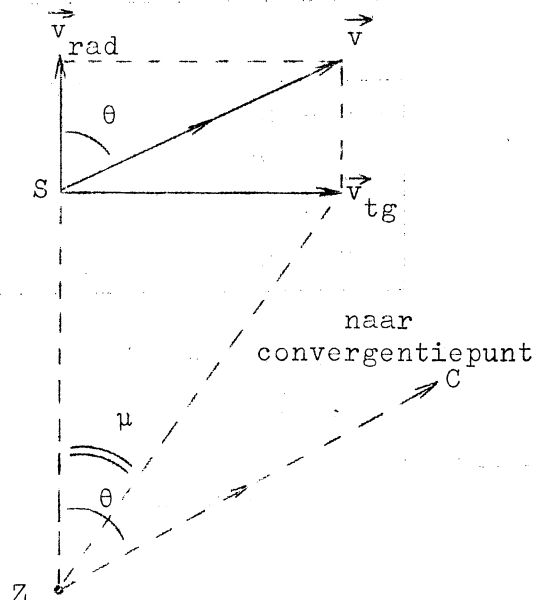


fig. II,18

Omdat wij de evenwijdige snelheden perspectivisch zien, convergeren de e.b. naar een convergentiepunt (fig. II,18).



We kunnen nu  $\theta$ ,  $v_{\text{rad}}$  en  $\mu$  meten. Volgens onderstaand schema is hieruit de parallax  $p$  te bepalen

$$\left. \begin{array}{l} v_{\text{rad.}} = v \cos \theta \\ \theta \end{array} \right\} \rightarrow |v|$$

$$\left. \begin{array}{l} v_{\text{tg}} = 4,74 \frac{\mu}{p} = v \sin \theta \\ \mu \end{array} \right\} \rightarrow p.$$

De op deze wijze bepaalde parallax heet cluster-parallax.

Voorbeeld:

Van één ster uit de Hyaden is

$$\left. \begin{array}{l} v_{\text{rad.}} = + 38,6 \text{ km/sec.} \\ \theta = 29,1^\circ \end{array} \right\} \rightarrow v = 44 \text{ km/sec.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{dus: } v_{\text{tg}} = v \sin \theta = 21 \text{ km/sec.} \\ \mu = 0,115/\text{jaar} \end{array} \right\} \rightarrow p = 0,025.$$

Dus de afstand zon-ster is 40 pc.

Zo vinden we voor de Hyaden (80 sterren) een gemiddelde afstand van 40 pc.

Bij wijde zwermen is deze methode van parallaxbepaling nauwkeuriger dan de trigonometrische methode in § II,5.

§ II,8. DE BEWEGING VAN DE ZON T.O.V. DE OMRINGENDE STERREN.

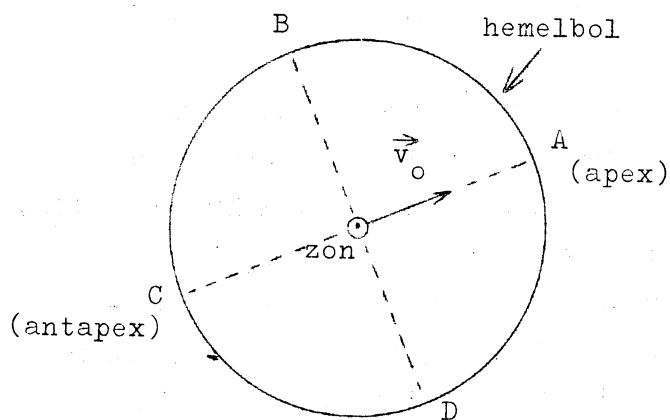


fig. II,19

Indien de zon zich met een zekere snelheid  $v_0$  t.o.v. de omringende sterren beweegt, dan valt een patroon te verwachten in het gemiddelde van de snelheden (fig. II,19):

- In punt A:  $\bar{v}_{\text{rad.}}$  sterk negatief
- In punt B:  $\bar{v}_{\text{rad.}} = 0$
- In punt C:  $\bar{v}_{\text{rad.}}$  sterk positief
- In punt D:  $\bar{v}_{\text{rad.}} = 0$

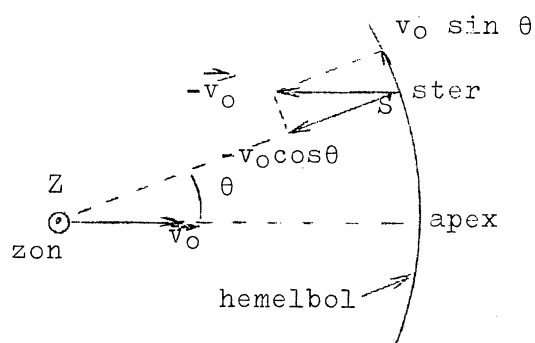


fig. II,20

Voor de eigenbewegingen:

In A:  $\bar{\mu} = 0$

In B:  $\bar{\mu}$  maximaal

In C:  $\bar{\mu} = 0$

In D:  $\bar{\mu}$  maximaal

Een dergelijke voorkeurs-  
richting heeft men inderdaad  
gevonden. Het punt aan de  
hemelbol, waar de zon zich  
naar toe beweegt, heet het

apex. Dit punt ligt in het sterrebeeld Hercules met  $\alpha = 18^{\text{h}} 0^{\text{m}}$  en  $\delta = + 30^{\circ} 0'$ . Diametraal hiertegenover ligt het antapex. De snelheid van de zon t.o.v. het gemiddelde der sterren bedraagt ongeveer 20 km/sec.

Opmerking: De bepaling van de voorkeursrichting is wel enigszins afhankelijk van de soort sterren die men statistisch bewerkt (b.v. groepen naar kleur, helderheid).

### § II,9. SECULAIRE PARALLAXEN EN PECULIAIRE BEWEGING.

1) De apexbeweging doet de zon ongeveer 4 AE/jaar afleggen, Dat levert in een paar jaar een meetbasis op die aanzienlijk groter is dan de 2 AE-lange meetbasis bij de bepaling van de jaarlijkse parallax (§ II,5). De afspiegeling van de apexbeweging van de zon in de waargenomen snelheid van de ster noemen wij de seculaire parallax. De seculaire parallax kan in beginsel gebruikt worden om afstanden te bepalen.

2). De peculiaire snelheid van de ster (d.i. de eigenbeweging van de ster t.o.v. de gemiddelde snelheid van de omringende sterren, na correctie voor de seculaire parallax ( zie ook § IV,5: melkwegrotatie).

In ons model van fig. II,20 is de gemiddelde peculiaire snelheid dus gelijk nul verondersteld. We zullen nu de beweging van een ster nauwkeuriger analyseren. Daartoe brengen we in fig. II,20 een vlak aan door S, loodrecht op ZS (dus een stukje hemelbol) en ontbinden de hierin waargenomen snelheid SS' in een component, gericht langs de boog apex-antapex ( $\nu$ ) en een component loodrecht hierop ( $\tau$ ) (fig. II,21).

De  $\nu$ -snelheden naar het apex toe worden positief geteld, dus de apexbeweging van de zon wordt  $v_0 = 19,5$  km/sec.



a). Gemiddelde parallax uit de U-component:

$$U' = U + v_0 \sin \theta \frac{p}{4,74} \rightarrow p = - \frac{4,74 (U - U')}{v_0 \sin \theta}$$

Uit statistische overwegingen moeten, om  $\bar{p}$  te vinden, teller en noemer met een gewichtsfactor  $\sin \theta$  vermenigvuldigd worden. Er blijkt dan te gelden:

$$\bar{p} = - \frac{4,74 \overline{(U - U') \sin \theta}}{v_0 \overline{\sin^2 \theta}}, \quad \text{dus } \bar{p} = - \frac{4,74 \overline{U \sin \theta}}{v_0 \overline{\sin^2 \theta}} \text{ (km/sec).}$$

b). Gemiddelde parallax uit de T-componenten en radiële snelheden:

Als er geen voorkeursrichting in de peculiaire snelheden aanwezig is, dan moet de gemiddelde waarde van  $\frac{4,74}{p}$  gelijk zijn aan de gemiddelde waarde van  $v'_{\text{rad}}$ . Dus dan is

$$\bar{p} = 4,74 \frac{\overline{\frac{1}{v'_{\text{rad}}}}}{\overline{\frac{1}{v_{\text{rad}} + v_0 \cos \theta}}} \text{ (km/sec).}$$

(rekenkundige gemiddelden; afzien van het teken).

c). Selectiecriteria voor het vinden van een "geschikte groep" sterren.

Een groep sterren is alleen "geschikt" als geen voorkeursrichting in de peculiaire bewegingen kan schuilen. Dit betekent o.a. dat men nooit, direct of indirect, sterren mag groeperen naar hun eigen-bewegingen.

Opgave: Beredeneer dat de "groep sterren met een e.b. kleiner dan ...." beslist niet geschikt is.

Geschikt lijkt b.v.:

Een groep sterren van één spectraalklasse met schijnbare helderheden tussen  $m_1$  en  $m_2$ . We bepalen hiervan dan  $\bar{p}$  en vervolgens  $\bar{M}$ . Ter controle kunnen we een aantal verschillende "schijnbare-helderheids" groepen  $m_1$  en  $m_2$  nemen. Deze moeten dan allen dezelfde  $\bar{M}$  geven. (vergelijk § II,12).

Bovenstaande methode is nog te verfijnen als men iets weet van de melkwegrotatie (§ IV,5). De methode is vooral nuttig om parallaxen en absolute magnituden te krijgen van de zeer heldere O- en B-sterren (§ II,11).

§ II,10. DE EIGENBEWEGING VAN ZWAKKE STERREN.

Op veel platen komen geen referentesterren voor, waarvan de coördinaten en de e.b. goed bekend zijn. Dit plaatst ons voor het probleem toch een referentiestelsel te vinden. Een oplossing is:

Als referentiepunten neemt men een stelsel zwaartepunten  $z_i$  van sterren met dezelfde schijnbare helderheid ( $m_i \pm \Delta m$ , waarbij  $\Delta m$  klein is). Men neemt aan dat deze zwaartepunten alleen de apexbeweging van de zon weerspiegelen; de peculiare snelheden van deze sterren middelen we t.o.v. het zwaartepunt uit. Men vindt dan voor sterren met

$$m = m_1 \pm \Delta m, \text{ dat } \bar{U}_1 = -v_0 \sin \theta \frac{p_1}{4,74} \text{ en met}$$

$$m = m_2 \pm \Delta m, \text{ dat } \bar{U}_2 = -v_0 \sin \theta \frac{p_2}{4,74}, \text{ enz.}$$

Controle: De zwaartepunten mogen t.o.v. elkaar niet bewegen.

§ II,11. STERSPECTRA.

a). Instrumenten.

1). De spectrograaf.

De ster wordt door de kijker afgebeeld op de spleet. Veelal wordt een prismaspectrograaf gebruikt, de laatste tijd ook veel roosterspectrografen. Het sterspectrum wordt een smal bandje. Daarnaast zet men een vergelijkingsspectrum van een aardse lichtbron.

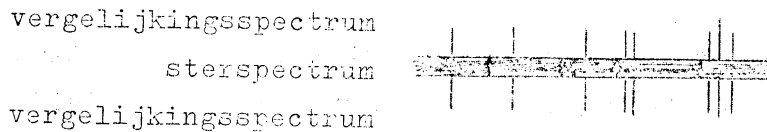
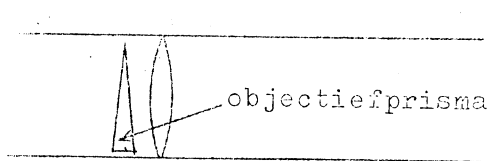


fig. II,22

2). Het objectiefprisma

Dit is een prisma van een kleine brekende hoek (ca.  $5^\circ$ ). (Zie § I,16: prismacamera). In het brandvlak wordt nu elk sterbeeldje tot een klein



spectrum uitgerekt (maar een paar mm lang).

De voordelen van het objectiefprisme zijn:

- \*) Veel spectra tegelijkertijd
- \*\*) Spectra zijn zeer lichtsterk.

fig. II,23

De nadelen zijn echter:

- \*) Een zeer geringe dispersie;
- \*\*\*) De spectraallijnen worden minder scherp door scintillatie van de ster. (Bij een spleetspectrograaf wordt alleen de band breder, loodrecht op de dispersierichting).

Een belangrijk nadeel is echter nog, dat men bij een objectiefprisma niet tegelijkertijd een vergelijkingsspectrum kan maken. Dit is o.a. van belang voor het meten van  $v_{rad}$ . Ter ondervanging van dit bezwaar

- \*) maakt men een kunstmatige aardse absorptielijn (met een cel met neodymiumchloride) of
- \*\*\*) maakt men op één plaat twee opnamen met tegengestelde oriëntatie van het prisma. De afstanden tussen twee absorptielijnen van twee sterren veranderen dan. Deze afstandsverandering is te meten en dit geeft ons het dubbele verschil in de radiële snelheid van de twee sterren. (fig. II, 24)

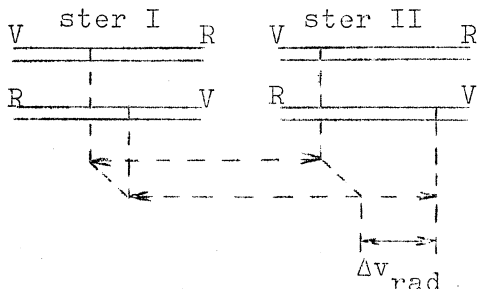


fig. II, 24

De bandjes zijn uiterst dun. Men kan de spectra verbreden door het drijfwerk van de telescoop iets te langzaam of te snel te laten lopen.

Vraag: De spleet of de brekende ribbe van het

objectiefprisma moeten dan een bepaalde stand hebben. Hoe?

### b) Spectraalklassen.

99% van de sterren vertoont absorptielijnen. Er bestaat een vloeiende reeks spectraalklassen, die als volgt worden aangeduid:

(W) - C - B - A - F - G - K - M -  $\begin{cases} (S) \\ (N) \\ (C) \end{cases}$

De sterren van klassen, die tot de linkerkant behoren zijn "vroege" sterren. Ze zijn heet en zien er blauwwit uit.

Die aan de rechterkant zijn "late" sterren. Zij zijn kouder en roder. Van spectraalklasse B af vindt verder nog een onderverdeling in tien plaatsen:

BC, B1, B2, ----- B8, B9, A0, A1 -----

Miss Cannon (Harvard) heeft op dit gebied baanbrekend werk verricht, door criteria op te stellen om spectra, met objectiefprisma's verkregen, te klassificeren. In de Henry Draper Catalogue (1918-1924)



staan van 225.000 sterren de spectraalklassen vermeld.

De voornaamste kenmerken van de spectraalklassen zijn:

W: Wolf-Rayet-sterren. Zeer brede emissielijnen. Er zijn slechts een honderdtal W-sterren bekend.

De overige spectraalklassen vertonen voornamelijk absorptielijnen:

O: He I, He II, N III, C III, Si IV, O II, O III, O IV (H zwak).

B: Vooral He I (max. bij B2).

H wordt sterker.

(N-, C-, Si-, Mg-ionen).

A: He I verdwijnt na A 1.

H zeer sterk (max. bij A2).

Ca II (H- en K-lijn) verschijnt.

F: H neemt langzaam af.

Ca II - lijnen worden sterker.

Geïoniseerde metalen (Fe II, Ti II, enz.)

Eerste atoomlijnen van "metalen".

G: H-lijnen steeds zwakker; toch nog sterk.

Ca II sterk.

Ca I komt op.

Metalen (vooral atomen), zoals Fe, Mg.

Eerste moleculen: CH ( $\lambda = 4308 \text{ \AA}$ ).

K: Ca II maximaal.

Metaalatomen.

Toenemende molecuulbanden.

M: Zeer sterke molecuulbanden (vooral TiO).

Metaalatoomlijnen passend bij lage temperaturen.

[C: M-achtig. C-verbindingen (C<sub>2</sub>, CN, CO).]

[S: (Zeldzaam). ZrO, LaO, TiO.]

De zon is een G2-ster.

In fig. II, 25 is de lijnsterkte uitgezet tegen de spectraalklasse.

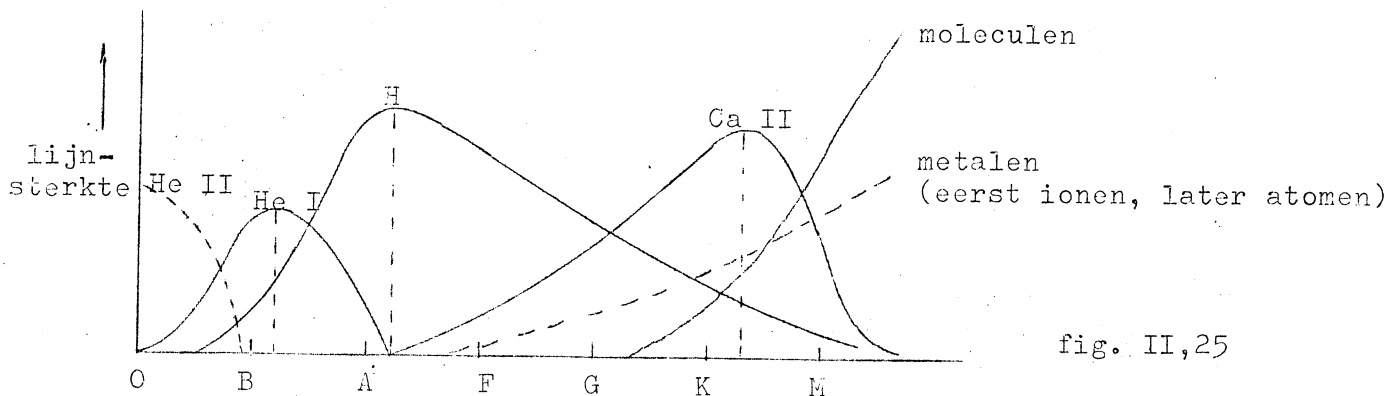


fig. II, 25

c) Het continuüm van sterspectra; temperaturen van sterren.

De energieverdeling in het continue spectrum is een belangrijk gegeven om de temperatuur van een ster te bepalen. Het spectrum wordt fotografisch of foto-electrisch vastgelegd; het moet van een goede ijking zijn voorzien. Dan moet de atmosferische extinctie, golflengte voor golflengte, in rekening worden gebracht, zodat men de energie-golflengte-kromme "buiten de dampkring" verkrijgt (vgl. § I, 6).

In § I, 5 zagen wij hoe we in beginsel monochromatische stralings-temperaturen en de effectieve temperatuur van een ster kunnen bepalen, resp. met de Wet van Planck en met de Wet van Stefan-Boltzmann. Een complicatie is echter, dat deze wetten de (monochromatische of totale) stralingsstroom geven, die de ster per oppervlakte-eenheid uitzendt. De stralingsstroom, die de detector op aarde ontvangt, is echter bovendien nog evenredig met het oppervlak van de ster en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand tot de ster.

Is de verhouding oppervlakte ster / afstand<sup>2</sup> bekend, dan kan men de volgende temperaturen bepalen:

- 1) Uit een absolute meting van de op aarde ontvangen hoeveelheid straling  $E_{\lambda} \Delta \lambda$  in een klein golflengtegebiedje  $(\lambda, \lambda + \Delta \lambda)$  kan men de monochromatische stralingstemperatuur  $T_{\text{rad}}(\lambda)$  afleiden met behulp van de Wet van Planck (§ I, 5). Omdat een ster niet als een zwart lichaam straalt, zal deze temperatuur van de gekozen golflengte afhangen.
- 2) Uit een absolute bepaling van de totale stralingsstroom buiten de aardse dampkring,  $\int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda$ , kan men met de Wet van Stefan-Boltzmann de effectieve temperatuur  $T_{\text{eff}}$  afleiden (§ I, 5).

De relatieve verdeling van energie met de golflengte wordt echter niet door de factor (opp./afstand<sup>2</sup>) aangetast. Anders gezegd: de kleur van het licht hangt noch van de oppervlakte noch van de afstand tot de lichtbron af. Dit stelt ons in staat kleurtemperaturen te bepalen (fig. II, 26). We bekijken eerst een lichaam dat straalt volgens de Wet van

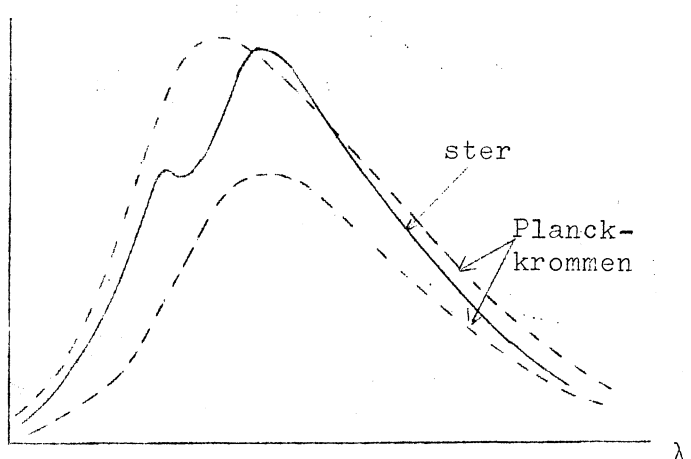


fig. II, 26

Planck. Voor kleine golflengten mogen wij de benadering van Wien toepassen.

$$E_{\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \approx \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$$

Dus:

$$\log E_{\lambda} = \text{const.} - 5 \log \lambda - 0,4343 \frac{c_2}{\lambda T},$$

$$\log E_{\lambda} + 5 \log \lambda = \text{const.} - 0,4343 \frac{c_2}{\lambda T}.$$

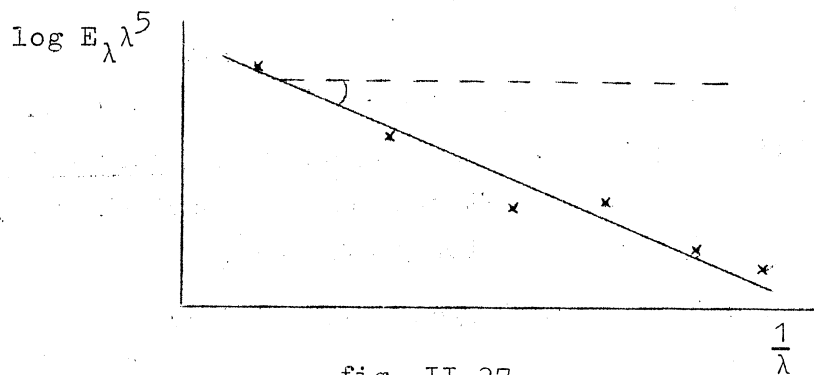


fig. II,27

Zetten wij nu  $\log E_{\lambda} \lambda^5$  uit tegen  $\frac{1}{\lambda}$ , dan ontstaat een rechte, waarvan de richtingscoëfficiënt gelijk is aan  $\frac{0,4343 c_2}{T}$ . Hieruit is dus T te bepalen.

Passen wij dezelfde procedure toe op het spectrum van een ster (fig. II,27), dan zullen wij doorgaans geen zuivere rechte vinden. Wel laat zich een gemiddelde rechte aanpassen, waarvan de helling ons de (gemiddelde) kleurtemperatuur van de ster (voor het gekozen golflengtegebied) levert.

Uit de kromming van de lijn in fig. II,27 volgt, dat de ster niet straalt als een zwart lichaam. Zovinden we voor een AO-ster:

voor  $4900 \text{ \AA} < \lambda < 6500 \text{ \AA}$  is  $T_c = 13600^{\circ}$ .

voor  $3900 \text{ \AA} < \lambda < 4900 \text{ \AA}$  is  $T_c = 16000^{\circ}$ .

De oorzaken zijn:

- \*) T neemt met de diepte in de steratmosfeer toe;  $k_{\lambda}$  hangt af van  $\lambda$ , dus bij verschillende  $\lambda$  komt de straling uit verschillende diepten ( $\tau_{\lambda} \approx \frac{2}{3}$ ; vgl. § I,5).
- \*\*\*) Vooral bij koude (K- en M-)sterren komen veel absorptielijnen in het UV, violet en blauw voor. Het continuum is slecht gedefiniëerd.

Opmerking: Merk op, dat de definities voor de verschillende temperaturen ook nog zinvol zijn indien de ster slechts in heel ruwe benadering straalt als een zwart lichaam. Alleen als de ster zuiver als een zwart lichaam straalt, zijn de kleurtemperaturen en de monochromatische stralingstemperaturen identiek gelijk en gelijk aan de effectieve tempera-

tuur. In de praktijk lopen de verschillende temperaturen voor één ster ongeveer 10 à 20% uiteen.

Theoretisch kunnen stermodellen worden afgeleid, die het verband geven tussen geometrische en optische diepten met de daarbij behorende temperaturen, gasdrukken en electronendrukken (vgl. § I,8). De modellen zijn voor de verschillende spectraalklassen verschillend. Afleiding van een model uit de randverzwakking is bij sterren onmogelijk. Wel kan een stermodel getest worden aan de energie-golflengtekromme en aan profielen van absorptielijnen.

Uit het stermodel kan men berekenen:  $T_{\text{eff}}$   $\begin{cases} \nearrow T_c(\lambda, \lambda + \Delta\lambda) \\ \searrow T_{\text{rad}}(\lambda) \end{cases}$

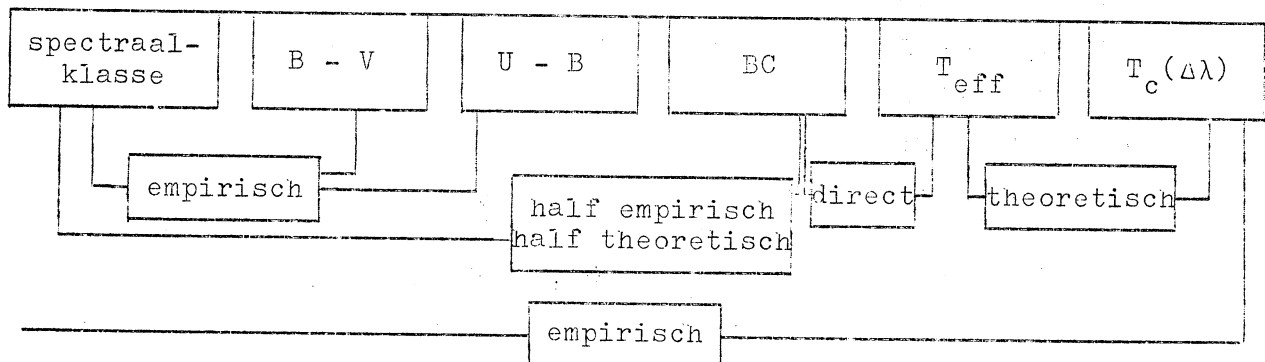
De kleurindices: B-V en U-B e.a. geven directe maten voor "een" temperatuur. Deze magnitudeverschillen komen met helderheidsverhoudingen in verschillende kleuren overeen. Dit geeft ons dus een soort kleurtemperatuur, onafhankelijk van Oppervlakte ster / afstand<sup>2</sup>.

De bolometrische correctie (BC) wordt gedefiniëerd door

$$BC = m_{\text{bol}} - m_{\text{vis}}$$

waarbij  $m_{\text{bol}}$  gecorrigeerd is voor extinctie door de dampkring. De bolometrische magnitude is een maat voor de totale straling  $\int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda$  en dus voor de effectieve temperatuur.  $BC \equiv 0$  voor een zwart lichaam op 6000 °K.

Een overzicht van het verband voor verschillende "maten voor temperatuur":



Zie voorts de tabel op de volgende bladzijde.

Opmerkingen:

- 1) Bij zeer zwakke sterren kan men veel gemakkelijker B-V bepalen dan de spectraalklasse.
- 2) Bij ver verwijderde sterren kan de zgn. interstellaire roodverkleuring de kleur van de ster veranderen. (§ III,5).

Het verband tussen spectraalklasse, effectieve temperatuur, kleurindex

B-V en de bolometrische correctie  $BC = m_{bol} - m_v$ .

Spectraal- klasse	hoofdreeks (dwergen), lichtkrachtklasse V				reuzen, lichtkrachtklasse III			
	T <sub>eff.</sub>	B-V	BC	voorbeeld	T <sub>eff.</sub>	B-V	BC	
O5	(45000)	- 0.36						
B0	(33400)	- 0.32	(-3.17)	Spica				
B5	15600	- 0.16	(-1.39)					
A0	10800	≡ 0.00	-0.40	Wega, Sirius				
A5	8620	+ 0.15	-0.15	Altair				
F0	7240	+ 0.33	-0.08					
F5	6540	+ 0.45	-0.04					
G0	5920	+ 0.60	-0.06	Zon (G2 V)				
G5	5610	+ 0.68	-0.09		5260	+ 0.66	-0.22	Capella
K0	5240	+ 0.81	(-0.10)		4720	+ 0.86	(-0.28)	
K5	3970	+ 1.18	(-0.71)		3500	+ 1.01	(-0.98)	Aldebaran
M0	( 3300)	+ 1.47	(-1.0)		(3000)	+ 1.52	(-1.14)	
						+ 1.56		Betelgeuze

§ II,12. Hetzsprung-Russell-Diagram; het Kleurhelderheids-Diagram.

Sterren van hetzelfde spectraaltype kunnen sterk verschillende absolute helderheden vertonen. Aangezien de spectraalklasse een maat is voor de temperatuur, moeten de sterren vrijwel dezelfde temperatuur hebben. Grote helderheidsverschillen kunnen dan alleen verklaard worden met verschillende stralingsoppervlakken. De ster met de grootste absolute helderheid heeft hier dus de grootste diameter. Sterren kunnen sterk aan grootte variëren. (In het begin van deze eeuw, onafhankelijk van elkaar, ontdekt door Hertzprung en Russell).

Het ligt nu voor de hand de sterren naar twee parameters (spectraalklasse en absolute magnitude) te klassificeren. Tekent men de sterren in een diagram, met langs de abscis de spectraalklasse en langs de ordinaat de absolute magnituden, dan ontstaat het klassieke Hertzprung-Russell-diagram (fig. II,28). De sterren liggen in duidelijke patronen gerangschikt, verreweg de meeste ("dwergen") in een smalle strook, de hoofdreeks.

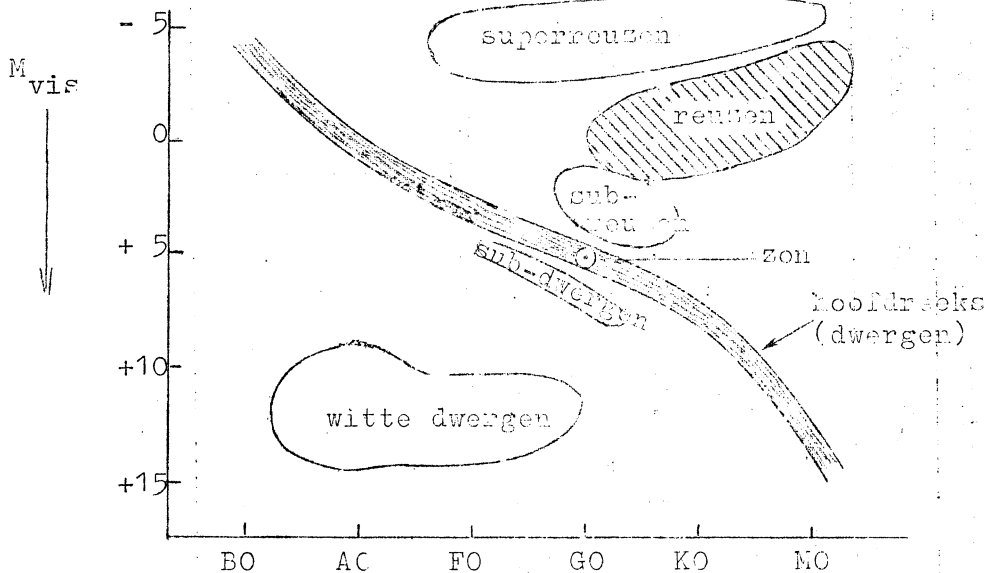


fig. II,28

I.p.v.  $M_{vis}$  kan men ook  $M_{bol}$  of  $M_{fot}$  of iets dergelijks nemen. I.p.v. spectraalklassen kan men ook kleurindexen of temperaturen nemen.

Bij gebruik van andere schalen wordt de figuur iets vervormen, maar het patroon blijft gehandhaafd.

Vaak wordt

$M_{vis}$  tegen B-V uitgezet. We spreken dan van een kleurhelderheids-diagram (KHD). Het voordeel hiervan is, dat dan geen spectra nodig zijn.

We vinden binnen een bol met een straal van 5 pc om de zon nog 50 sterren, en binnen een bol met een straal van 10 pc 120 sterren, terwijl we hier ca. 240 sterren zouden verwachten. Hier treden dus selectie-

effecten op. Al op geringe afstanden zien wij vele zeer zwakke sterren (witte dwergen en donkerrode dwergen) over het hoofd.

95% hoofdreekssterren (waarvan 90% zwakker dan de zon)

3% witte dwergen (waarschijnlijk meer)

1% subdwergen

1% reuzen

0,0003% superreuzen (vallen zelfs op zeer grote afstanden op).

§ II,13. Sterdiameters.

a) In het HRD:

De totale hoeveelheid straling, door 1 cm<sup>2</sup> uitgezonden, is volgens de wet van Stefan-Boltzmann gelijk aan  $\sigma T_{\text{eff}}^4$ . Buiten de dampkring geeft de bolometrisch gemeten helderheid dus, dat

$$i = c \frac{r^2}{a^2} T_{\text{eff}}^4,$$

waarin  $i$  = lichtintensiteit,  $r$  = straal van de ster,  $a$  = afstand van de ster en  $c$  = constante.

Ga voorts na, dat  $M_{\text{bol}} = -2,5 \log I + c$ , en dat

$$I = c_2 i a^2$$

waarin  $I = i$  op 10 pc afstand.

Dus:

$$M_{\text{bol}} = -5 \log r - 10 \log T_{\text{eff}} + c_4$$

Normeren

we op de straal van de zon, dan geeft bovenstaande formule een rechte lijn door de zon weer in het HRD (indien we  $M_{\text{bol}}$  uitzetten tegen  $\log T_{\text{eff}}$ );  $c_4$  valt dan weg. Hetzelfde kunnen we doen

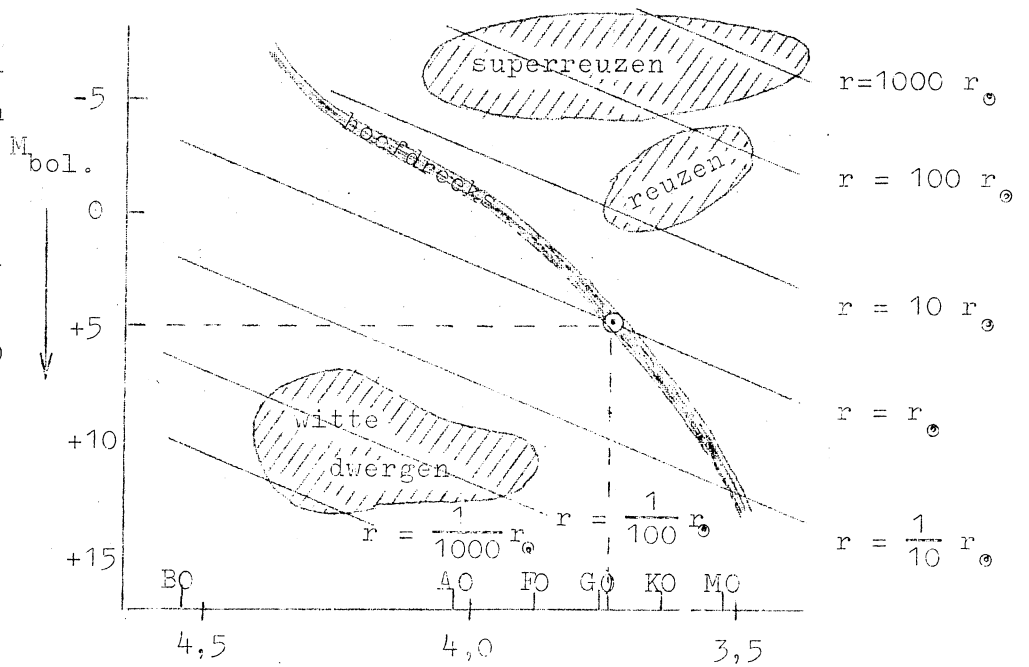


Fig. II 20

← log T<sub>eff</sub>

voor andere waarden van  $r$  (fig. II,29). Uit deze figuur blijkt voor de hoofdrekssterren, dat  $\frac{1}{10} r_{\odot} \lesssim r \lesssim 10 r_{\odot}$ .

Voor reuzen:  $10 r_{\odot} \lesssim r \lesssim 100 r_{\odot}$ .

Voor superreuzen:  $20 r_{\odot} \lesssim r \lesssim 1000 r_{\odot}$ .

(Voorbeelden: A-ster Deneb :  $r = 35 r_{\odot}$   
 M-ster Betelgeuze:  $r = 300 r_{\odot}$   
 M-ster  $\epsilon$  Aur. :  $r = 3000 r_{\odot}$ .)

Voor witte dwergen:  $r \lesssim \frac{1}{100} r_{\odot}$ .

b) Schijnbare en ware diameters van individuele sterren.

Buiten de dampkring vinden we bolometrisch (zie a)), dat

$$i_* = c \frac{r_*^2}{a_*^2} T_{*eff}^4 = c \rho_*^2 T_{*eff}^4$$

waarin  $\rho_* = \frac{r_*}{a}$  = schijnbare straal van de ster (\*), in hoekmaat.

Zo vinden we ook voor de zon:  $i_{\odot} = c \rho_{\odot}^2 T_{\odot eff}^4$ .

Dus:

$$\frac{i_*}{i_{\odot}} = \left(\frac{\rho_*}{\rho_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T_{*eff}}{T_{\odot eff}}\right)^4$$

Volgens onderstaand schema kunnen we nu  $r_*$  berekenen.



Opgave: Van Sirius is  $m_{bol} = -2,1^m$ ,  $T_{eff} = 10200^{\circ}$ ,  $p = 0,37''$ .

Voorts is  $(m_{bol})_{\odot} = -26,7^m$  en  $T_{\odot eff} = 5800^{\circ}$ .

Bepaal de ware diameter van Sirius.

Andere methoden om sterdiameters te bepalen:

- c) Uit bedekkingsveranderlijken (§ II, 21c).
- d) Uit pulserende sterren (§ II, 19. Veranderlijke sterren).
- e) Met de interferometer:

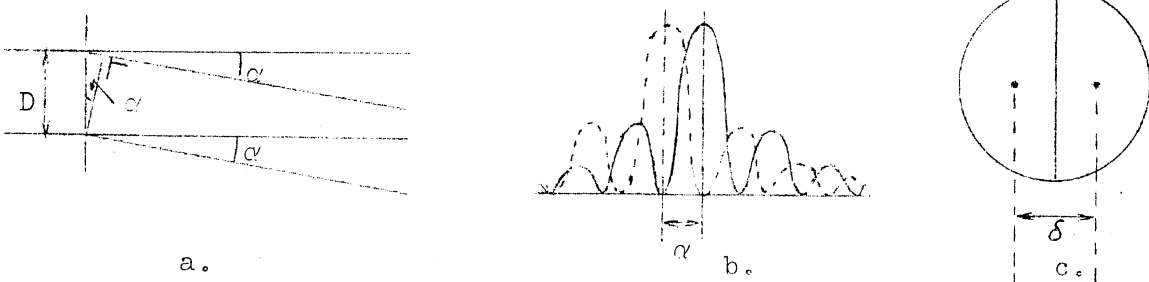


Fig. II,30



De interferometer geeft van een puntvormige lichtbron een interferentiepatroon, waarvan het eerste minimum valt in de richting, met een weglengteverschil  $\frac{\lambda}{2}$ , dus waar  $\alpha = \frac{\lambda}{2D}$  (fig. II, 30a en b) (we werken monochromatisch). Van een dubbelster, waarvan de hoekafstand tussen de beide componenten  $\delta$  is, is het interferentiepatroon zo onduidelijk mogelijk, als  $\delta = \alpha = \frac{\lambda}{2D}$  (fig. II, 30b). We kunnen nu een sterschijfje opvatten als een dubbelster, waarvan de componenten bestaan uit twee sterhelften, (fig. II, 30c). De afstand tussen de zwaartepunten van de beide helften blijkt te bedragen  $\delta = 0,41 \times$  diameter van de ster. We krijgen dus ook hier een maximale onduidelijkheid in het interferentiepatroon als  $\delta = \alpha = \frac{\lambda}{2D}$ .

We moeten in de interferometer D dus kunnen variëren om een zo onduidelijk mogelijk interferentiepatroon te kunnen krijgen. Dit doen we door middel van spiegels zoals in fig. II,31 staat aangegeven.

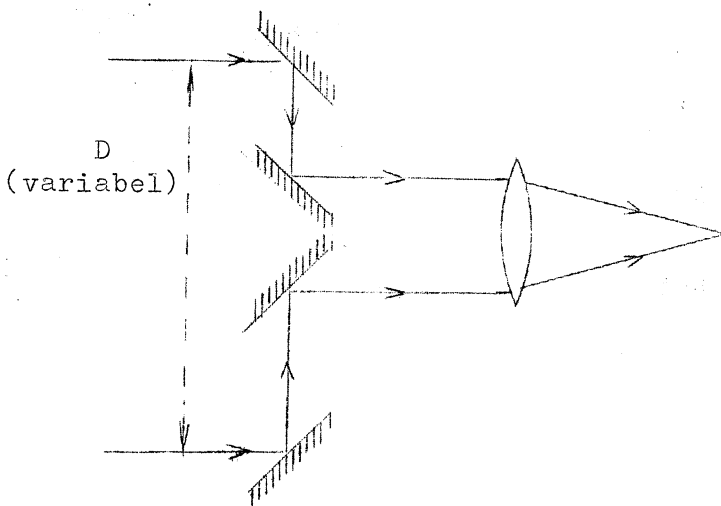


Fig. II,31

Als we D goed hebben afgesteld, zijn D en  $\lambda$  dus bekend, dus zijn  $\delta$  en hieruit de schijnbare diameter  $\rho$  te berekenen.

Opgave: Wat is de

kleinste sterdiameter in boogseconden, die men nog meten kan met een  $D_{\max} = 10 \text{ m}$ ,  $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ ? (1" komt overeen met  $4,9 \cdot 10^{-6}$  rad.).

Met de interferometer heeft men b.v. de volgende waarden van  $\rho$  gevonden (ter vergelijking staan de bepalingen uit  $m_{\text{bol}}$  er bij):

	$\rho$ (met interferometer)	$\rho$ (uit $m_{\text{bol}}$ )
Arcturus	0,022	0,023
Aldebaran	0,020	0,034
Antares	0,035	0,040
$\rho$ Pegasus	0,021	0,025
Betelgeuze	0,034 - 0,054	var.

f) Uit maanoccultaties (sterbedekkingen door de maan).

Tijdens een occultatie van een ster door de maan zal de ster niet plotseling doch geleidelijk worden bedekt (fig. II,32).

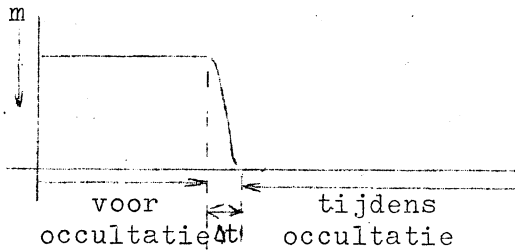


fig. II,32

$\Delta t$  ( $< 0,01$  sec) is te meten.

Voorts is de revolutiesnelheid van de maan om de aarde bekend, dus is  $\rho$  hieruit te berekenen.

§ II,14. Invloed van de temperatuur op het lijnenspectrum.

Indien we van een element een termschema maken, zowel van het atoom als van de iontoestanden, krijgen we fig. II,33.

De energie van een deeltje wordt nu gegeven door  $\epsilon_{r,s}$ , waarin  $r$  de iontoestand en  $s$  het energieniveau in die iontoestand weergeeft.

Verder is:

$n_r$  = aantal deeltjes in de  $r^{\text{de}}$  iontoestand;  
 $n_{r,s}$  = aantal deeltjes in de  $r^{\text{de}}$  iontoestand, tevens in de  $s^{\text{de}}$  energietoestand.

De Wet van Boltzmann geeft ons nu:

$$\frac{n_{r,s}}{n_r} = \frac{g_{r,s}}{u_r} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{r,s}}{kT}}$$

als  $g_{r,s}$  = statistisch gewicht behorende bij iontoestand  $r$  en energietoestand  $s_n$  (van de orde 1; geheel getal), en

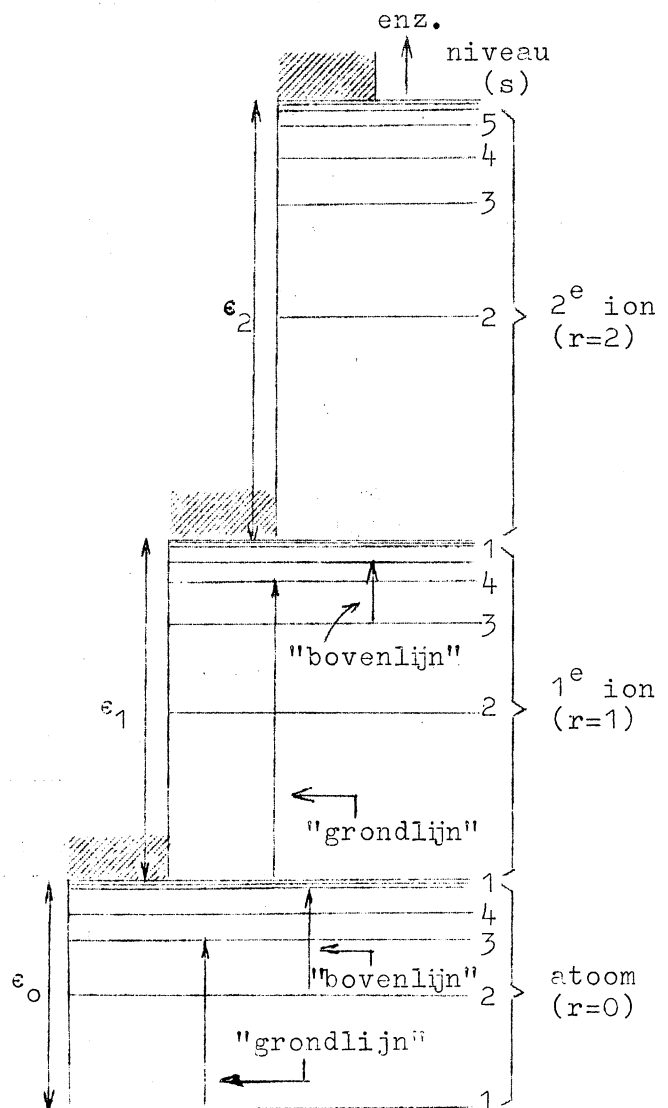


fig. II,33

$$u_r = \sum_s g_{r,s} \cdot e^{-\frac{\epsilon_{r,s}}{kT}} \quad (\text{toestandson})$$

De Wet van Saha geeft ons:

$$\frac{n_{r+1}}{n_r} = c \cdot \frac{u_{r+1}}{u_r} \cdot \frac{T^{\frac{5}{2}}}{P_e} \cdot e^{-\frac{\epsilon_r}{kT}}$$

waarin  $P_e$  de electronendruk is.

We vinden doorgaans twee ionisatietoestanden naast elkaar (b.v. in de zon: atomen en ionen met  $r = 1$ ). Indien we algemeen met atomen en ionen met  $r = 1$  te maken hebben, hebben we te maken met een ster als de zon of een koudere.

Uit de Wet van Saha kunnen we nu afleiden:

$$\frac{n_1}{n_0 + n_1} = \frac{\frac{n_1}{n_0}}{1 + \frac{n_1}{n_0}} = \frac{\frac{c T^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}}}{P_e}}{1 + \frac{c T^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}}}{P_e}}$$

Dus:

$$\frac{n_0}{n_0 + n_1} = 1 - \frac{n_1}{n_0 + n_1} = \frac{1}{1 + \frac{c T^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}}}{P_e}}$$

Met deze formule en de formules van Boltzmann en Saha is het aantal deeltjes in een bepaalde toestand als functie van T te bepalen.

Zie nu in fig. II,34 :

a) Voor de "grondlijnen" van atomen geldt:

$$\frac{n_{0,0}}{n_0 + n_1} = \frac{n_{0,0}}{n_0} \cdot \frac{n_0}{n_0 + n_1}$$

Bij lage T is  $\frac{n_1}{n_0} \ll 1$  en  $\frac{n_{0,0}}{n_0} \approx 1$ .

Als T toeneemt, neemt  $\frac{n_1}{n_0}$  sterk toe en  $\frac{n_0}{n_0 + 1}$  sterk af.

b) Voor de "bovenlijn" van atomen geldt:

$$\frac{n_{0,s}}{n_0 + n_1} = \frac{n_{0,s}}{n_0} \cdot \frac{n_0}{n_0 + n_1}$$

Bij lage T is  $\frac{n_{0,s}}{n_0}$  klein en bij toenemende T neemt  $\frac{n_{0,s}}{n_0}$  flink toe

Doch  $\frac{n_{0,s}}{n_0 + n_1}$  blijft ver beneden de 1.

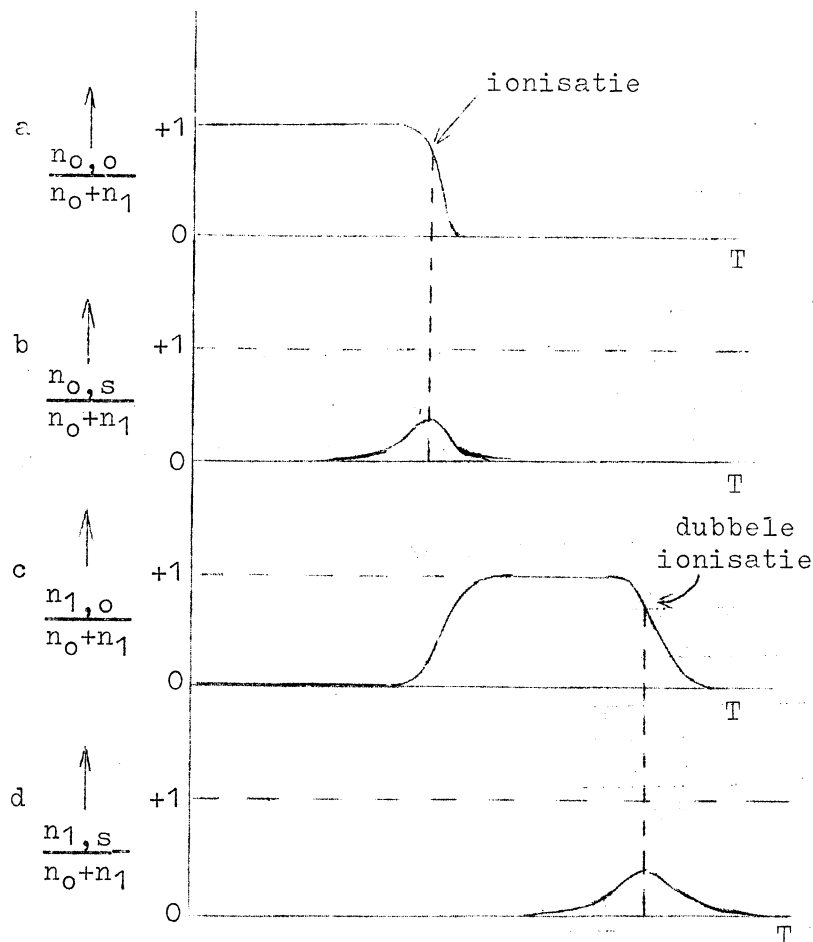


fig. II,34

kens overeen met het aantal deeltjes. We hebben hier genomen:

- 1) Grondlijn van een atoom met hoge  $\epsilon_0$ .
- 2) Grondlijn van een atoom met lage  $\epsilon_0$ .
- 3) Bovenlijn van een atoom (Balmer-lijn).
- 4) Ionlijn (lage  $\epsilon_0$  en  $\epsilon_1$ ).

Wij kunnen daarmee het verloop van de spectraalklassen begrijpen (vgl. fig. II,25 met fig. II,35).

c) Voor de "grondlijnen" van ionen ( $r=1$ ) geldt:

$$\frac{n_{1,o}}{n_0+n_1} = \frac{n_{1,o}}{n_1} \cdot \frac{n_1}{n_0+n_1}$$

$\frac{n_{1,o}}{n_1} \leq 1$ . Bij lage  $T$  is  $\frac{n_1}{n_0+n_1}$  klein, omdat

$\frac{n_1}{n_0} \ll 1$ . Bij stijgende  $T$  wordt  $\frac{n_1}{n_0} \gg 1$ ,

dus  $\frac{n_1}{n_0+n_1} \approx 1$ .

d) Voor de "bovenlijnen" van ionen ( $r=1$ ) geldt:

$$\frac{n_{1,s}}{n_0+n_1} = \frac{n_{1,s}}{n_1} \cdot \frac{n_1}{n_0+n_1},$$

enz.

We zetten nu het aantal deeltjes eens uit tegen de spectraalklassen (fig. II,35). De dikte van de kolom komt tel-

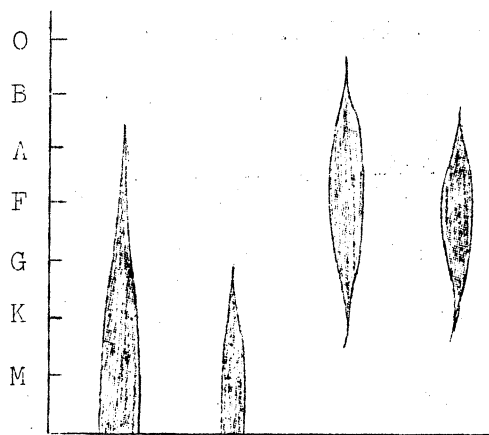


fig. II,35

Voorbeelden:

a) Grondlijnen van atomen:

Na D-lijnen }  
Ca I (4227 Å) } zeer sterk in K en M

b) Bovenlijnen van atomen:

Balmerlijnen: max. in A2 ( $\epsilon_{0,1} = 10$  eV).  
Helium I : max. in B2 ( $\epsilon_{0,1} = 20$  eV).  
Silicium I : max. in G ( $\epsilon_{0,1} = 5$  eV).

c) Grondlijnen van ionen:

Ca II (H- en K-lijn): max. in K.

d) Bovenlijnen van ionen:

Si II : max. in A0 ( $\epsilon_0 = 8$  eV).  
Si III: max. in B1 ( $\epsilon_1 = 16$  eV).  
Si IV : max. in O ( $\epsilon_2 = 33$  eV).

Uit het spectrum kan men met de Wet van Boltzmann de excitatie-temperatuur en met de Wet van Saha de ionisatietemperatuur afleiden.

Opmerking: Wij hebben in het voorgaande verondersteld, dat alle sterren dezelfde chemische samenstelling hebben. Blijkbaar is deze onderstelling niet ver bezijden de waarheid.

Opgave: Beredeneer, dat zwakke H-lijnen in M-sterren niet behoeven te wijzen op een geringe hoeveelheid waterstof.

§ II, 15. Lichtkrachtklassificatie;

Invloed van de gasdruk op de spectraallijnen.

In het HRD worden de spectraalklassen en  $M_{vis}$  tegen elkaar uitgezet. Door  $M_{vis}$  te vervangen door een zeker criterium uit het spectrum krijgen we de lichtkrachtklassificatie, waarin de lichtkrachtklassen weer onderverdeeld zijn in a en b. Zelfs stopt men wel een onderklasse ab tussen a en b:

Lichtkrachtklasse I    a  
                          b    : superreuzen  
"                        a  
                          II ab : heldere reuzen  
                          b  
"                        a  
                          III ab : normale reuzen  
                          b

Lichtkrachtklasse IV a : subreuzen  
 b  
 " V : dwergen  
 " (soms:) VI : subdwergen  
 " zonder nr : witte dwergen

In fig. II,36 staan enkele lichtkrachtklassen in het HRD getekend.

Voorbeelden:

Rigel : B8 Ia  
 Zon : G2 V  
 Sirius : A1 V  
 Antares : M1 Ib  
 Arcturus : K2 III

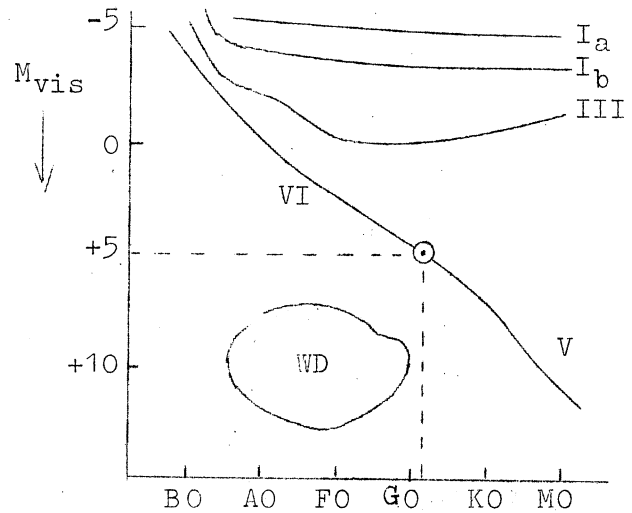


fig. II,36

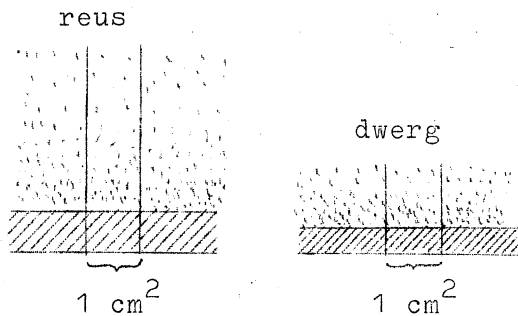


fig. II,37

We bekijken nu een reus en een dwerg van dezelfde spectraalklasse: Voor beide sterren geldt:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

als  $g$  = gravitatieversnelling,  $M$  = massa van de ster en  $R$  = straal van de ster.

Zo heeft men de volgende tabel kunnen samenstellen:

	M/M <sub>☉</sub>			R/R <sub>☉</sub>			log g/g <sub>☉</sub>		
	V	III	I	V	III	I	V	III	I
GO	1,10	2,5	10	1,05	6	100	0,00	-1,2	-3,0
KO	0,80	3,5	13	0,85	16	200	0,04	-1,9	-3,5
MO	0,49	5,0	17	0,63 (40)	500		0,09	-2,5	-4,2

uit dubbelsterren (§ II,21)

Een bepaalde lijn wordt gevormd, daar waar zich een zekere hoeveelheid  $m \text{ cm}^{-2}$  boven de laag bevindt (fig. II,37), dus  $m_r \approx m_d$ . Voorts is  $P = mg$ , als  $P$  de druk is, dus  $P_r < P_d$ , dus de atmosfeer van

de reus is veel ijler dan die van de dwerg.

Er blijkt:

- 1) Reuzen vertonen scherpe spectraallijnen met zwakke vleugels en dwergen wazige lijnen met sterke vleugels.

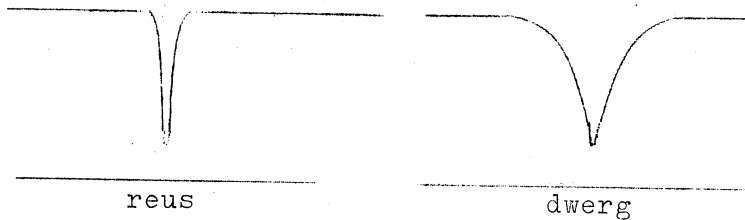


fig. II,38

Deze vleugels ontstaan door storingen door naburige deeltjes op de absorberende atomen.

- a) Als lichtkrachtcriterium (dat is dus ook

P-criterium en g-criterium) neemt men de breedte van  $H_{\gamma}$ . Men ijkt het verband tussen de sterkte van  $H_{\gamma}$  en  $M_V$  met behulp van sterren, waarvan de absolute magnitude bekend is.

- b) Als criterium bekijkt men ook wel de samenvloeiing van de Balmerlijnen bij de seriegrens (fig. II, 39). (IJken!)

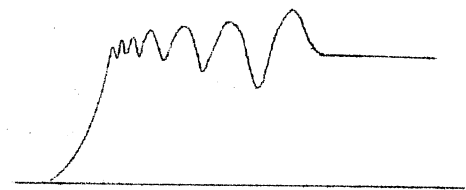


fig. II,39

- 2) Reuzen hebben t.g.v. de lagere  $P_e$  een hogere ionisatiegraad dan de dwergen van dezelfde spectraalklasse, dus van vrijwel dezelfde  $T$ . Volgens de Wet van Saha is

$$\frac{n_i}{n_a} = c \frac{u_i}{u_a} \cdot \frac{T^{5/2}}{P_e} \cdot e^{-\frac{\epsilon}{kT}}$$

als  $n_i$  het aantal ionen en  $n_a$  het aantal atomen is. We gaan dus met elkaar vergelijken:

$$\frac{\text{sterkte ionlijn}}{\text{sterkte atoomlijn}}$$

Vaak neemt men hiervoor  $\frac{\text{Sr II}}{\text{Ca I}}$ . Het verband met de absolute magnitude moet weer geijkt worden.

- Vragen:
1. Waarom moet men voor verschillende spectraalklassen verschillende lichtkrachtcriteria bedenken?
  2. Men heeft een K3-reus en een K3-dwerg. Verklaar, hoe het komt, dat de reus een iets lagere temperatuur heeft dan de dwerg.

§ II,16. De chemische samenstelling van de sterren.

Met behulp van een microfotometer bepaalt men de lijnprofielen. Hieruit zijn de equatoriale breedten af te leiden. Is van de ster de spectraal- en de lichtkrachtklasse bekend (dus  $T_{\text{eff}}$ ,  $M$ ,  $g$ ), dan kan men in beginsel een stermodel construeren (§ II,11). Dan kan men voor verschillende elementen groeikrommen maken, waaruit de abundanties volgen (vgl. § I,13).

Doorgaans gaat men echter volgens een ruwere methode te werk: Men leidt gemiddelde waarden  $\bar{T}$  en  $\bar{P}_e$  voor de steratmosfeer af en construeert daarmee groeikrommen. Ofwel men werkt differentiëel door de equivalente breedte te vergelijken met die van een ster (de zon) van vrijwel dezelfde spectraalklasse.

Men heeft gevonden:

- 1) Vrijwel alle sterren hebben nagenoeg dezelfde chemische samenstelling als de zon (speciaal de hoofdreekssterren, ook wel reuzen). Dit betekent: zeer veel H, veel He, weinig C, N, O, en een "spoortje" metalen.
- 2) Er zijn reële verschillen voor beperkte groepen van sterren. Veel witte dwergen vertonen een kleine H-abundantie. Subdwergen (lichtkrachtklasse VI) hebben minder metalen dan de zon.

§ II,17. Spectroscopische parallaxen.

Uit het spectrum is de lichtkrachtklasse, en hieruit  $M_{\text{vis}}$  te bepalen. Voorts is direct  $m_{\text{vis}}$  te bepalen. Nu is  $M - m = 5 + 5 \log p$ , dus hieruit is  $p$  direct te bepalen.

Spectroscopische parallaxen kunnen ook nog bepaald worden bij sterren, die veel te ver weg staan om betrouwbare trigonometrische parallaxen te kunnen bepalen. Bedenk echter, dat de lichtkrachtcriteria ( $H_{\gamma}$ , Sr II/Ca I, enz.) met behulp van absolute parallaxbepalingen geijkt moeten zijn.

- Opgaven:
1. Stel de fout in  $M_{\text{vis}}$  is  $0,4^m$ . Leid af, dat  $p$  dan niet meer dan 20% fout is.
  2. Is er een bezwaar tegen criteria als  $\frac{\text{Sr II}}{\text{Ca I}}$ ? Zo ja, welke? Hoe kan men dit bezwaar in beginsel ondervangen?



§ II, 18. Enkele bijzondere spectraalverschijnselen.

1) Turbulentie

Sterke spectraallijnen vertonen een spitse kern en wijde vleugels (fig. II, 40). De vleugels ontstaan door storingen van naburige deeltjes (op een deel van) de absorberende atomen ("botsingen"). De vleugels geven dus een maat voor de gasdruk in de atmosfeer (§ II, 15). De breedte van de kern is het statistisch resultaat van de snelheden van de absorberende atomen in de gezichtslijn (Doppler-effect, positief en negatief).

Bij een steratmosfeer in rust moet de breedte van de Doppler-kern geheel uit de thermische snelheden der atomen kunnen worden verklaard. Veel ster spectra vertonen echter haast rechthoekige lijnkernen, die veel te breed zijn voor de warmtebeweging. Blijkbaar komen er in de atmosfeer bovendien grote-schaal-bewegingen voor. De zgn. gemiddelde turbulentiesnelheid bedraagt soms vele  $\text{km. sec}^{-1}$ .

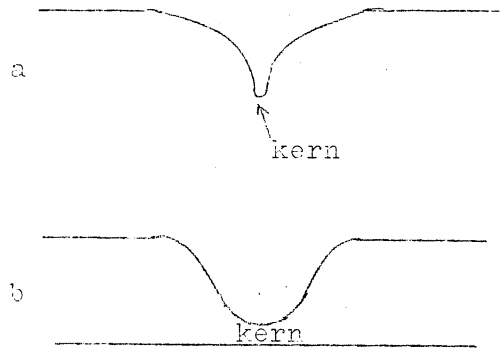


fig. II, 40

2) Snelle rotatie van de ster geeft komvormige, ondiepe lijnen. In fig. II, 41A is een ster verdeeld in stroken van gelijke rotatiesnelheid t.o.v. de waarnemer. Wij onderstellen steeds de rotatie-as  $\perp$  de gezichtslijn. De lijnen, die de stroken a, b, c en d veroorzaken, staan in

fig. II, 41B gegeven.

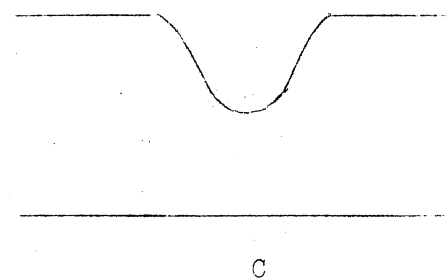
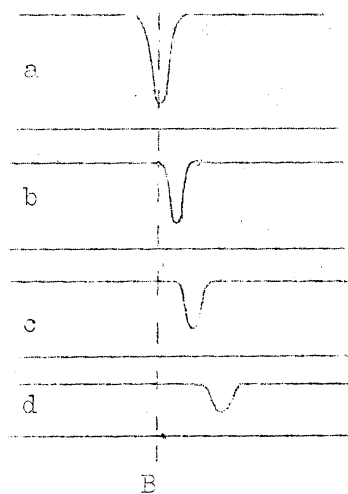
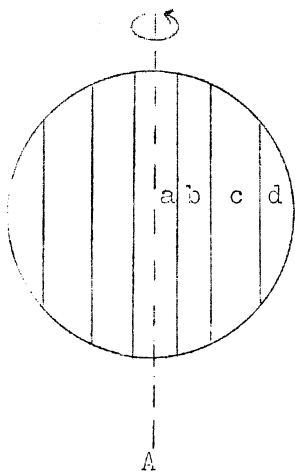


fig. II, 41

Door het Doppler-effect geeft elke strook een verschoven lijn. De som van alle stroken samen geeft dus een komvormige lijn, zoals in fig. II,41 C.

Een helling van de rotatie-as t.o.v. de gezichtslijn geeft perspectivische verkorting.

De zo waargenomen rotatiesnelheden lopen tot ca. 100 km/sec. (O-t/m F-sterren).

Vraag: U neemt een B-ster waar met scherpe lijnen. Wat is Uw conclusie?

3) Sterren met magneetvelden.

Bij een aantal A-sterren heeft men het Zeeman-effect geconstateerd. Dit duidt op magneetvelden tot een paar  $10^3$  oersted toe, sterk variabel. De periode is 1 tot een paar weken.

§ II,19. Veranderlijke sterren.

Waarneming:

- 1) Visueel (methode: "a3v5b"). Nauwkeurigheid is  $0^m,05$ .
- 2) Fotografisch. Nauwkeurigheid  $0^m,01$ .
- 3) Foto-elektisch. Nauwkeurigheid  $0^m,001$ .

Opsporing:

Fotografische platen vergelijken met behulp van een Blink-microscoop (§ II,7). Voor detectie is echter een vrij grote  $\Delta m$  vereist. Bovendien zijn er vrij veel platen nodig, daar de periode onbekend is. Vaak echter is  $\Delta m \approx 0^m,01$ ; dan faalt de Blink-microscoop (veranderlijke  $v_{rad}$ , bijzondere plaats in het HRD).

Atlas van Hagen en Stein (Vaticaan Sterrewacht).

De catalogus van Parendgo en Kukarkin bevat 10900 veranderlijke sterren.

Aanduiding van veranderlijke sterren:

Eerst geeft men ze letters R t/m Z

daarna " " " " RR " ZZ

" " " " " AA, AB, AC, -----,

daarna geeft men ze nummers met een V er voor.

Voorbeelden:

T Leo, SZ Her, V ~~328~~ Sag, enz.

De bedekkingsveranderlijken worden in § II,21 behandeld.

beoordeling  
197  
197

A. Cepheïden.

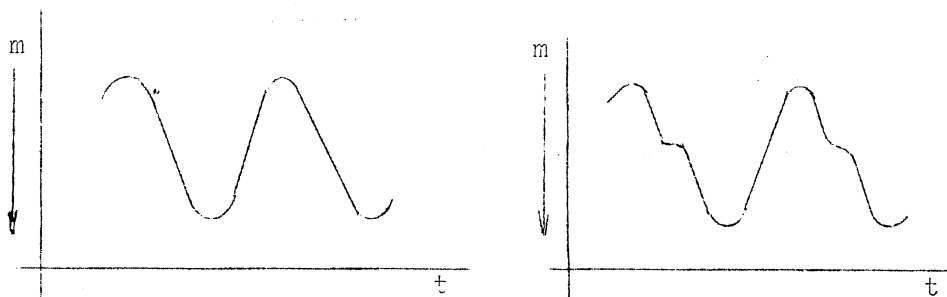


fig. II,42

De Cepheïden hebben een zeer regelmatige lichtwisseling. (fig. II,42), die gepaard gaat met een wisseling in  $v_{rad}$ .  $\Delta m < 2^m$ , meestal is

$\Delta m \approx 1^m$ . De vorm van de lichtkromme hangt af van de periode.

Er zijn twee groepen:

Type I : Klassieke Cepheïden ( $\delta$  Cepheus, Poolster). De periode hiervan is 1 tot 20 dagen (soms wel 100 dagen). Gemiddeld is  $P \approx 5$  dagen. Gele superreuzen, (A) - F - G - (K); lichtkrachtklasse Ib.

Type II :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Periode} < 1^d \\ \text{W-Virginis-sterren. } P \leq 20^d. \text{ Lichtkrachtklasse II, (A)-F-(G), bij nauwkeurig onderzoek te onderscheiden van I (criteria: verband } \Delta m\text{-P; enkele emissielijnen in het spectrum).} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{clustervariabelen (bolvormige sterrehopen)} \\ \text{RR-Lyrae-sterren (veldsterren)} \end{array} \right\} \text{waarschijnlijk identiek (A-reuzen; III).}$

De spectraalklasse van een Cepheïde wisselt met de lichtwisseling ( $\delta$  Cep: max. F4, min. G2; dit duidt op  $\Delta T = 1500^\circ$ ).

De spectraallijnen oscilleren. Dit duidt op een oscillerende  $v_{rad}$ ; periode  $v_{rad} =$  periode m. Van W Sag zetten we onder elkaar m en  $v_{rad}$  uit tegen de tijd (fig. II,43).

We zien dan, dat de  $v_{rad}$ -kromme wat lijkt op het spiegelbeeld van de m-kromme. De grootste

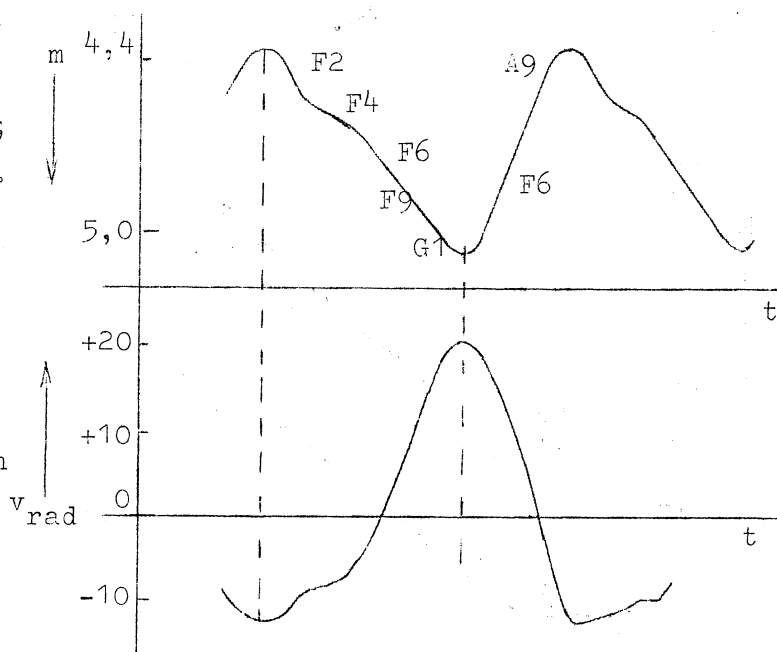


fig. II,43

helderheid valt vrijwel samen met de grootste snelheid van nadering.

Als de magnitude geeft men doorgaans de mediane magnitude  $\bar{m}$  op:

$$\bar{m} = \frac{m_{\max} + m_{\min}}{2}$$

Men heeft enkele empirische relaties gevonden:

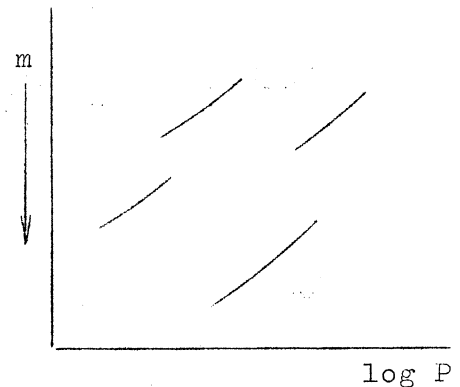
a) Periode-spectrum:

Bij Type I:				
Bij P =	$\frac{1}{2}$ dag	behoort spectraalklasse	A	
" P =	4 dagen	"	"	F5
" P =	8 "	"	"	G0
" P =	20 "	"	"	G5

b) Periode-Lichtkracht.

De (klasieke) Cepheïden in de Magelhaanse wolken hebben alle vrijwel dezelfde afstand tot de zon. Het voor deze sterren gevonden verband tussen  $m$  en  $P$  wijst dus op een verband tussen  $M$  en  $P$ .

Shapley onderzoekt dit verband door van een aantal bolvormige sterrenhopen  $m$  uit te zetten tegen  $\log P$  (fig. II, 44) en alle stukjes kromme door verticaal verschuiven aaneen te laten sluiten; hij onderstelde, dat de verschuiving een directe maat voor de afstand was. Naderhand bleek er



on-  
derscheid te zijn tussen Cepheïden I en II.

Vóór 1952 liet men de kromme voor type I op die van de RR-Lyr aansluiten. De fout van  $1,5^m$  leverde onderschattingen van afstanden met een factor van ruim 2 (ga na!). De calibratie van fig. II, 45 wordt nog steeds verbeterd.

Voor de klassieke Cepheïden (superreuzen) zijn een zeer belangrijk middel om grote afstanden

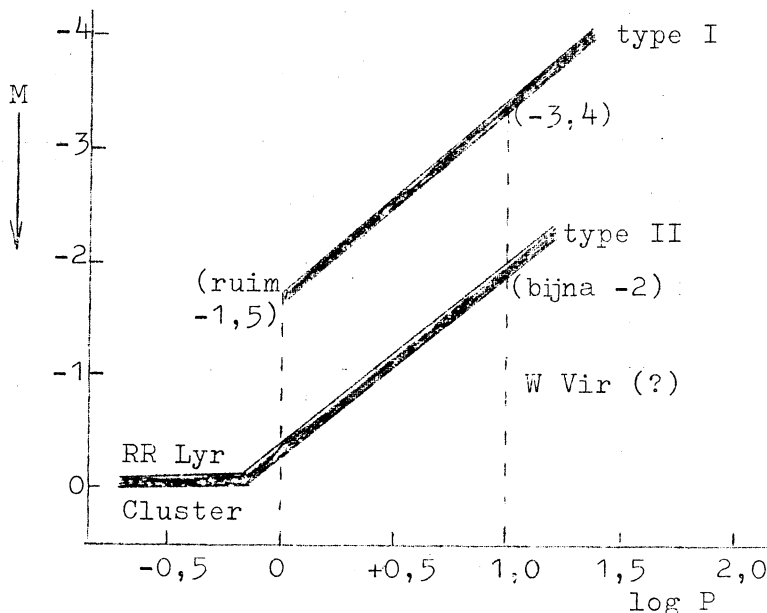


fig. II, 45

te bepalen (tot in nabije spiraallevels toe): Volgens onderstaand schema:

$$P \left. \begin{array}{l} \frac{P}{P-II\text{-verband}} \bar{M} \\ \bar{m} \end{array} \right\} \approx p \text{ (met } \bar{M} - \bar{m} = 5 + 5 \log p).$$

Pulsatie-theorie: Men verklaart de verschijnselen door aan te nemen dat de Cepheïden periodiek uitzetten en inkrimpen, hetgeen met temperatuurverschillen gepaard gaat. We kunnen de helderheidsveranderingen scheiden in die t.g.v. oppervlakteveranderingen en die t.g.v. temperatuurveranderingen.

De oppervlakteveranderingen leiden wij uit de radiële snelheidskromme af. Eerst moeten wij de constante component van  $v_{rad}$  aftrekken (hoe?). Voorts moeten wij bedenken, dat de momentane  $|v_{rad}|$  kleiner is dan de momentane expansiesnelheid  $|v_{exp}|$ , omdat wij naar de rand van de ster toe een steeds kleinere component van  $v_{exp}$  waarnemen. Dus:  
 $v_{exp} = k \cdot v_{rad}$  waarbij  $k \approx 1,4$  is (rekening houdend met de randverzwakking).

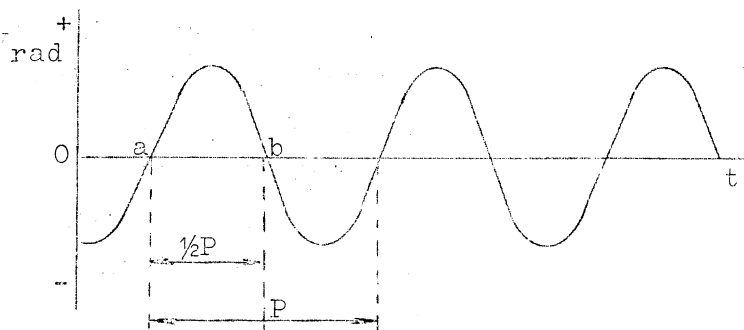


fig. II, 46

In fig. II, 46 is de straal op tijdstip a maximaal en op tijdstip b minimaal.

$R_{max} - R_{min}$  in fig. II, 47 wordt dus direct gevonden uit:

$$\int_a^b v_{exp} dt = k \int_a^b v_{rad} dt = R_{max} - R_{min}$$

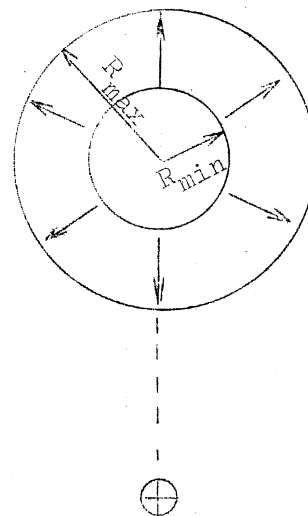


fig. II, 47

Temperatuurveranderingen:

In het hieronderstaande wordt de index " $R_{max}$ " gebruikt voor grootheden, die behoren bij een maximale  $R$ . Nu geldt:

$$\frac{(I_{\lambda})_{R_{max}}}{(I_{\lambda})_{R_{min}}} = \frac{4\pi R_{max}^2 (B_{\lambda})_{R_{max}}}{4\pi R_{min}^2 (B_{\lambda})_{R_{min}}}$$

Hierbij is  $I_\lambda$  de waargenomen helderheid bij een bepaalde golflengte (gebied).  $B_\lambda$ , de monochromatische oppervlaktehelderheid, is met de Wet van Planck te berekenen uit "de" temperatuur, die men afleidt uit de spectraalklasse of uit de kleurindex (alles zowel bij  $R_{\max}$  als bij  $R_{\min}$ ). Nu kan men  $R_{\max}/R_{\min}$  oplossen.

We hadden al  $R_{\max} - R_{\min}$ . Dus beide stralen zijn nu afzonderlijk te berekenen. Zo vindt men:

$$\frac{R_{\max} - R_{\min}}{\bar{R}} \approx 0,1 \quad \text{voor alle Cepheïden I, en } \bar{R} = 8 \text{ tot } 150 R_{\odot} \text{ (afhankelijk van de spectraalklasse).}$$

De helderheidswisseling is dus maar heel weinig door een variatie in  $\lambda$  bepaald. Ten gevolge van dit effect is  $\Delta m = 0,2$  bij gelijkblijvende  $T$  (ga na!). De helderheidswisseling wordt derhalve voor het grootste deel bepaald door de temperatuurswisseling.

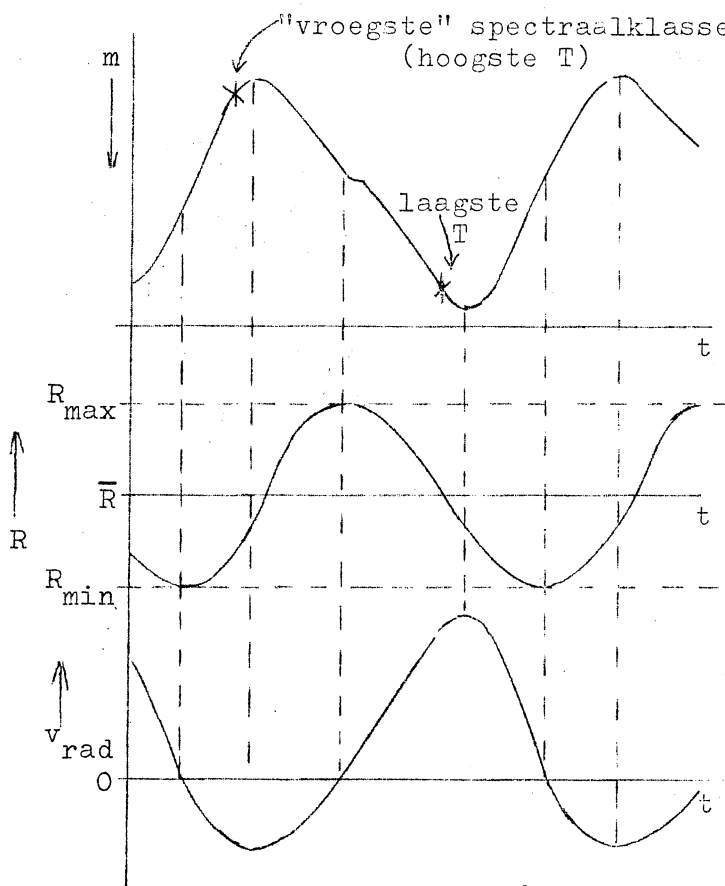


fig. II, 48

De hoogste temperatuur valt ongeveer een kwart periode na  $R_{\min}$  (zie fig. II, 48). Vlak daarna volgt de grootste helderheid (waarom?) Dit betekent, dat een Cepheïde niet adiabatisch pulserst, want bij adiabatische pulsatie zou men de hoogste temperatuur bij de grootste compressie, dus bij  $R_{\min}$  verwachten.

Aan de theoretische interpretatie van pulserende sterren wordt hard gewerkt. Uit modelberekeningen blijkt dat sterren in zeer bepaalde condities niet stabiel zijn (zie ook § VI, 6), m.a.w. dat zij dan door een kleine

evenwichtsverstoring worden "aangeslagen", zodat zij gaan pulseren.

Aan de pulsaties doet alleen de "mantel" van de ster mee. Kern en energieproductie blijven constant. Essentiëel is, dat een deel van de energiestroom tijdelijk in de mantel kan worden "opgeslagen".

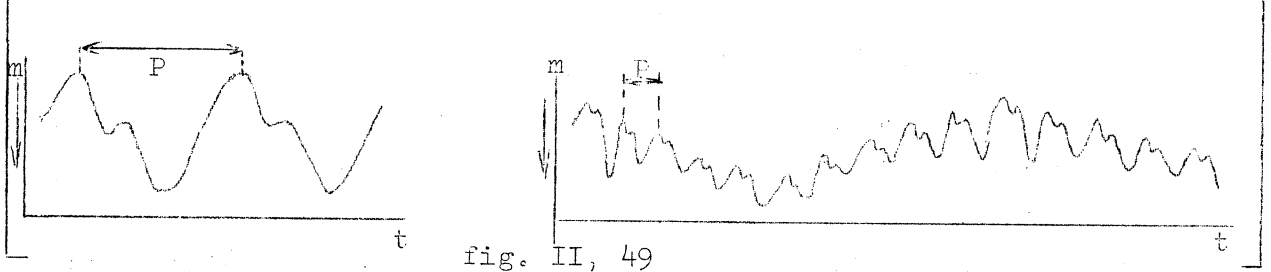
Men deelt de pulserende sterren in in de volgende reeks:

- A. Cepheïden I en II (reeds besproken);  $P = 0^d$  tot  $20^d$  (soms  $100^d$ ).
- B. Half-periodieke veranderlijken;  $P = 50^d$  tot  $100^d$ .
- C. Lang-periodieke veranderlijken;  $P = 90^d$  tot  $600^d$ .

In onderstaand overzicht worden tussen haken geplaatste gedeelten volledigheidshalve gegeven. Op een tentamen zullen zij niet worden gevraagd.

B. Half-periodieke veranderlijken:

1) RV-Tauri-sterren; vrij zeldzaam. Spectraalklassen: (F)-G-(K). Lichtkrachtklassen: Ib-(II). De perioden vertonen zweepingen, waarvan de periode ca.  $1300^d$  bedraagt (fig. II,49).



2) Half-periodieke veranderlijken, die heel vloeiend aansluiten op fig. II,49. - Ze vormen een reeks heel regelmatige lichtkrommen, die daarna verloop van tijd onregelmatig worden (misschien een zeer ingewikkeld regelmatig zweepingenpatroon) om daarna weer regelmatig te worden.

Hun perioden zijn  $50^d$  à  $100^d$ . Het zijn reuzen; G-K-M.

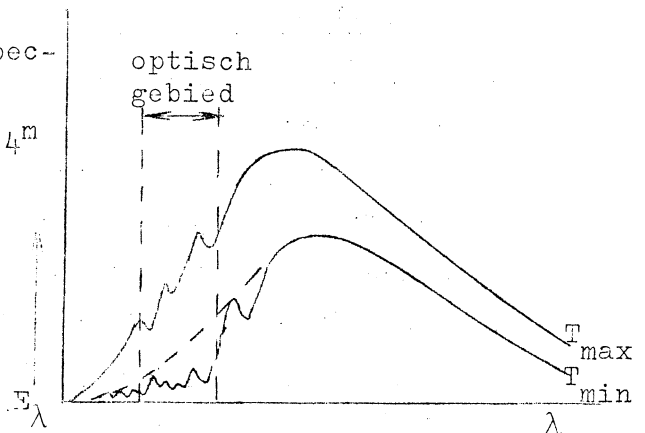
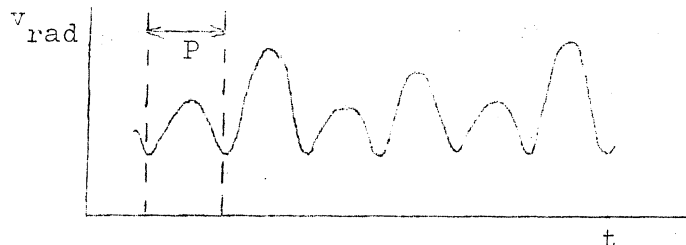
C. Lang-periodieke veranderlijken:

$P = 90^d$  tot  $600^d$ . Het zijn rode (supernovareuzen. Spectraaltypen:

Me (e betekent met emissielijnen).

Voorbeeld: Mira (o Ceti). Afwijkende spectraaltypen die hierbij voorkomen zijn:

S, C, N en R.  $\Delta m_{vis}$  kan variëren van  $4^m$

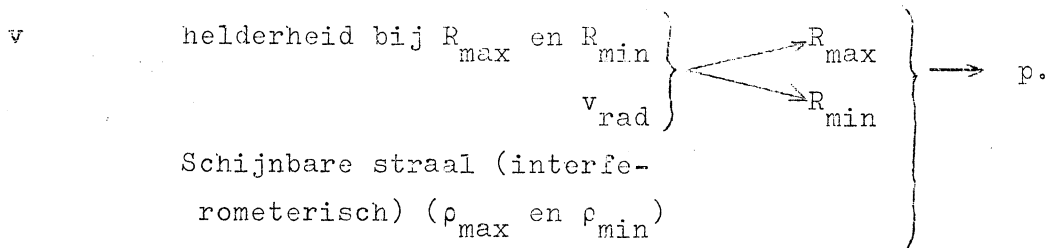


tot  $10^m$ . (Bij Mira is  $(m_{vis})_{max} = 2^m$  tot  $4^m$  en  $m_{min} = 9^m$ , zie fig. II,50).

$\Delta m_{bol}$  is veel kleiner. Verklaring:

- 1) De oppervlaktehelderheid is in het zichtbare gebied veel gevoeliger voor temperatuurveranderingen dan in het infrarood, en vooral:
- 2) In het optische gebied laten de molecuulbanden zich bij een lage T het sterkst gelden (fig. II,51).

Volgens onderstaand schema kan men de parallax bepalen:



D. Onregelmatig veranderlijken:

De meeste rode reuzen zijn veranderlijk. Er is een geleidelijke overgang van de half-periodieke veranderlijken naar de onregelmatig veranderlijken.

Voorbeeld: Beteldjoeza;  $P = 150^d$  tot  $300^d$ . Er treden 6-jaarlijkse zwa-vingen op. Uit interferometrische bepalingen weet men, dat

$$R_{max} = 1,6 \cdot R_{min}$$

E.  $\beta$ -CMa-sterren.

$\Delta m \leq 0,25^m$ . Spectraalklassen B2-B3, vlak tegen de hoofdreeks in het HRD. Ze bezitten een aantal vlak bij elkaar liggende perioden van slechts een paar uur.

F. Algemene bijzonderheden van pulserende sterren.

- 1) Voor de globale plaats in het HRD, zie fig. II,52. De verschillende veranderlijken beslaan in het HRD slechts kleine gebieden. Dit is een aanwijzing, dat bepaalde pulsaties alleen maar in zeer bepaalde omstandigheden mogelijk zijn. Evolutie (hoofdstuk VI): Alleen bepaalde sterren komen in pulserend stadium en dan nog slechts gedurende zeer korte fase in het totale "leven" van de ster.

2) De periode-spectrum relatie:

B-sterren: zeer korte periode, bij M-sterren toenemend tot een zeer lange. Vroeger werkte men graag met een verband tussen de periode en de gemiddelde dichtheid van de ster. Een mooier empirisch verband bestaat er tussen de periode en de straal:



$$3) P = k \left( \frac{R}{R_{\odot}} \right)^n,$$

$$n \approx 2.$$

We vinden dan twee reeksen (fig. II,53).

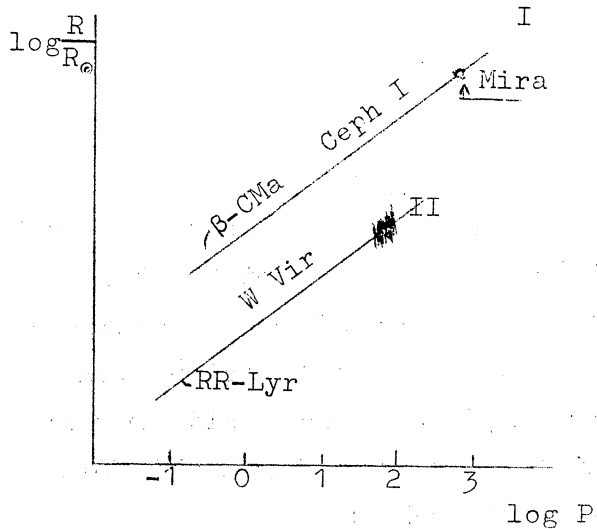


fig. II, 53

De sterren in reeks I zijn nog niet in het reuzenstadium geweest, en die van reeks II hebben dit stadium reeds achter de rug (zie hoofdstuk VI).

G. Enkele niet pulserende veranderlijke sterren.

1) SS-Cygni-sterren.

Hun helderheidsverloop staat in fig. II,54, hun plaats in het HRD in fig. II,52. Hun periode is  $20^d$  à  $60^d$  en  $\Delta m = 4^m$ .

Voorbeeld: SS Cygni; U Gem.

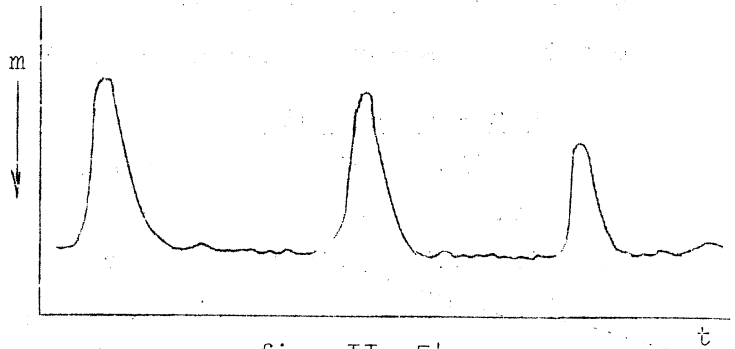


fig. II, 54

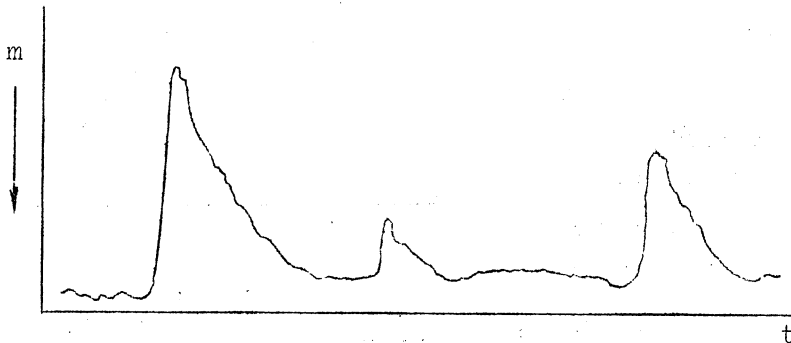


fig. II, 55

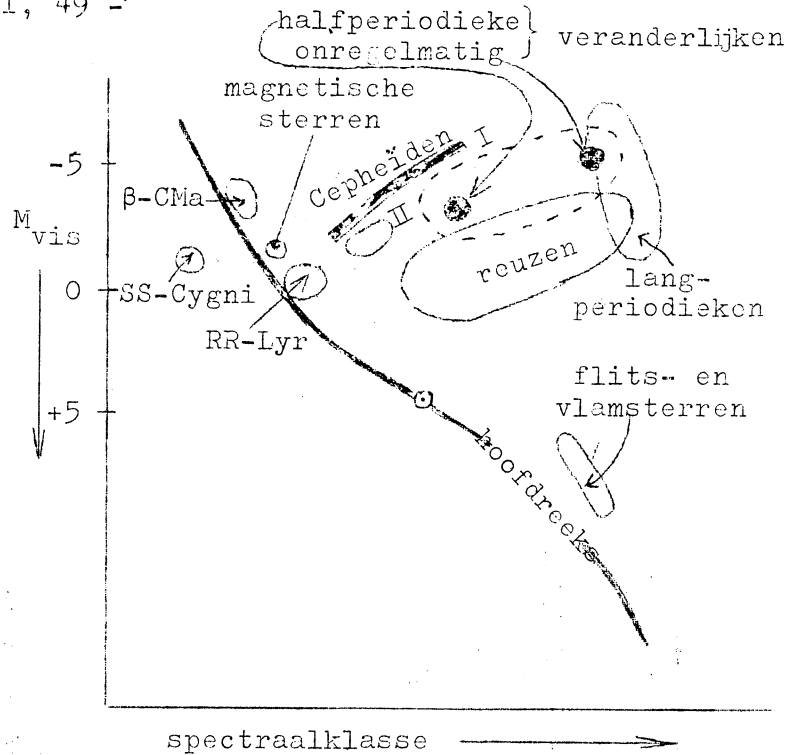


fig. II, 52

2) Flits- en vlamsterren

flitsen zeer plotse-ling op en geleidelijk neemt hun helderheid weer af. In enkele minuten worden ze 10 tot 100 keer zo helder. Deze "sterrevlammen"

gaan gepaard met radiouitbarstingen.

Dwergen; Ke-Me.

3) T-Tauri-sterren,

dwergen van Fe6 tot Me6, in nevels gehuld. De lichtwisseling is volkomen onregelmatig. Men vermoedt, dat deze sterren nog in het contractiestadium zijn (Hoofdstuk VI).

§ II,20. Novae en supernovae.

A. Novae.

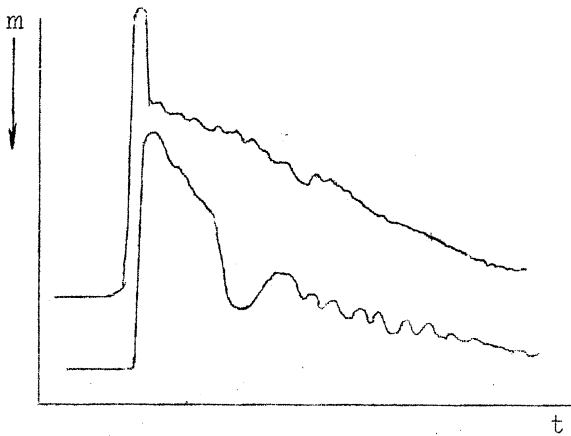


fig. II, 56

Bij een nova zien we binnen een paar dagen een geweldige toeneming in helderheid;  $\Delta m = 8^m$  tot  $12^m$  toe! (factor?) Daarna loopt de helderheid langzaam terug, in 10 tot 40 jaar (fig. II,56). De novae zijn in verschillende klassen ingedeeld. Voor alle novae geldt:

$$M_{\min} \approx +4$$

$$-10 < M_{\max} < -6$$

In de Andromedanevel vindt men

$m_{\max} \approx 17^m$ . Er worden er daar 30 per jaar ontdekt.

Voor de afstandsbeplating (vooral in extragalactische stelsels) worden ook de novae gebruikt:  $M-m = 5 + 5 \log p = 5 - 5 \log r$ . Dit kan omdat de absolute helderheden in het maximum ruwweg gelijk zijn(!).

Prae-nova-stadium

In dit stadium is de ster zeer compact.  $T \approx 50.000^\circ$  en er zijn geen of weinig lijnen in het spectrum. De plaats in het HRD staat in fig. II,57 aangegeven. Wat tijdens de explosie gebeurt, is aangegeven met een grote pijl.

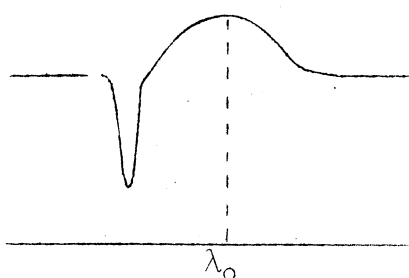


fig. II, 58

Na het maximum geeft het spectrum ons zeer verbrede emissielijnen te zien, die niet zijn verplaatst, en sterk naar het violet verplaatste absorptielijnen

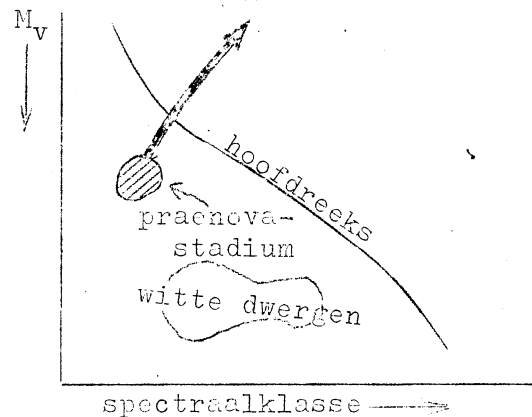


fig. II, 57

spectraalklasse

(fig. II,58). Dit laatste moet duiden op een uitstromingssnelheid van 1000 tot 2000 km/sec. Verklaring: De nova stoot materie uit (fig. II,59)

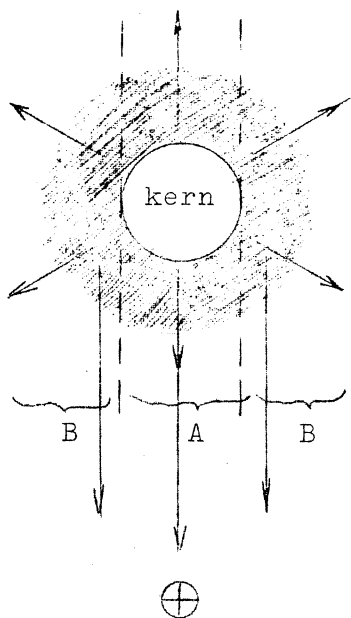


FIG. II, 59

De kern van de nova zendt continue straling uit. De uitgestoten materie is in het continuum doorzichtig doch in de spectraallijnen niet. Het gedeelte, dat zich tussen de kern en de waarnemer bevindt (gebied A), zal dus absorptielijnen te zien geven, sterk naar het violet verplaatst.

De gebieden B dragen niet tot het continuum bij (optisch te dun), doch wel tot emissielijnen, waarin de materie optisch dikker is (vgl. de situatie bij de chromosfeer van de zon). Het snelheidsveld in B geeft aanleiding tot verbrede, doch niet verplaatste emissielijnen.

Na het maximum treden er een aantal achtereenvolgende uitstotingen op. De snelheid van de uitgestoten deeltjes is veel groter dan de ontspanningssnelheid. De hoeveelheid uitgestoten materie is echter een kleine fractie van de totale massa van de ster.

#### Nevels om novae; afstandsbepaling.

Enige tijd na de nova-uitbarsting neemt men een uitbreidend neveltje om de nova waar.

Voorbeeld: De nova Aql 1918. Na 6 maanden zag men een neveltje. Metingen gaven een diametertoeneming van  $2''$  /jaar. Verder was  $v_{\text{rad}} = 1700$  km/sec.

Opgave: Toon aan, dat uit deze gegevens volgt, dat de afstand 360 pc is (§ II,7). Bereken daaruit ook de absolute magnituden bij het maximum en het prae-nova-stadium, als dan  $m$  resp.  $-1,4^m$  en  $+11^m$  is (Uitkomst:  $-9,2^m$  en  $+3,2^m$ ).

#### Recurrente novae.

Men heeft enkele novae meer dan één keer zien oplichten. Dit zijn dan recurrente novae. Hiervoor is telkens  $\Delta m \approx 8^m$ . Het zijn:

T	CrB	in	1866	en	1946
RS	Oph	in	1898	en	1933
U	Sco	in	1862	en	1906.

Sterk hieraan doen denken de SS-Cygni-sterren;  $M = 4^m$  en  $P \approx 50^d$  (§ II, 19 G).

Bij gewone novae is  $M \approx 11^m \rightarrow t = 1000$  tot  $10.000$  jaar (??),

Over de oorzaak van een nova-uitbarsting bestaat nog geen zekerheid. Wel lijkt het zeker, dat het sterren betreft aan het eind van de evolutie, naar het witte-dwergstadium.

B. Supernovae.

In 1885 zag men in de kern van de Andromeda-nevel een ster oplichten, waarvan in het maximum de schijnbare magnitude  $7^m$  was, d.w.z.  $\frac{1}{10}$  van de totale straling van de gehele nevel. Dit was een supernove-uitbarsting. In 6 maanden was deze ene supernova evenveel energie kwijt als de zon in  $3 \cdot 10^8$  jaar.

Per melkwegstelsel vindt 1 supernova-explosie plaats per 400 jaar.

$M_{max}$ :  $-13^m$  tot  $-16^m$ ;  $M > 20^m$ . Het spectrum vertoont zeer brede emissielijnen, wijzend op expansiesnelheden van 4000 tot 15000 km/sec.

In ons eigen Melkwegstelsel zag Tycho Brahe in 1572 plotseling een zeer heldere ster, die zelfs overdag zichtbaar was in het sterrenbeeld Cassiopeia.

De Krabnevel

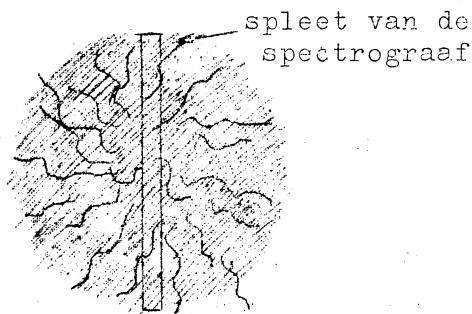


fig. II, 60

Indien we de Krabnevel waarnemen in licht van  $H_{\alpha}$ , vertoont deze een draderige structuur (fig. II, 60). In continu licht ziet hij er echter amorf uit.

De expansiesnelheid is  $0,21$  / jaar.

Dit moet begonnen zijn in ca. 1100 n.C.

In Japanse en Chinese kronieken wordt inderdaad gewag gemaakt van een "gastster", die te zien was in 1054. Hij was 23 dagen

lang overdag zichtbaar, zodat  $m_{max} \approx -5^m$ ,

Indien we de spleet van de spectrograaf over de Krabnevel stellen, geven de spectraallijnen het beeld, zoals in fig.

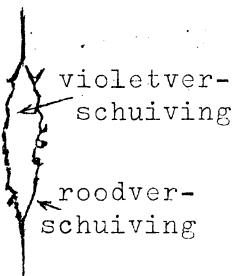


fig. II, 61

II, 61 staat aangegeven. Dus in het centrum van de lijn zowel een violet- als een roodverschuiving (geen verbreding, maar splitsing). Dit duidt er op, dat de Krabnevel een soort schil is, die expandeert met een snelheid van 1300 km/sec. We weten deze snelheid ook in hoekmaat, en kunnen dus berekenen,

dat de afstand van de nevel 1300 pc bedraagt.

→  $M_{\max} = -16^m,5$ .

De radiostraling en de zichtbare continue straling zijn sterk gepolariseerd. Men neemt aan, dat dit synchrotronstraling is, veroorzaakt door electronen, die met een relativistische snelheid om de krachtlijnen van een magneetveld spiraleren. (fig. II,62).



fig. II, 62

§ II,21. Dubbelsterren.

Historisch:

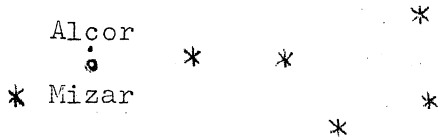


fig. II, 63

In 1650 ontdekte Riccioli, dat Mizar zelf dubbel is. In ca. 1800 ontdekte Herschel, dat de componenten van dubbelsterren baanbewegingen om elkaar uitvoeren.

Aitken stelde een catalogus samen, waarin ca. 17000 dubbelsterren staan aangegeven. Thans zijn er ca. 50.000 visuele dubbelsterren bekend.

Er zijn ook meervoudige stelsels:

Een 3-voudig stelsel is meestal te verdelen in een paar + 1: ::

Een 4-voudig stelsel is doorgaans te verdelen in twee paren: ::

Men kent optische dubbelsterren (schijnbare dubbelsterren) en fysische dubbelsterren (ware dubbelsterren).

Voor het opsporen van fysische dubbelsterren gelden de volgende criteria:

- 1) De afstand tussen de componenten moet zeer klein zijn.
- 2) Baanbewegingen moeten worden aangetoond.
- 3) Als men met een wijd paar te doen heeft en de baanbeweging is nog niet waarneembaar, dan moet in ieder geval gelden:
  - \*) De componenten hebben dezelfde e.b.
  - \*\*) De componenten hebben dezelfde parallax.
  - \*\*\*) De componenten hebben dezelfde  $v_{\text{rad}}$ .

De fysische dubbelsterren zijn te verdelen in:

- A) Visuele dubbelsterren.
- B) **S**pectroscopische dubbelsterren (periodieke schommeling of verdubbeling van lijnen).
- C) Fotometrische dubbelsterren (bedekkingsveranderlijken).

Een schatting leert ons, dat tenminste 60% van de sterren een component is van een meervoudig stelsel.

A. Visuele dubbelsterren; massa's van sterren.

Men duidt de helderste component aan met A, de daaropvolgende met B, dan met C, enz. Dus:

$$\text{Sirius A} = \alpha \text{ CMA A}$$

$$\text{Sirius B} = \alpha \text{ CMA B.}$$

Metingen:

- 1) Fotografisch: Alleen wat wijdere paren; hoekafstand  $\geq 2''$ .
- 2) Visueel met dradenmicrometer (zie college planetenstelsel): hoekafstand moet zijn  $> 0,2$ . Men moet meten de hoekafstand (a in fig. II,64) en de positiehoek (b in fig. II,64).
- 3) Interferometrisch: Hoekafstand moet dan  $\geq 0,05$  zijn.

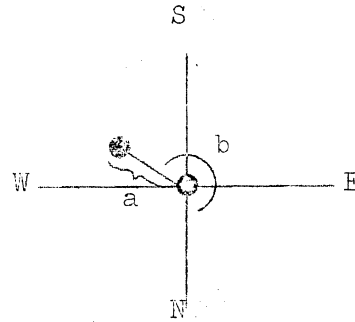


fig. II,64

De banen van een dubbelster:

Indien twee lichamen t.o.v. elkaar bewegen, t.g.v. de gravitatiekrachten, die ze op elkaar uitoefenen, dan geldt t.o.v. hun gemeenschappelijk zwaartepunt:

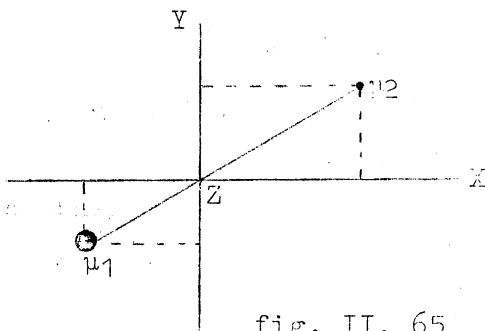


fig. II, 65

$$\mu_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = - \mu_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2}$$

Dus:

$$\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_2} = - \frac{\mu_2}{\mu_1} \rightarrow \frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} = - \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\rightarrow \frac{x_1}{x_2} = - \frac{\mu_2}{\mu_1},$$

indien  $\mu_1$  en  $\mu_2$  de massa's zijn. Ana-

loog leidt men iets dergelijks af voor y.

De twee lichamen bewegen zich t.o.v. Z dus langs gelijkvormige banen. Deze banen kunnen in beginsel ellipsen, parabolen of hyperbolen zijn. In het geval van een dubbelster hebben we natuurlijk twee ellipsbanen.

Indien men de beide banen t.o.v. het gemeenschappelijk zwaartepunt beschouwt, heeft men met de absolute banen te maken.

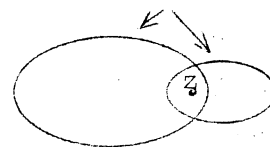


fig. II,66

Uit de waarnemingen leidt men echter de relatieve baan af, dit is de baan van de zwakste component t.o.v. de helderste component. Dit is ook weer een ellips, met de helderste component in één van de brandpunten.

Afmetingen absolute banen van  $\mu_1$  en  $\mu_2$ : afmetingen van relatieve baan =  $\mu_2 : \mu_1 : (\mu_1 + \mu_2)$ .

Er wordt echter een geprojecteerde absolute of relatieve baan waargenomen, daar we doorgaans niet loodrecht op het baanvlak waarnemen. De projectie van het middelpunt correspondeert met het middelpunt van de projectie.

De projectie van een brandpunt correspondeert niet met een brandpunt van de projectie.

De projectie van de lange as is de lijn door de helderste component en het middelpunt van de geprojecteerde baan. Samen

heldere component

lange as van de geprojecteerde relatieve baan

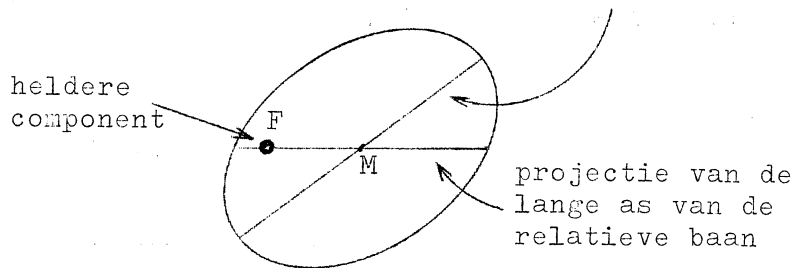


fig. II,67

met de lange as van de geprojecteerde baan bepaalt dit de ware relatieve baan. We kennen dus:

- 1). De beide assen (in hoekmaat)
- 2). De helling van het baanvlak
- 3). De periode.

De ware absolute banen zien wij als geprojecteerde absolute banen t.o.v. het gemeenschappelijke zwaartepunt, of t.o.v. de achtergrondsterren.

Vraag: Waarom is de bepaling van de absolute banen veel moeilijker dan die van de relatieve baan ?

Er zijn een honderdtal goede relatieve banen bekend. De lange

assen zijn meestal ca. 10 AE, met als uiterste grenzen 1 AE en 100 AE. De periode is meestal enkele tientallen jaren, maar er komen er ook voor van 100 dagen en van 11.000 jaar. De excentriciteiten zijn groot;  $\bar{e} = 0,5$  (vooral groot bij wijde paren). In de standen van de lange assen en van de normalen op de baanvlakken treden geen voorkeursrichtingen op.

Bepaling van ster massa's

Van de ware relatieve baan stellen we de halve lange as in lineaire maat voor door A, in hoekmaat door a.

Volgens de 3<sup>e</sup> wet van Kepler:

$$\frac{A^3}{P^2} = \mu_1 + \mu_2 = C(\mu_1 + \mu_2); \quad C \equiv 1.$$

indien P in jaren, A in AE en  $\mu$  in  $\mu_{\odot}$  wordt uitgedrukt.

Nu is  $A = aD = \frac{a}{P}$  (fig. II,68).

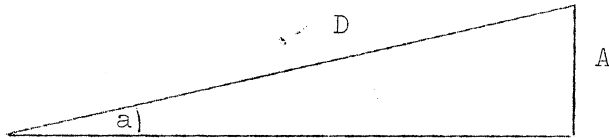


fig. II,68

De periode is goed bekend uit de waarnemingen. Indien de absolute banen en de parallax bekend zijn, kan men de massa's bepalen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Absolute banen of snelheden} \longrightarrow \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1}{v_2} \\ \text{Derde wet van Kepler: } \mu_1 + \mu_2 = \frac{a^3}{p^3 P^2} \end{array} \right\} \longrightarrow \mu_1 \text{ en } \mu_2 \text{ afzonderlijk}$$

Zo vindt men voor de meeste sterren, dat  $\frac{1}{5} \mu_{\odot} < \mu < 5 \mu_{\odot}$

Er blijkt een verband te bestaan tussen massa en spectraalklasse (zie tabel):



Spectraalkl.	Lichtkr.- klasse	$\mu/\mu_{\odot}$	$R/R_{\odot}$	$\bar{\rho}/\bar{\rho}_{\odot}$
05-07	V	$\approx 35$	$\approx 18$	0,01
B0	V	$\approx 7,5$	$\approx 7,5$	0,04
B5	V	6,5	4,0	0,1
A0	V	3,2	2,6	0,2
F0	V	1,6	1,4	0,6
dG0	V	1,07	1	1,3
gG0	III	2,5	6	$10^{-2}$
dK0	V	0,80	0,85	1,4
gK0	III	3,5	16	$10^{-3}$ (dichtheid van lucht)
dM0	V	0,50	0,63	2
gM0	III	5,0	(40)	$10^{-4}$
dM5	V	0,20	0,32	6
Superreuzen	I	10-30	20-500	$10^{-7}-10^{-4}$

N.B. - De aanduiding d of g voor een spectraalklasse betekent resp. dwerg of reus (Eng dwarf or giant).

### Witte dwergen

Bessel ontdekte in 1844 dat Sirius een golfbeweging vertoont met  $P = 50$  jaar. Naderhand is de begeleider Sirius B met  $m_v = 8,5$  inderdaad ontdekt. Men neemt Sirius B vanwege zijn geringe lichtkracht een witte dwerg.

Uit  $m_v = -1,6$  voor Sirius A volgt voor de lichtkracht:  $\frac{L_B}{L_A} \approx 10^{-4}$ .  
Uit de spectra leidde men af, dat  $T_A \approx T_B$ . Dus  $\text{opp.}_A : \text{opp.}_B = 10^{-4} : 1$ , dus  $R_B : R_A = 10^{-2} : 1$ . (dus  $R_B = 4R_{\odot}$ ). Men heeft echter ook af kunnen leiden, dat  $\mu_A = 4\mu_{\odot}$  en  $\mu_B \approx \mu_{\odot}$ . Hieruit kon men voor de gemiddelde dichtheden afleiden dat

$$\frac{\bar{\rho}_B}{\bar{\rho}_A} \approx 250.000$$

d.w.z.  $\bar{\rho}_B \approx 250.000 \times 0,2 = 50.000 \bar{\rho}_{\odot} = 70.000 \text{ g/cm}^3$ .

Modernere methoden geven de betere bepaling  $\bar{\rho} = 40.000 \text{ g/cm}^3$ .

Controle: Uit de roodverschuiving van Einstein:  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{G \mu_B}{R_B c^2}$  (§ I,24), volgt een schijn Dopplereffect van ca. 20 km/sec. Dit bedrag is inderdaad uit de waarnemingen gevonden.

Opgave Om de roodverschuiving van Einstein te vinden, moet gecorri-  
geerd worden voor de variabele  $v_{\text{rad}}$  van de baanbewegingen en  
voor een constante snelheid, die de ster t.o.v. de zon heeft. Hoe doet  
men dit laatste ?

Er zijn enkele honderden "witte" dwergen bekend.  $M_V$  variëert van  
 $10^m$  tot  $15^m$ ;  $\mu \approx \mu_{\odot}$ ; diameter =  $\frac{1}{2}$  tot 4 maal de diameter van de aarde;  
en  $\bar{\rho}$  variëert van  $10^4$  tot  $10^8$  g/cm<sup>3</sup>.

Dit moet duiden op ontaarde(gedegenererde) materie.

Onzichtbare componenten.

Soms is een component zo lichtzwak, dat hij niet is waar te nemen.  
Zijn aanwezigheid blijkt alleen uit de baan van de zichtbare component(en).  
Voorbeeld: de onzichtbare  $3^e$  component van 61 Cyg. Schatting:

$$\mu = \frac{1}{60} \mu_{\odot} = 16 \mu_{\text{jupiter}}$$

Men heeft meer van zulke tussendingen tussen sterren en planeten ge-  
vonden.

De Massa-Lichtkracht-"wet".

De massa's van sterren verschillen weinig (maximaal een factor  
100) van elkaar, de lichtkrachten veel (maximaal van factor  $10^7$ ).

Theoretisch verwacht men:

$$L_{\text{bol.}} \approx c \cdot \mu^n$$

(Eddington:  $n \approx 4$ ).

$$\frac{L_*}{L_{\odot}} = \left(\frac{\mu_*}{\mu_{\odot}}\right)^n, \text{ dus } M_{\text{bol.}*} = M_{\text{bol.}\odot} - 2,5 n \log \frac{\mu_*}{\mu_{\odot}}$$

In de uit dubbelsterren bepaalde massa's vond men inderdaad een  
verband met de lichtkrachten. Zet men  $M_{\text{bol}}$  uit tegen  $\log \frac{\mu_*}{\mu_{\odot}}$ , dan kan  
men de  $n$  in bovenstaande formule aanpassen. Men vindt dan:

$$n \approx 3,3$$

Dit verband geldt voor hoofdreekssterren en reuzen. De afwijkingen  
zijn doorgaans  $< 1^m$  en  $< 0,1$  in  $\log \mu$ . Witte dwergen en Wolf-Rayet-  
sterren voldoen niet aan dit verband.

Conclusie: De structuur van de sterren wordt voornamelijk bepaald door de massa van de zweren en in de tweede plaats door de chemische samenstelling (afhankelijk van het tijdstip van ontstaan, zie hoofdstuk VI).

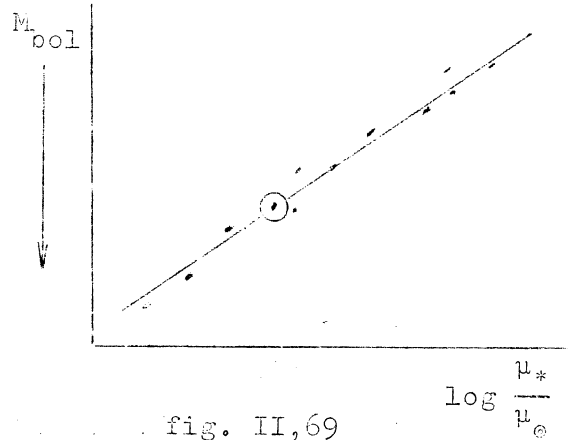


fig. II,69

Tegenwoordig werkt men aan een verfijning van deze empirische  $\mu - L$  - wet. Men bepaalt deze afzonderlijk voor homogene groepen sterren, zoals de Moving clusters, b.v. de Hyaden, het stelsel Zon-Sirius-Grote Beer groep, of de Pleiaden of andere sterrehopen. Men schijnt dan systematische verschillen (b.v. in  $\mu$ ) te vinden.

Dynamische parallax

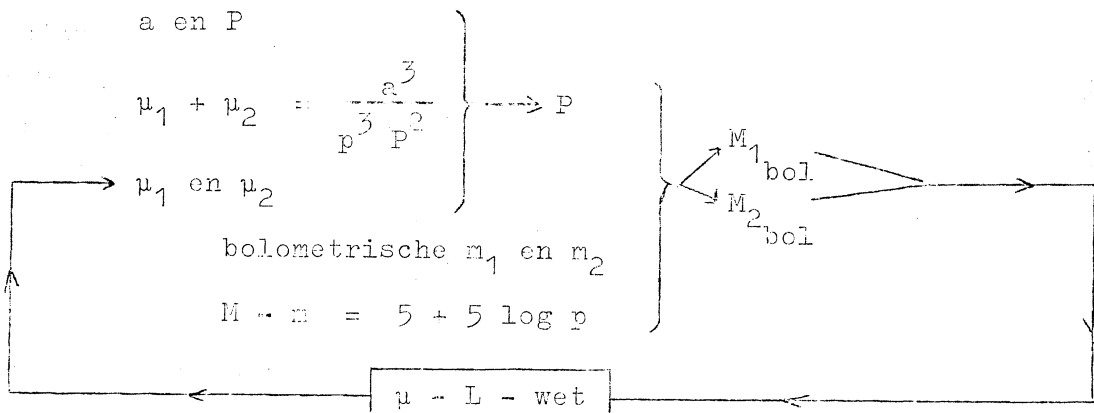
Uit de derde wet van Kepler:

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{a^3}{p^3 P^2}$$

Uit het verband ( $M_{bol}, m_{bol}, p$ ) en uit de massa-lichtkrachtrelatie ( $\mu, M_{bol}$ ) is de parallax van een dubbelster te bepalen. Uit waarnemingen zijn  $a, P$  en  $m_{bol}$  af te leiden.

In principe is het mogelijk een analytische uitdrukking voor de  $\mu - L$  - wet te vinden. Men maakt echter liever gebruik van de grafische voorstelling van deze wet.

Men kan nu volgens onderstaand schema p iteratief bepalen:



Opmerking: Men spreekt van een dynamische parallax, omdat de parallax hier alleen te bepalen is als de beweging van de componenten bekend is.

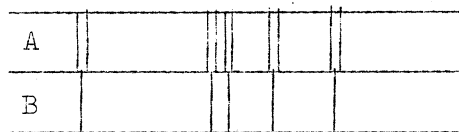
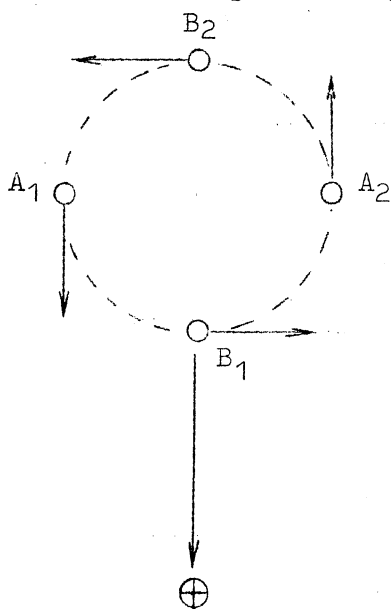
- Dus: 1<sup>o</sup> We maken een eerste schatting voor  $\mu_1$  en  $\mu_2$ . Stel b.v.  
 $\mu_1^{(1)} = \mu_2^{(1)} = \mu_{\odot}$ .
- 2<sup>o</sup> Uit deze  $\mu_1^{(1)}$  en  $\mu_2^{(1)}$  bepalen we de bijbehorende  $p^{(1)}$  via de wet van Kepler.
- 3<sup>o</sup> Uit deze  $p^{(1)}$  bepalen we op de bekende manier de bijbehorende  $M_{1bol}^{(1)}$  en  $M_{2bol}^{(1)}$ .
- 4<sup>o</sup> Met de  $\mu$ -L-wet bepalen we uit  $M_{1bol}^{(1)}$  en  $M_{2bol}^{(1)}$  de bijbehorende massa's  $\mu_1^{(2)}$  en  $\mu_2^{(2)}$ .
- 5<sup>o</sup> Uit deze verbeterde waarden van de massa's  $\mu_1$  en  $\mu_2$  bepalen we weer een verbeterde parallax  $p^{(2)}$  enz., totdat de  $\mu$ 's en  $p$  niet meer veranderen.

Deze methode convergeert snel; drie of vier iteraties zijn doorgaans voldoende.

Opgave: Bepaal met de iteratieve methode de dynamische parallax van Krüger 60, waarbij  $m_{1bol} = 7^m,7$ ,  $m_{2bol} = 8^m,9$ ,  $a = 2''37$  en  $P = 45$  jaar. Gebruik in de  $\mu$ -L-wet, dat  $n = 3,3$ . (Controle: de jaarlijkse parallax is  $0''249$ ).

### B. Spectroscopische dubbelsterren.

Voorbeeld: De helderste component van de visuele dubbelster Mizar is weer een spectroscopische dubbelster.



Als van beide componenten de spectra zichtbaar zijn ( $\Delta m < 1^m$ ),

treedt er in het spectrum periodieke Dopplerverschuiving in tegenfase op (fig. II,70).

Indien slechts het spectrum van één component zichtbaar is, zien we in het spectrum periodiek schommelende spectraallijnen. Er zijn een paar duizend spectroscopische dubbelsterren bekend.

Bij cirkelbanen is de  $v_{rad.}$ -kromme een sinusöïde. Bij elliptische banen hebben we de volgende twee uiterste gevallen:

fig. II,70

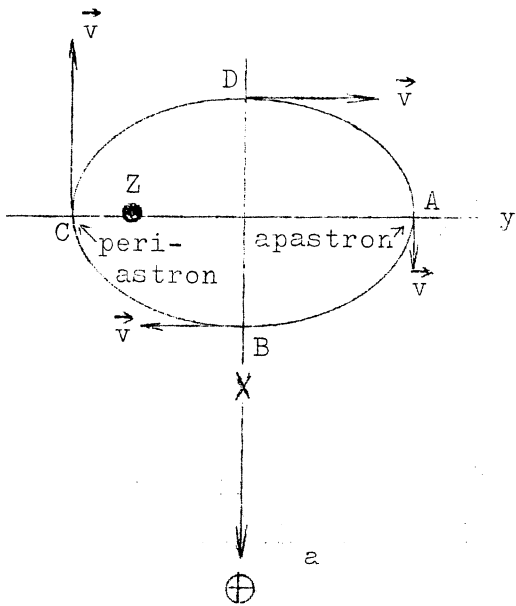


fig. II, 71

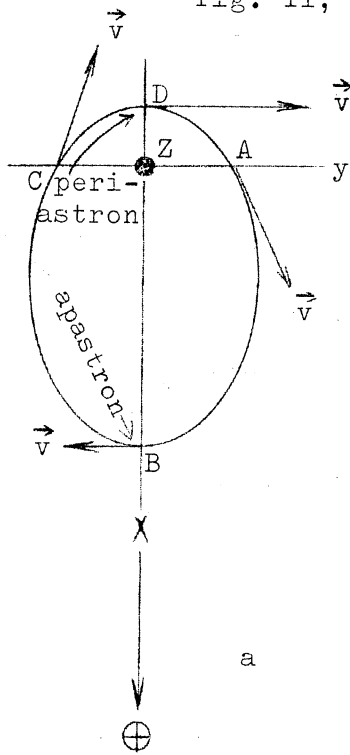
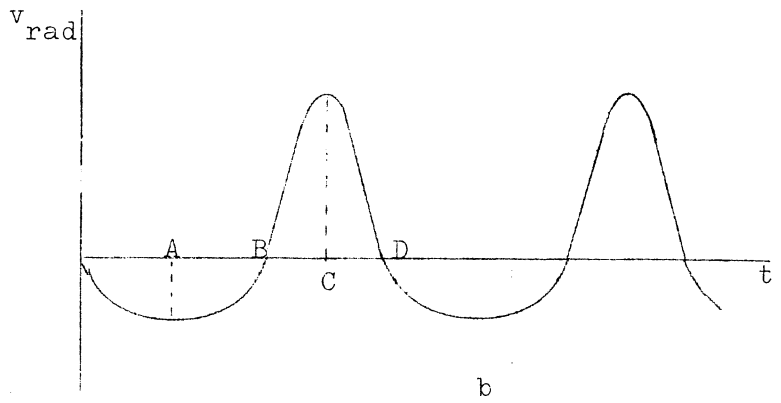
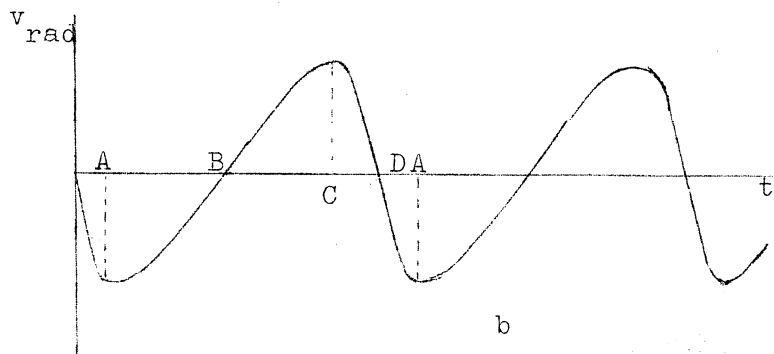


fig. II, 72



Indien we loodrecht op de lange as waarnemen, is volgens de 2<sup>de</sup> wet van Kepler (de perkenwet) af te leiden, dat de  $v_{rad.}$ -kromme er uit moet zien als in fig. II,71b.



Indien we evenwijdig met de lange as waarnemen, is met de perkenwet af te leiden, dat de  $v_{rad.}$ -kromme er uit moet zien als in fig. II,72b. (ga na!)

De vorm van de radiële snelheidskromme wordt dus bepaald door de stand van de lange as en de excentriciteit van de schijnbare (geprojecteerde) baan. Over de stand van het baanvlak

komen we zo niets te weten.

De bepaling van baanelementen.

a). Cirkelbaan // waarnemingsrichting (fig. II,73).

Hier is  $v_x = v_{rad.}$ , dus

$$2A = \int_0^{1/2p} v_{rad} dt = \int_0^{1/2p} v_x dt$$

Dit komt overeen met het gearceerde oppervlak van de sinusoïde in fig. II, 74

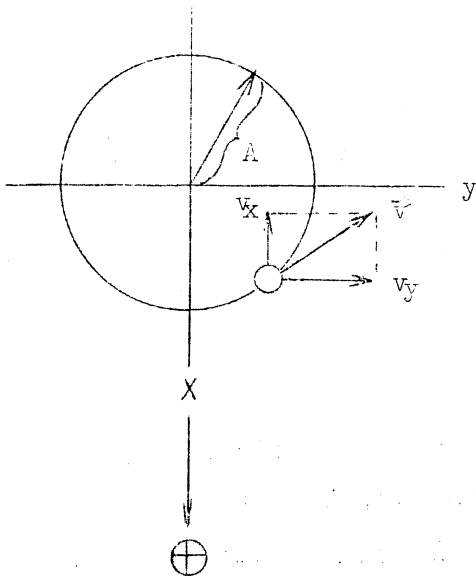


fig. II, 73

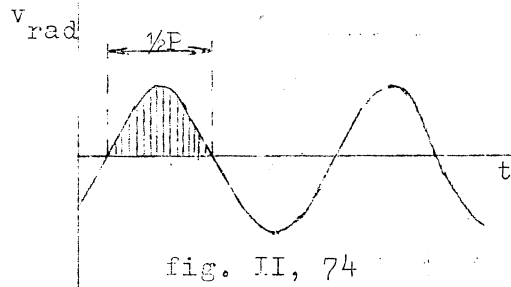


fig. II, 74

b) Cirkelbaan hellend t.o.v. de waarnemingsrichting (fig. II, 75).

Laat de waarnemingsrichting een

hoek  $i$  met de normaal op het baanvlak maken. Dan is dus

$$v_{\text{rad}} = v_x \sin i, \text{ dus dan}$$

is ook:

$$\int_0^{\frac{1}{2}P} v_{\text{rad}} dt = \int_0^{\frac{1}{2}P} v_x \sin i dt = 2A \sin i,$$

hetgeen overeenkomt met het gearceerde oppervlak in fig.

II,74.

Bij ellipsbanen (vgl. fig. II,71

en II,72):

$$\int_{B \rightarrow C \rightarrow D} v_{\text{rad}} dt = - \int_{D \rightarrow A \rightarrow B} v_{\text{rad}} dt = BD \sin i$$

Aangezien uit de vorm van de  $v_{\text{rad}}$ -kromme en de stand van de lange as kan worden afgeleid, kan  $A \sin i$  uit  $BD \sin i$  worden afgeleid.

Bepaling van de massa's:

I. Van beide componenten is  $v_{\text{rad}}$  bekend  $\rightarrow$  verhouding van de massa's.

$$\text{Dan is } \frac{v_{1\text{rad}}}{v_{2\text{rad}}} = - \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

In de grafiek van de  $\mu$ -L-relatie kunnen we dan door verschuiven ruw  $\mu_1$  en  $\mu_2$  apart te weten komen. (fig. II,76).

$$\text{Verder is } \frac{A^3}{P^2} = (\mu_1 + \mu_2), \text{ dus}$$

$$\frac{(A \sin i)^3}{P^2} = (\mu_1 + \mu_2) \sin^3 i.$$

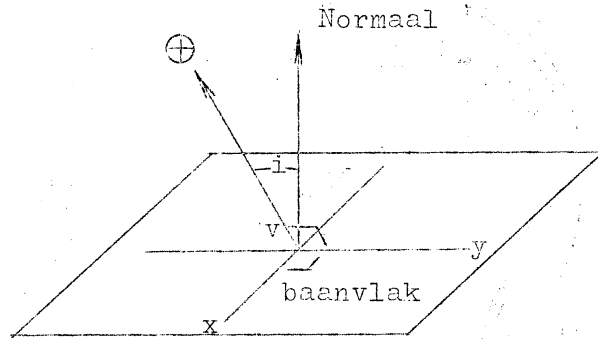


fig. II, 75

Dit levert ons in ieder geval een ondergrens voor  $\mu_1 + \mu_2$ . In een homogene groep sterren kunnen we werken met een statistische  $\sin^3 i$ .

II. Er is slechts één spectrum zichtbaar.

Deze gevallen zijn statistisch nog wel van enig belang. De helling  $i$  is bekend, als de spectroscopische dubbelster tevens een visuele dubbelster of een fotometrische dubbelster is. (dan is  $i \approx 90^\circ$ ).

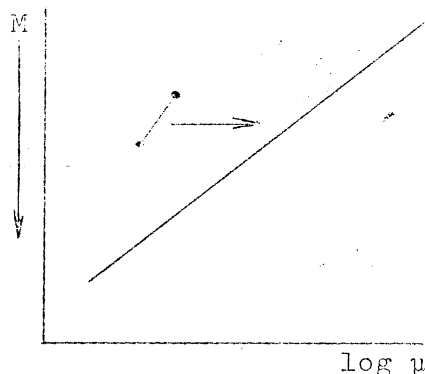
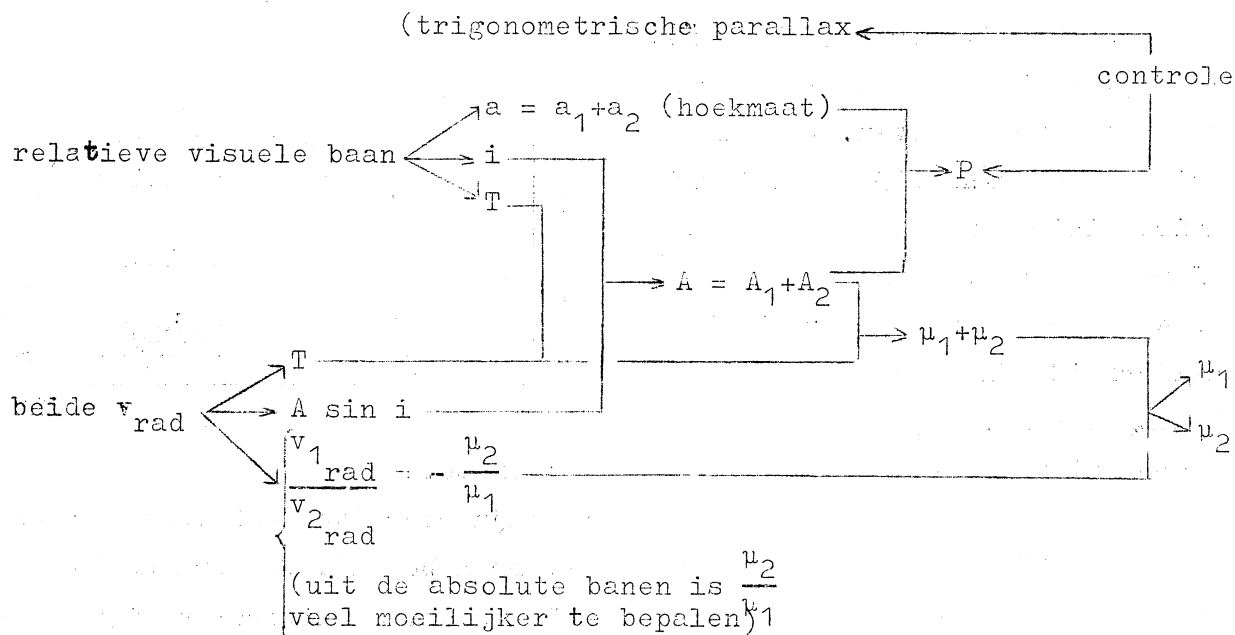


fig. II, 76

In het geval, dat van een spectroscopische dubbelster bovendien de relatieve visuele baan bekend is:



Resumerend kunnen we dus zeggen:

- 1) Het grootste deel van de sterren is een component van een meervoudig stelsel.
- 2) Er is grote verscheidenheid van halve lange assen en perioden. Gemiddeld neemt de excentriciteit met de periode toe.

halve lange assen:	vrijwel rakende componenten:	< 1 AE	10 AE	100 AE
periode:	enkele dagen	ca. 100 dagen	enkele tientallen jaren	enkele duizenden jaren
excentriciteit:	$\approx 0$ ----- tot 0,7			
	$\bar{e} = 0,17$ (spectrosc. dubbelst.); $\bar{e} = 0,5$ (visuele dubbelst.)			



fig. II, 78

3) Oppassen met zeer nauwe dubbelsterren! Ze zijn meestal omhuld door een gaswolk, waarin de snelheden vaak anders zijn dan die van de componenten (fig. II,78).

Opgaven: 1. Het gelukkige geval: visuele dubbelsterren met goede spectroscopisch bepaalde  $v_{\text{rad}}$ -krommen komen slechts zelden voor (20 gevallen). Verklaar dit.

2. a) Hoe onderscheidt men pulserende sterren van spectroscopische dubbelsterren?  
 b) Verklaar waarom men  $\beta$ -CMA-sterren (§ II,19 E) wel eens met spectroscopische dubbelsterren heeft verward.

C. Fotometrische dubbelsterren (eclips- of bedekkingsveranderlijken)

Voorbeeld: Algol ( $\beta$  Persei).

In fig. II,79 staat de lichtkromme van deze ster gegeven. De helderheidsverandering tijdens het primaire minimum is  $\Delta m = 1,2^m$ . De minima worden veroorzaakt door twee componenten van verschillende helderheid, die elkaar beurtelings bedekken (fig. II,80). De donkerste component is hier  $3^m$  zwakker dan de helderste.

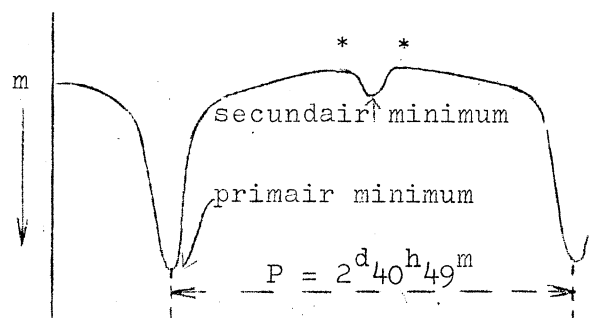


fig. II, 79

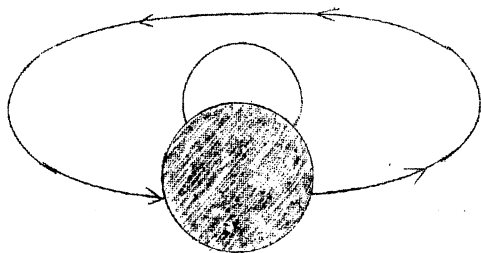


fig. II, 80

Er zijn meer dan 3000 fotometrische dubbelsterren bekend. De periode is meestal enkele dagen. De uitersten zijn  $P = 4^h$  en  $P = 27$  jaar. Uiteraard is  $i \approx 90^\circ$ . Hier ligt een unieke mogelijkheid om, indien van beide componenten  $v_{\text{rad}}$  bekend is,  $\mu_1$  en  $\mu_2$  afzonderlijk te bepalen.

Uit de aard der lichtkrommen kan in beginsel het volgende worden afgeleid:

1) De aard der verduistering:

In fig. II,81 staan de lichtkrommen, behorende bij een totale, een ringvormige en een partiële verduistering.

In fig. II,82 staat de gang van zaken gedetailleerder voor de totale en de ringvormige verduisteringen.



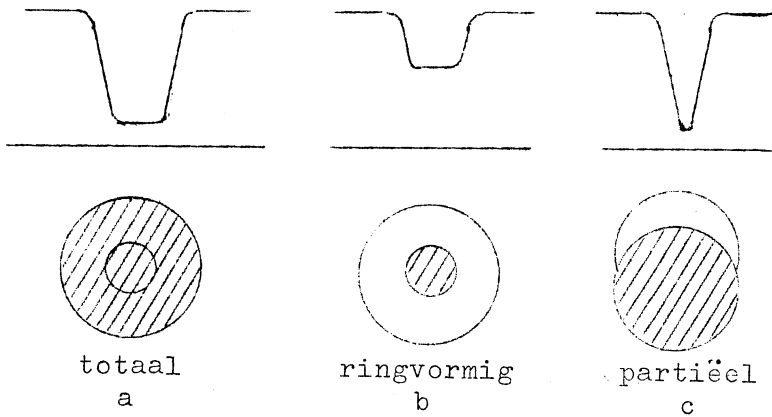


fig. II, 81

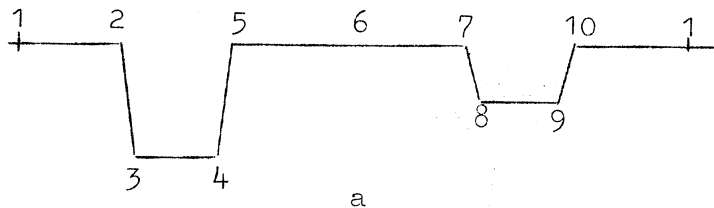
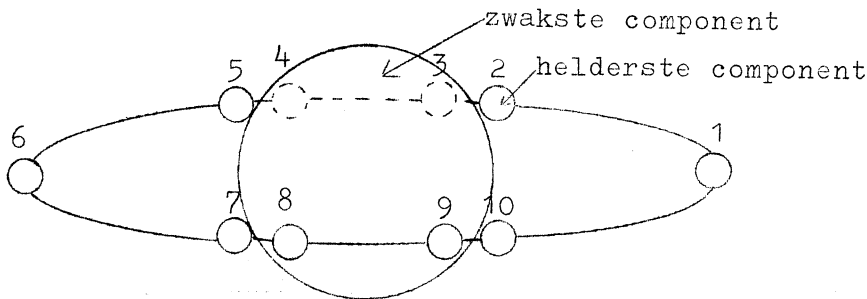


fig. II, 82

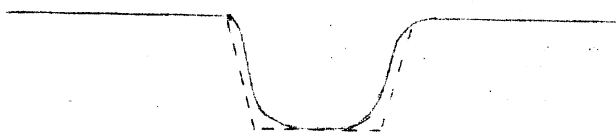


fig. II, 83

2) De stralen  $r_1$  en  $r_2$  van de componenten, uitgedrukt in  $A$ ; dus  $\frac{r_1}{A}$  en  $\frac{r_2}{A}$  (vgl. fig. II,82). Indien van beide componenten  $v_{\text{rad}}$  nog bekend is, is  $A = A_1 + A_2$  te berekenen, en zijn  $r_1$  en  $r_2$  in absolute maat te bepalen (§ II,13).

3) Uit de verhouding der helderheden in het primaire en het secundaire minimum is de verhouding der oppervlaktehelderheden te bepalen.

4) De randverzwakking van de bedekte ster. In fig. II,83 staat weergegeven

hoe de lichtkromme er uit zou zien bij een homogene schijf (gestippeld) en een schijf met randverzwakking (getrokken). Er zijn zeer nauwkeurige foto-elektrische metingen nodig om de randverzwakking te

meten en die te onderscheiden van het effect van de partiële verduistering.

5) Uit de afronding van de maxima in de lichtkromme van een nauwe dubbelster kan men afleiden, dat de componenten door getijkrachten sigaarvormige ellipsoïden zijn. Om dit in te zien, kan men zichzelf om de dubbelster heenlopend denken, inplaats van de componenten draaiend om elkaar (fig. II,84).

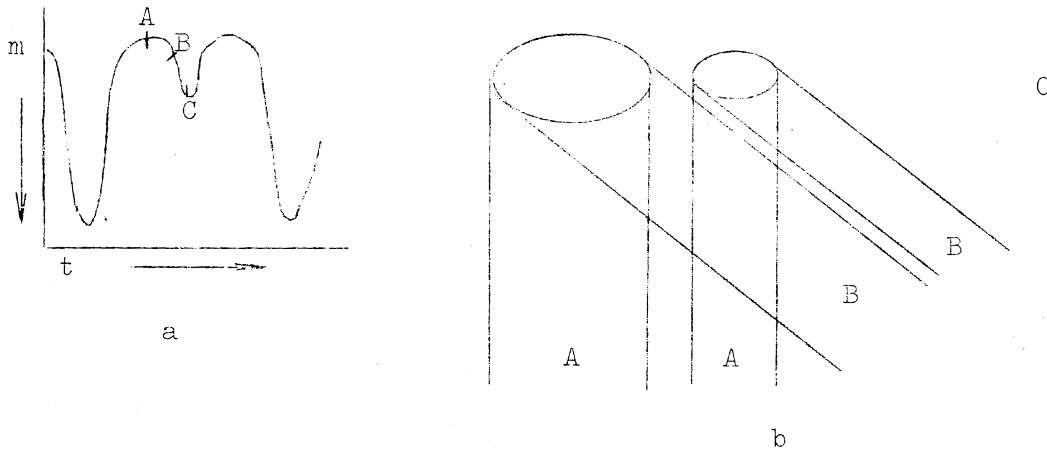


fig. II, 84

6) Bij de lichtkromme van Algol (fig. II,79) nemen we gedurende de tijd, dat m op

weg is van het primaire naar het secundaire minimum en dat de componenten elkaar niet bedekken, waar, dat de helderheid toch nog iets

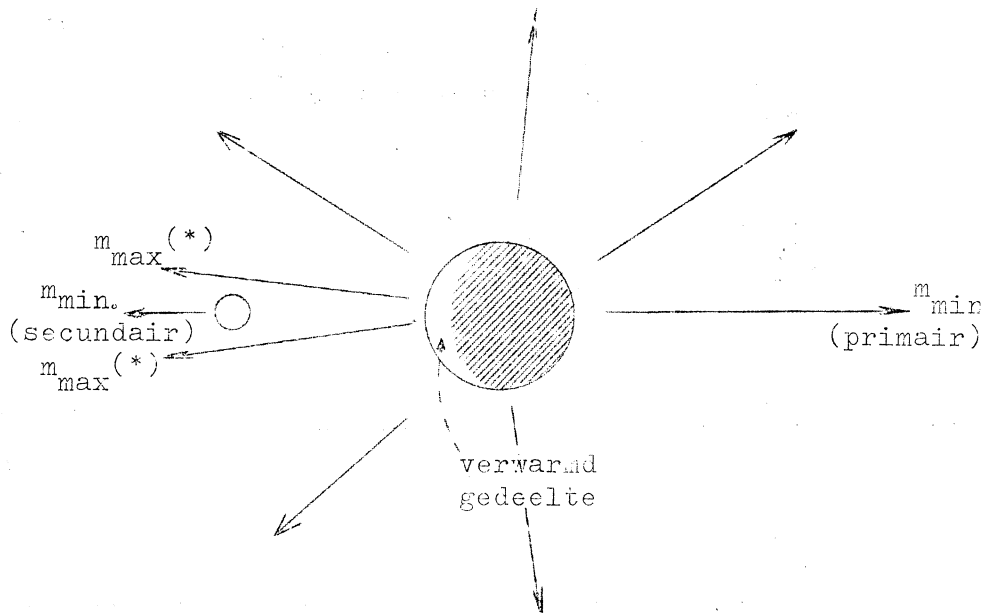


fig. II, 85

toeneemt. Dit is te wijten aan het verwarmingseffect: de helderste component verwarmt de zwakste, die plaatselijk een hogere oppervlaktetemperatuur krijgt (fig. II,85).

7) Bijzondere gevallen: Sterren met uitgebreide atmosferen.

Voorbeeld:  $\zeta$  Aur.

Deze dubbelster bestaat uit een dB1-component en een gK5-component, welke een uitgebreide chromosfeer bezit. Tijdens de verduistering schijnt dB1 lange tijd door de chromosfeer van gK5 heen. In het spectrum komen dan chromosfeerlijnen in absorptie te voorschijn.

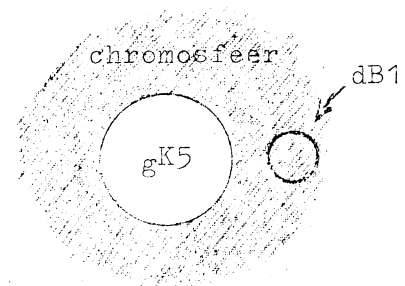


fig. II, 86

Opgave: Wat is het nut van voelkleurenfotometrie in de gevallen 1 t/m 4?

§ II, 22. STERRENHOPEN (CLUSTERS) EN ASSOCIATIES.

De catalogus van Messier (1784) bevat allerlei nevelachtige objecten:

galactische wolken,  
sterrenhopen, en  
extragalactische nevels.

Moderne catalogi

New General Catalogue (NGC)

Index Catalogue (IC).

Men onderscheidt:

- A. Open (galactische) sterrenhopen (b.v. Pleiaden).
- B. Bolvormige sterrenhopen.
- C. Associaties.

De sterren van een bepaalde sterrenhoop staan op vrijwel dezelfde afstand en hebben dezelfde ontstaansgeschiedenis. Ze zijn vermoedelijk vrijwel even oud.

A. Open sterrenhopen.

Men kent er ongeveer 500. Ieder bestaat uit 20 tot een paar honderd sterren. Ze vertonen zeer verschillende sterdichtheden, zowel 100 tot 1000x de gemiddelde sterdichtheid om de zon als dichtheden kleiner dan om de zon. De "moving clusters" (§ II,7), zoals de Hyaden en de UMa-zon-Sirius-groep, zijn ijle open sterrenhopen, dicht bij de zon. Open sterrenhopen liggen dichtbij het melkwegvlak, in de spiraalarmen (§ IV,6).

Het HRD is moeilijk te bepalen omdat de spectra vrij lastig van elkaar te scheiden zijn. Daarom neemt men een open sterrenhoop fotografisch op met kleurfilters, bepaalt de fotovisuele magnituden, de kleurindices B-V en maakt met behulp van deze gegevens een KHD (fig. II,87), met schijnbare  $m_{vis}$ . Men ziet dan een scherpe hoofdreeks. Dit duidt op dezelfde afstand en dezelfde geschiedenis (chemische samenstelling) van de sterren. Bovenaan buigt hij iets af naar rechts en wordt daar iets diffuser. Doorgaans is er een reuzentakje, dat diffuser is dan de hoofdreeks. Dan is er nog een extra lijntje, dat een aantal niet opgeloste dubbelsterren vertegenwoordigt; vandaar de iets grotere helderheid.

Indien we van deze hoofdreekssterren nauwkeurig de parallax kennen

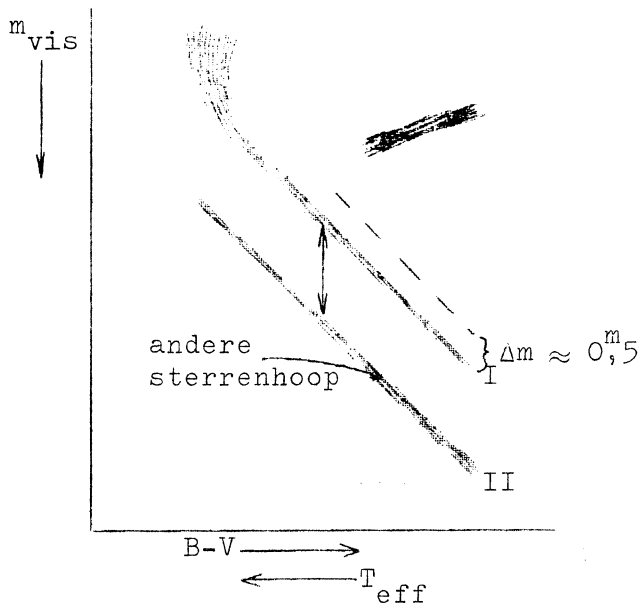


fig. II, 87

(neem b.v. de clusterparallax van de Hyaden), dan kan de parallax van een andere sterrenhoop ook worden bepaald. Men tekent van deze nieuwe sterrenhoop nl. de hoofdreeks in hetzelfde KHD en gaat deze verticaal verschuiven tot deze met de hoofdreeks met bekende parallax samenvalt. Uit de grootte van de verticale verschuiving is  $p$  dan te bepalen, want  $M-m = 5+5 \log p$ .

Indien we nu van enkele open sterrenhopen  $M_{vis}$  tegen B-V uitzetten (na de verschuiv-

ingen), krijgen we een composiet KHD (fig. II,88). Hieruit is met de evolutietheorie (Hoofdstuk VI) van de sterren de ouderdom van de sterrenhopen af te leiden. Deze varieert van minder dan  $10^6$  jaar tot  $10^9$  jaar.

Afstandsbepalingen:

- 1) Uit de clusterparallax van "moving clusters".
- 2) a. Verticale verschuiving in het KHD (met schijnbare  $m$ ) t.o.v. de hoofdreeks van een goed geijkte open sterrenhoop.
- b. Van een paar sterren, op de hoofdreeks, bepalen we B-V en in het KHD hieruit  $M_{vis}$ . Tevens bepalen we  $m_{vis}$ . Hieruit is dan  $p$  te bepalen.

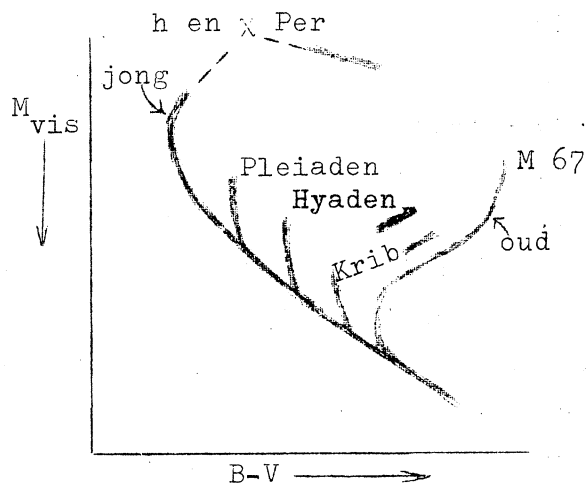


fig. II, 88

We merken vast op, dat bij de methodes onder 2) complicaties kunnen optreden:

- \*) Interstellair extinctie vergroot de schijnbare  $m_{vis}$  (§ III,5).
- \*\*\*) Interstellair roodverschuiving t.g.v. "rook"-deeltjes in het melkwegvlak tussen de sterren vergroot B-V (§ III,5).

De gevonden afstanden variëren van enkele tientallen tot 5000 pc. Er komen geen pulserende sterren in open sterhopen voor.

B. Bolvormige sterrenhopen.

Hiervan zijn er ruim 100 bekend. Ze bevatten minstens 100.000 sterren. De stelsels zijn weinig afgeplat en vertonen een zeer sterke concentratie naar het centrum. De concentratie is 100x dichter dan in een dichte open sterrenhoop, dus 10.000x dichter dan in de omgeving van de zon. De stelsels zijn zeer helder:  $(M_v)_{\text{totaal}} \approx -8^m$ , hetgeen overeenkomt met 200.000  $L_{\odot}$ .

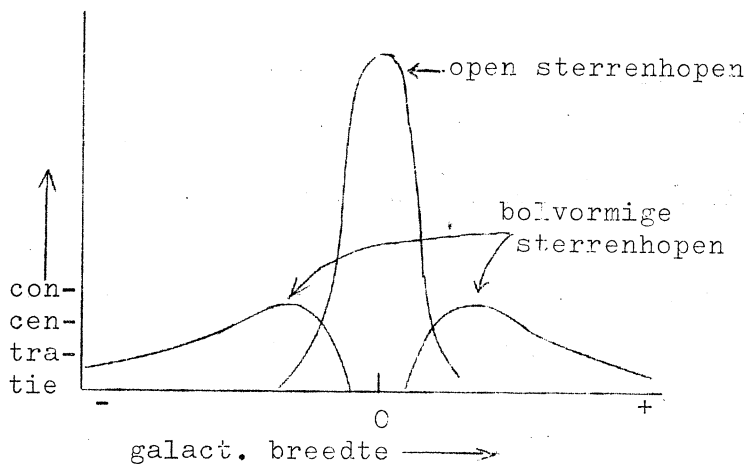


fig. II, 89

Indien we de sterrenhopenconcentraties uitzetten tegen de galactische breedte, ontstaat fig. II, 89. Dat de bolvormige sterrenhopen niet waargenomen worden nabij gal. breedte 0, is te wijten aan interstellair extinctie (§ III, 5).

De meeste bolvormige sterrenhopen bevinden zich tussen de gal. lengten  $300^{\circ}$  en  $320^{\circ}$  ( $\approx$  het centrum van het melkwegstelsel; in de Boogschutter). Verder geldt:  $|\bar{v}_{\text{rad}}|$  (gemiddeld over de gehele hoop) is zeer groot tot 300 km/sec. toe.

De meeste bolvormige sterrenhopen bevinden zich

Het KHD van een bolvormige sterrenhoop is totaal anders dan dat van een open sterrenhoop (fig. II,90). Er zijn geen O- en B-sterren. De helderste sterren zijn rode reuzen. Als veranderlijke sterren komen hier alleen de Cepheïden II voor (clustervariabelen). Dit moet een gemeenschap van zeer oude sterren zijn (van ca.  $10^{10}$  jaar).

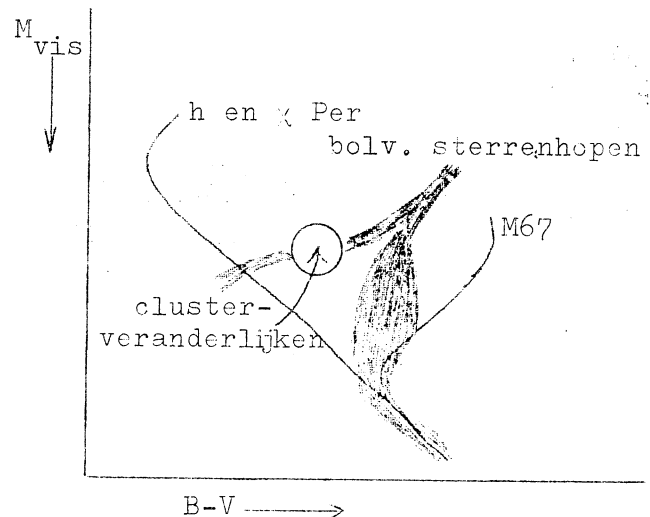


fig. II, 90

Afstandsbepalingen:

1) Volgens onderstaand schema uit clusterveranderlijken:

$$P \begin{matrix} \longrightarrow M \\ \qquad \qquad m \end{matrix} \left. \vphantom{P} \right\} \longrightarrow p \quad ( \S \text{ II, 19 } )$$

2) Vergelijking van schijnbare helderheden van de helderste sterren (b.v. de 30 of de 5 helderste) met de absolute helderheden van de helderste sterren, die bepaald zijn uit een stelsel met goed bepaalde afstand.

Indien geen afzonderlijke sterren goed zijn te onderscheiden:

3) Vergelijking van de schijnbare helderheid van de totale hoop met de absolute helderheid van een geijkte hoop.

4) Vergelijking van de schijnbare middellijn van de hoop met de middellijn van een geijkte hoop.

We moeten interstellair absorptie in rekening brengen. Deze werkt nl. direct in op 1), 2) en 3) en meer indirect op 4).

De ruimtelijke verdeling van sterren in bolvormige sterrenhopen.

Een bolvormige sterrenhoop kan opgevat worden als een soort atmosfeer, die naar buiten steeds ijler wordt. De sterren zijn te vergelijken met gasmoleculen die door elkaar bewegen. Door gravitatiekrachten worden zij bij elkaar gehouden. Men slaagt er doorgaans niet in, radiale snelheden van individuele sterren uit de hoop te bepalen (waarom niet?). Wel verraden deze snelheden zich door verbreding van de lijnen, die men constateert bij het spectrum van de sterrenhoop als geheel.

Wij willen nu de ruimtelijke dichtheidsverdeling  $f(r)$  als functie tot het centrum C van de hoop afleiden uit de oppervlakedichtheid van de sterren op een foto (fig. a).

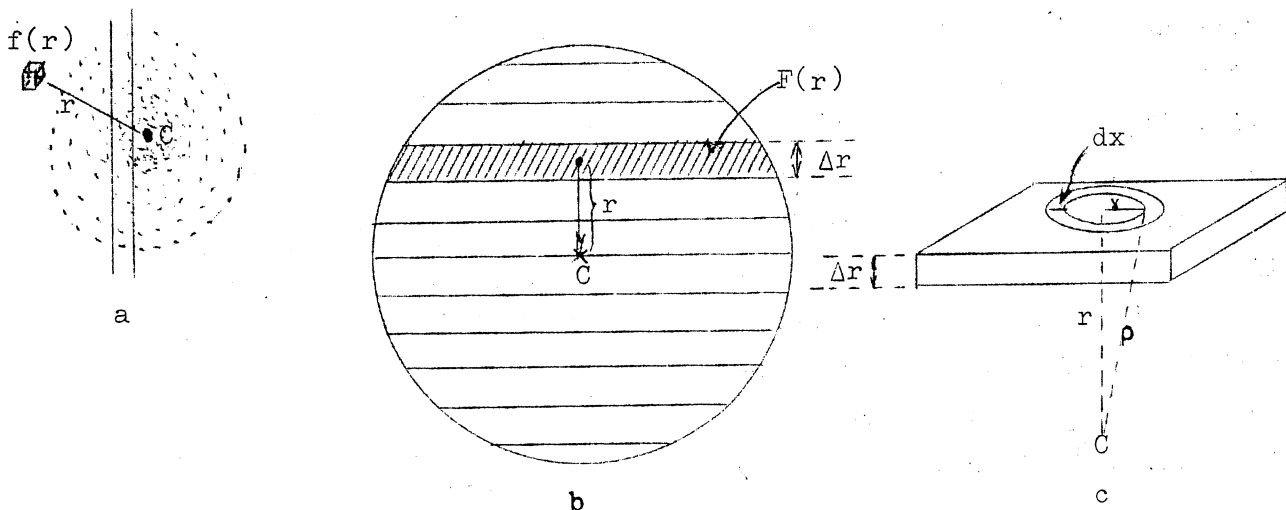


fig. II, 91

We veronderstellen steeds, dat de bolvormige sterrenhoop bolsymmetrisch is.

We verdelen de foto in evenwijdige strookjes ter breedte van  $\Delta r$  ("voldoende smal") (fig. b). Het aantal sterren in een strookje op afstand  $r$  van het centrum  $C$  noemen wij  $F(r)$ . We tellen tot een afstand  $R$  van het centrum ( $R$  "voldoende groot"). Een strookje op de foto correspondeert met een "plak" in de ruimte (fig. c).

Uit de figuren b en c volgt voor het verband tussen  $f(r)$  en  $F(r)$ :

$$F(r) = \int_0^{\sqrt{R^2 - r^2}} f(\rho) \cdot \underbrace{\Delta r \cdot 2\pi x \, dx}_{\text{volume van ringetje in plak}}$$

Uit  $\rho^2 = r^2 + x^2$  volgt  $x dx = \rho d\rho$ , zodat

$$F(r) = 2\pi \Delta r \int_r^R f(\rho) \rho d\rho$$

Wij gaan vervolgens deze integraal naar de grenzen differentiëren.

Daarvoor gelden de eenvoudig te verifiëren regels:

$$\frac{d}{da} \int_a^b g(x) dx = -g(a) \quad \text{en} \quad \frac{d}{db} \int_a^b g(x) dx = g(b)$$

Wij vinden zo:

$$\frac{dF(r)}{dr} = -2\pi \Delta r f(r)r \quad \text{of} \quad f(r) = \frac{-1}{2\pi r \Delta r} \cdot \frac{dF(r)}{dr}$$

De differentiatie van  $F(r)$  kan het beste grafisch geschieden. In de praktijk kan men  $f(r)$  alleen van de buitenste delen bepalen, omdat de sterren in de binnenste delen veel te dicht bijeen staan om nog geteld te kunnen worden. Zo blijkt, dat de ruimtedichtheid  $f(r)$  ruw evenredig is met  $r^{-4}$ .

### C. Associaties.

Een associatie is een ijle groep sterren van vrijwel dezelfde spectraalklasse, ook ruimtelijk te midden van andere sterren.

Men heeft de O-associaties:

Dit zijn groepen O- en B-sterren (blauw). Aantal per groep: niet meer dan een paar honderd. De expansiesnelheid van een associatie is 8 tot 12 km/sec, hetgeen duidt op een leeftijd van  $10^6$  à  $10^7$  jaar.

Voorts zijn er T-associaties, die bestaan uit T-Tauri-sterren ( § II, 19 G).



fig. II, 92

Ze bevinden zich in gas- en stofwolken.

D. Levensduren.

Associaties en (ijle) open sterrenhopen worden uiteengerafeld door storingen ten gevolge van:

- 1) nabije passages van veldsterren;
- 2) storingen door getijkrachten t.g.v. het zwaartekrachtsveld van het gehele melkwegstelsel.

Men leidt af, dat de levensduur van een associatie  $\approx 10^7$  jaar en van een ijle open sterrenhoop  $\approx 10^8$  jaar zal bedragen.

Dichtere open en bolvormige sterrenhopen worden veel sterker bij elkaar gehouden. Hierbij is belangrijker:

- 3) "Verdamping". Een klein deel van de sterren ( $< 1\%$ ) heeft op een gegeven moment een snelheid groter dan de ontsnappingssnelheid.

Hieruit heeft men kunnen afleiden, dat dichte open sterrenhopen een levensduur van  $< 3 \cdot 10^9$  jaar hebben en bolvormige sterrenhopen  $\approx 10^{12}$  jaar.



III. GALACTISCHE NEVELS EN  
INTERSTELLAIRE MATERIE.

INLEIDING

Een wazig object kan zijn:

- 1) Een sterrenhoop (§ II,22 )
- 2) Een galactische nevel
- 3) Een extragalactische nevel (hfdst. V).

§ III, 1. - Sterren met uitgebreide atmosferen.

Men spreekt van een uitgebreide atmosfeer, indien wel een invloed op het spectrum merkbaar is, terwijl er geen afzonderlijke nevel zichtbaar is.

Eén voorbeeld:

Wolf-Rayet-sterren.  $T = 20.000^{\circ}$  tot  $80.000^{\circ}$ . Het spectrum vertoont sterke gelijkenis met dat van novae na het maximum, d.w.z. sterk verbrede niet verplaatste emissielijnen en sterk naar het violet verplaatste absorptielijnen. Men concludeert hieruit een uitstroming van gas met een snelheid van  $v = 2000$  km/sec. (§ II,20 - novae).

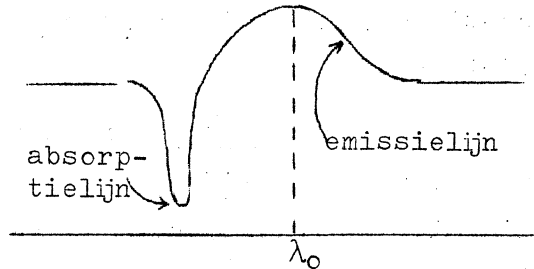


fig. III, 1

§ III, 2. - Galactische nevels.

De galactische nevels worden onderverdeeld in:

- a) Diffuse nevels
- b) Planetaire nevels.

a) Diffuse nevels: onregelmatig van vorm en helderheid; zij worden kennelijk door heldere sterren tot lichten gebracht. Zij zijn sterk geconcentreerd naar het melkwegvlak (in de spiraalarmen).

Voorbeelden: Orion-nevel, Pleiaden-nevels, Noord-Amerika-nevel.

- b) Planetaire nevels (b.v. ringnevel in de Lier)



fig. III, 2

Planetaire nevels zijn schijffjes of ringen, waarin vaak een centrale ster zichtbaar is. De lichtende materie is in bolschillen gerangschikt (fig. III,3). Schijnbare diameters  $\lesssim 1'$ .

Totaal zijn er bijna 700. Zij zijn vrij algemeen over de hemel verdeeld, met een zekere concentratie naar het melkwegcentrum.

c) Verband tussen ster(ren) en nevel.

B2-ster of latere:

Een diffuse nevel, in dit geval een reflectienevel, bestaande uit stofdeeltjes, die licht verstrooien (voorbeeld: Pleiaden), want het spectrum van de nevel  $\approx$  het spectrum van de ster.

BO-ster of vroeger:

Het spectrum van de nevel is een lijnen-emissie-spectrum; geen continuum. Dit duidt op een gas. Het is dus een diffuse gasnevel (Orionnevel).

De "kernen" van planetaire nevels zijn sterren van een bijzonder spectraaltipe. Zij doen enigszins aan Wolf-Rayet-sterren denken. Ook hier is het nevelspectrum een lijnen-spectrum zonder continuum. Hier is dus een gasnevel.

In fig. III,4 staan de plaatsen van de sterren, die de nevels doen oplichten, in het HRD aangegeven.

Fysisch verschillen de diffuse en de planetaire nevels weinig.

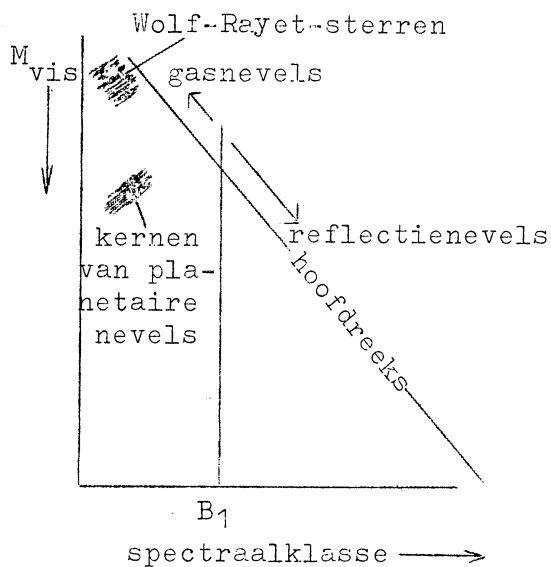


fig. III. 4

Vaak zijn te zien: He I en He II

- C I, C III en C IV
- N I, N II en N III
- O I, O II en O III.

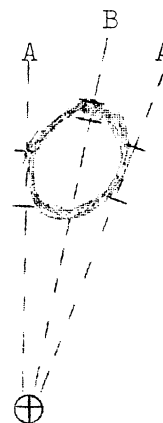


fig. III, 3

Een diffuse nevel heeft niets met de ster te maken, doch wordt door deze toevallige ster alleen maar aan het lichten gebracht. Een planetaire nevel wordt echter door de centrale ster uitgestoten.

d) De spectra van diffuse (gas)nevels en planetaire nevels zijn kwalitatief gelijksoortig.

Ze vertonen alle emissielijnen. Altijd zijn te zien: H-Balmerlijnen.

Bovendien de "nebulium"-lijnen; dat zijn de verboden lijnen [O III] en [N II], vooral in het groenblauw.

Bij spectra, opgenomen met normale spleetspectrografen, blijken diffuse nevels wazige kronkelige lijnen te vertonen. Dit wijst op chaotische bewegingen; macroturbulentie, met  $\overline{\Delta v} = 10$  km/sec (fig. III,5).

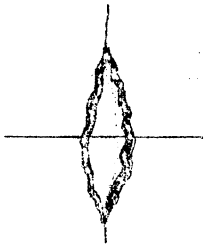


fig. III, 6

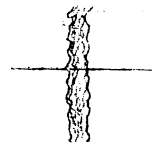


fig. III, 5

De lijnen van planetaire nevels splitsen naar het midden toe, (fig. III,6), hetgeen wijst op een expanderende bolschil;  $v_{exp} = 5$  tot 50 km/sec. Verder is er ook nog wel macroturbulentie.

Maken we van een planetaire nevel een spectrum met de spleetloze spectrograaf, dan krijgen we zoiets als in fig. III,7.

Men vindt voor de beeldgrootten: He II  $\ll$  He I  $<$  H  $<$  Neb (nebulium).

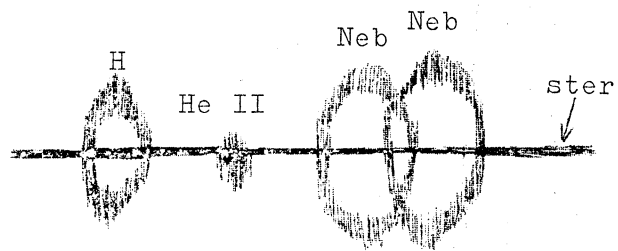


fig. III, 7

### § III, 3. - Mechanismen

van lichtgeven van diffuse gasnevels en planetaire nevels.

#### 1) Recombinatiespectrum van H, He I en He II.

De ster(ren), die de nevel tot lichten brengt(en), straalt veel ver-UV-licht met  $\lambda < 912 \text{ \AA}$  uit. De vele neutrale H-atomen in de nevel absorberen deze straling; er treedt dus ionisatie op, waarbij  $H^+$ -ionen en vrije electronen ontstaan.

Af en toe keert een electron naar een proton terug (recombinatie). Hierbij treden dan emissiecontinua (Lyman-, Balmer-, ---) op (fig. III,8 en III,9). Het bij recombinatie geëmitteerde foton kan weer opnieuw worden geabsorbeerd, enz. Het netto resultaat is, dat de aanvankelijke, bij de ionisatie geabsorbeerde fotonen gedeeltelijk worden omgezet in "zichtbare" fotonen; m.a.w. er treedt fluorescentie op. We zullen dit proces verderop meer kwantitatief behandelen. De emissiespectra He I en He II ontstaan analoog.

Voor de ionisatie-energieën heeft men het volgende tabelletje (dit geldt dus tevens voor de recombinatie-energieën):

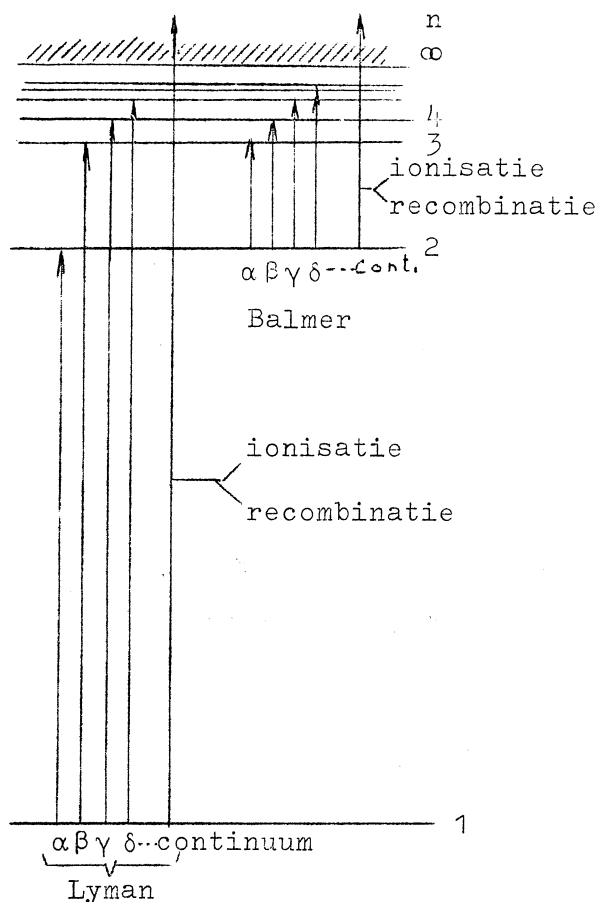


fig. III, 8

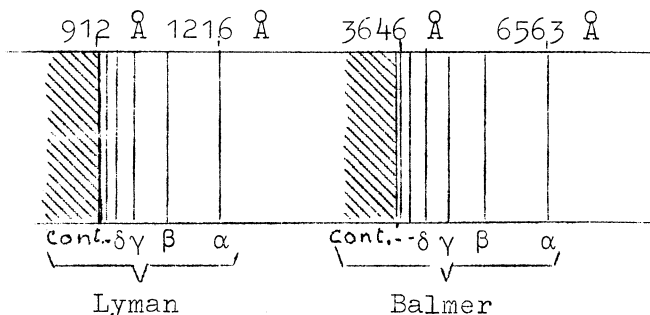


fig. III, 9

	H	He	He <sup>+</sup>
$\epsilon$	13,6 eV	24,6 eV	54,4 eV
$\lambda <$	912 Å	504 Å	228 Å

2) Botsingsaanslag van de Nebuliumlijnen [O III] en [N II]

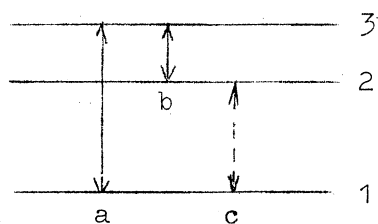


fig. III, 10

Als in fig. III,10 de golflengten van de lijnen a en b uit het laboratorium bekend zijn, is de golflengte van de verboden lijn c hieruit af te leiden, want  $\epsilon_{12} = \epsilon_{13} - \epsilon_{23}$ , dus  $\nu_{12} = \nu_{13} - \nu_{23}$ , of

$$\frac{1}{\lambda_{12}} = \frac{1}{\lambda_{13}} - \frac{1}{\lambda_{23}}$$

Op deze wijze heeft men de "nebulium"-lijnen als "verboden" lijnen uit bekende lijnen in het laboratorium afgeleid. "Verboden" wil eigenlijk zeggen "zeer onwaarschijnlijk". Als het gas zeer ijl is, kan een electron in niveau 2 vertoeven zonder gestoord te worden, en van daar uit de zeer onwaarschijnlijke sprong naar niveau 1 maken. Meestal komen electronen in niveau 2 terecht door botsingen.

Men kent de volgende soorten botsingen:

- a) Inelastische botsingen (botsingen van de 1-ste soort); het botsende deeltje staat energie af.

b) Superelastische botsingen (botsingen van de 2e soort); het botsende deeltje neemt energie op.

In een hete ijle nevel zijn er naar verhouding veel botsingen van de 1<sup>ste</sup> soort; zij veroorzaken overgangen van niveau 1 naar niveau 2, zonder straling (botsingsaanslag). Er zijn echter zeer weinig botsingen van de 2e soort; overgangen van 2 naar 1 (deëxcitatie). Hieruit volgt meteen, dat veel ionen zich langdurig in niveau 2 bevinden, waardoor dus de verboden emissielijnen ontstaan, overgangen van 2 naar 1.

Als een gas zeer ijl is en de electronen zeer energierijk zijn (hoge temperatuur), dan vinden er veel botsingen van de eerste soort plaats.

De verboden lijnen zijn vaak intenser dan alle andere lijnen samen. In een speciaal geval heeft men berekend dat

$T_{\text{nevel}}$  zonder nebuliumlijnen  $\approx 50.000^{\circ}$ , en

$T_{\text{nevel}}$  met nebuliumlijnen  $\approx 10.000^{\circ}$  (snellere energie-afvoer).

### 3) Temperatuurbepaling van een centrale ster.

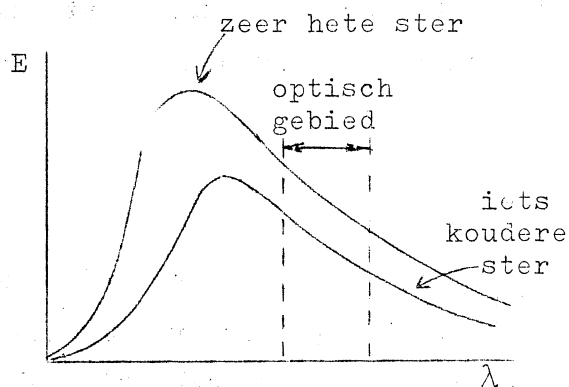


fig. III, 11

Blijkens fig. III,11 is de bepaling van de kleurtemperatuur uit spectra in het zichtbare spectraalgebied bij zeer hete sterren ongevoelig. Men gebruikt daarom liever de Methode van Zanstra.

Hierbij worden twee dingen verondersteld.

#### 1e Veronderstelling:

De nevel om de centrale ster is optisch dik voor straling in het Lyman-continuum, en dus a fortiori optisch dik voor de Lyman-lijnstraling. Elk Lyman-quantum van de ster en van de binnenste delen van de nevel wordt dus door de nevel geabsorbeerd.

#### Aan te tonen gevolg:

Elk recombinerend electron geeft tenslotte een Ly- $\alpha$ -quantum + een Ba-quantum (zie fig. III,12); voorbeelden:

- Een recombinitie naar niveau 1; dit geeft het Lyman-continuum, dat weer door de nevel wordt geabsorbeerd.
- Recombinitie naar niveau 2, en van 2 naar 1: Ly- $\alpha$  + Ba-continuum.

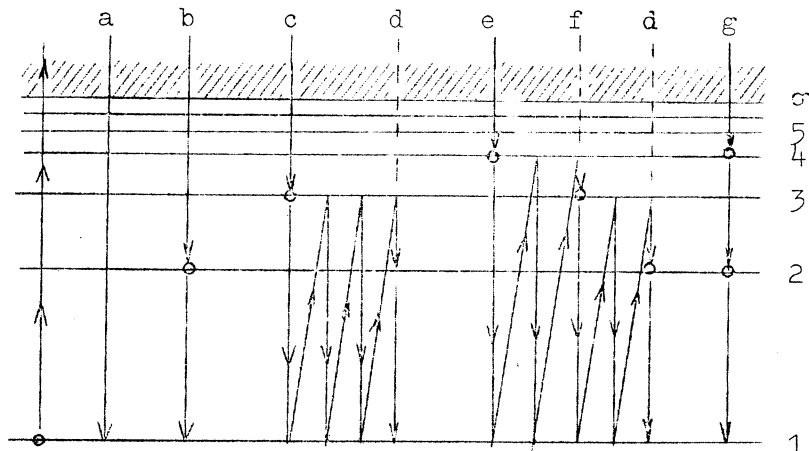


fig. III, 12

- c) Recombinatie naar 3 en van 3 naar 1: Ly- $\beta$  + Pa-continuum;
- d) Recombinatie van Ly- $\beta$  naar 2 en van 2 naar 1: Ly- $\alpha$  + Ba- $\alpha$ ;
- e) Recombinatie naar 4 en van 4 naar 1: Ly- $\gamma$  + Br-continuum;

- f) Recombinatie van Ly- $\gamma$  naar 3 en van 3 naar 1: Ly- $\beta$  + Pa- $\alpha$ ;
- g) Recombinatie naar 4, en van 4 naar 2 en van 2 naar 1: Ly- $\alpha$  + Ba- $\beta$  + Br-continuum.

enz.

Elk Lyman-quantum (behalve Ly- $\alpha$ ) wordt net zo lang geabsorbeerd en geëmitteerd, totdat tenslotte één Lyman- $\alpha$ -quantum en precies één Balmer-quantum zijn ontstaan (daarnaast kunnen ook Paschen-, enz. quanta zijn ontstaan). De Balmer-quanta worden nauwelijks door de nevel geabsorbeerd; zij zijn fotografeerbaar.

Nu is

$$N_{\text{fot.}} = N_{\text{Ba}} + N_{\text{neb.}} + \dots$$

als  $N_{\text{fot.}}$  het aantal fotografeerbare quanta van de nevel is en  $N_{\text{Ba}}$  het aantal Balmer quanta en  $N_{\text{neb.}}$  het aantal nebulium-quanta van de nevel. Op de plaats van de stippels behoort nog een (verwaarloosbaar) aantal andere quanta te staan.

Elk van de centrale ster afkomstig Ly-continuum quantum wordt door de nevel omgezet in één Ba-quantum, dus

$$N_{\text{Ly-cont.}}^* = N_{\text{Ba}} = N_{\text{fot.}} - N_{\text{neb.}}$$

als  $N_{\text{Ly-cont.}}^*$  het aantal Ly-continuumquanta van de centrale ster is.

2e Veronderstelling:

De ster straalt als een zwart lichaam. De E- $\lambda$ -kromme is dus een Planck-kromme.

We gaan nu  $N_{\text{Ly-cont.}}^*$  en  $N_{\text{fot.}}^*$  uit het sterspectrum met elkaar vergelijken. Voor het Ly-continuum is  $0 < \lambda < 912 \text{ \AA}$  en voor  $N_{\text{fot.}}^*$  is  $3400 \text{ \AA} < \lambda < 7000 \text{ \AA}$ .

Volgens Planck is dus nu te berekenen als  $f(T^*)$ :

$$\underbrace{\frac{N_{\text{fot.}} - N_{\text{neb.}}}{N_{\text{fot.}}}}_{\text{uit de waarnemingen}} = \frac{N_{\text{Ly-cont.}}^*}{N_{\text{fot.}}^*} = f(T^*) = \frac{\int_0^{912 \text{ \AA}} \left[ \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \right] \frac{hc}{\lambda} d\lambda}{\int_{3400}^{7000} \left[ \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \right] \frac{hc}{\lambda} d\lambda}$$

$f(T^*)$  is dus zeer gevoelig voor  $T^*$  (fig. III,13). We vinden:

$T^*$	$f(T^*)$
15.000°	0,007
20.000°	0,066
30.000°	0,72
40.000°	2,50
50.000°	5,4
70.000°	15,3

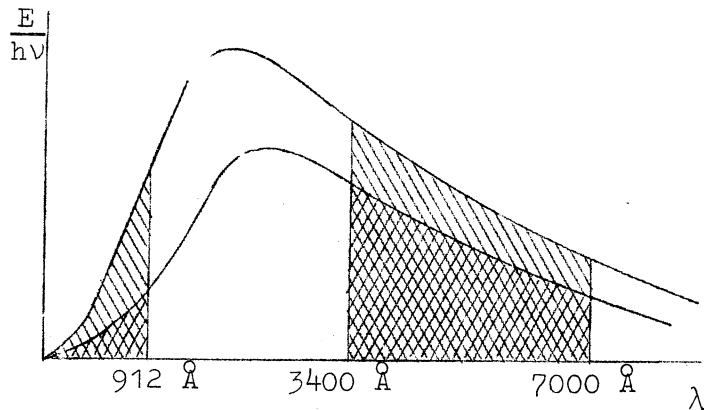


fig. III, 13

Bij diffuse nevels is  $f(T^*) \approx 1$ , hetgeen correspondeert met een temperatuur van 32.000°.

Bij planetaire nevels heeft men zo temperaturen gevonden van 30.000° tot 100.000°.

Voorts blijkt uit bovenstaande tabel, dat voor  $T^* < 20.000^\circ$   $f(T^*)$  zeer klein is, hetgeen goed klopt met de waarnemingen, dat sterren met spectraalklassen, later dan B2 geen gasnevel tot lichten kunnen brengen.

Opgave: Ga na, dat we in de teller van de breuk eigenlijk ook hadden moeten opnemen de straling van Ly  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  ----- . Waarom mogen we dit in de praktijk verwaarlozen?

Opmerking: 1. De nevel fungeert in de methode van Zanstra dus als een Lymanfotonen-teller.

2. De methode is eigenlijk een kleurindex-methode.

4) Verklaring van de verschillende grootten van de monochromatische beeldjes van een planetaire nevel (fig. III,14).

Alleen in gebied a, dicht om de ster, zijn nog sterfotonen beschikbaar met  $\lambda < 228 \text{ \AA}$ , geschikt om Helium dubbel te ioniseren; al-

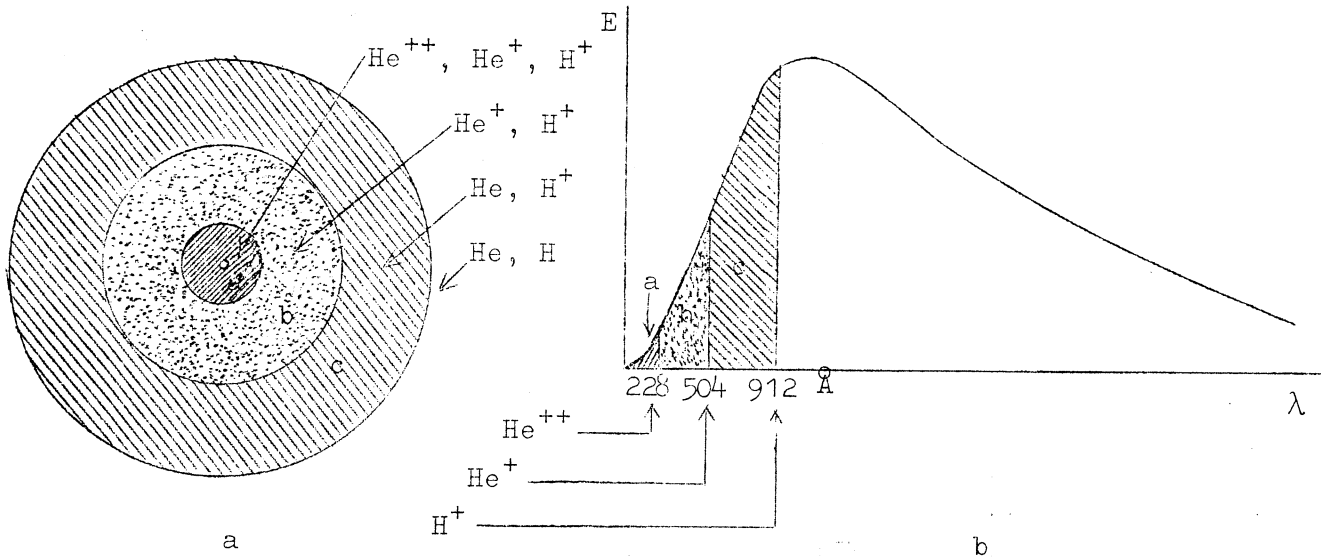


fig. III, 14

leen daar ontstaat het recombinatiespectrum He II.

Alleen in de gebieden a en b zijn nog sterfotonen met  $\lambda < 504 \text{ \AA}$ . Dus daar zijn  $\text{He}^+$ -ionen en alleen daar ontstaat het recombinatiespectrum He I.

In zone a, b en c zien we een H-spectrum.

#### § III, 4. - Stofniveaus.

##### a) Reflectieniveaus (Pleiaden).

Deze niveaus bestaan uit fijne stofdeeltjes (rook).

Als de afmetingen van de stofdeeltjes  $\ll \lambda$  ( $< 0,1 \mu$ ) zijn, dan is de verstrooiing van het licht evenredig met  $\lambda^{-4}$  (Rayleigh). Verstrooid licht wordt dan blauw-violet en doorgelaten licht rood verkleurd.

Als de afmetingen  $> 0,1 \mu$  worden, dan is de verstrooiing aanvankelijk evenredig met  $\lambda^{-2}$ , wordt dan evenredig met  $\lambda^{-1}$ , om tenslotte onafhankelijk van  $\lambda$  te worden (zgn. witte verstrooiing).

Aangezien de kleur van de reflectieniveaus weinig blauwer is dan de kleur der sterren, wijst dit op de aanwezigheid van relatief veel grove deeltjes met afmetingen  $\approx 1 \mu$ .

De Orionnevel is een mengsel van gas en stof.

##### b) Donkere niveaus (Kolenzak, Paardekopnevel) zijn stofniveaus, die het licht van verdergelegen sterren sterk verzwakken.

De donkere niveaus zijn nauw verbonden met reflectie- en diffuse niveaus. Vaak vertonen ze lichtende randen. De donkere niveaus zijn donkere stofwolken, die zich door de ruimte bewegen. Hierbij botsen ze met interstellair niveau, waardoor de lichtende randen ontstaan.



c) Bolwolkjes (globules).

Dit zijn zeer kleine stofneveltjes. Ze zijn rond, komkvormig, of veeg-achtig. Hun afmetingen zijn van 1000 tot 100.000 AE. Ze zijn zeer ondoorzichtig;  $\Delta m > 5^m$ . Men neemt aan, dat zich hieruit nieuwe sterren vormen (hoofdstuk VI).

§ III, 5. - Interstellaire extinctie.

Onder extinctie (= uitdoving) verstaan we absorptie en verstrooiing samen.

De extinctie is continu, hetgeen veroorzaakt wordt door stofdeeltjes (rook). Men onderscheidt extinctie door discrete rookwolken en algemene interstellaire extinctie.

Bij discrete rookwolken houdt men stertellingen in en buiten de wolk. Hieruit kan men afleiden:

- 1e) De afstand tot de wolk;
- 2e) De geometrische dikte van de wolk;
- 3e) De totale extinctie ( $\epsilon$ ) door de wolk (uitgedrukt in  $m_{vis}$ ).

Men heeft zo b.v. gevonden:

	afstand	$\epsilon$
Taurus	120 pc	$3^m$
Kolenzak	170 pc	$1,8^m$ (kern: $4^m$ )

Op deze manier heeft men afstanden tot 1000 pc en  $\bar{\epsilon} \approx 2^m$  gevonden,

De roodverkleuring:

In § III,4 zagen we reeds, dat de verstrooiing van het licht  $\sim \lambda^{-4}$  is als de diameter van de stofdeeltjes  $\ll \lambda$  is. Naarmate de stofdeeltjes groter worden, wordt de verstrooiing geleidelijk via  $\lambda^{-3}$ ,  $\lambda^{-2}$  en  $\lambda^{-1}$  ten slotte evenredig met  $\lambda^0$ , d.w.z. onafhankelijk van  $\lambda$ .

Roodverkleuring is vooral te constateren bij O- en B-sterren.

Als maat voor de roodverkleuring gebruikt men het kleurexces:

$$\text{Het kleurexces} \equiv (c.i.)_w - (c.i.)_{th}$$

als  $(c.i.)_w$  de waargenomen en  $(c.i.)_{th}$  de theoretisch volgens het spectraaltype verwachte kleurindex is, wanneer geen roodverkleuring zou optreden.

$$\text{Nu is } c.i. = m_{pg} - m_{vis} \approx B - V, \text{ dus}$$

$$\text{het kleurexces} \equiv (m_{pg_w} - m_{pg_{th}}) - (m_{vis_w} - m_{vis_{th}}).$$

Voorts definiëert men:  $m_{pg_w} - m_{pg_{th}} \equiv$  fotografische extinctie

$m_{vis_w} - m_{vis_{th}} \equiv$  visuele extinctie ,

dus: kleurexces  $\equiv$  fotografische extinctie - visuele extinctie.

B-sterren zijn voor onderzoek in de roodverkleuring het meest geschikt; O-sterren zijn dit minder, daar deze nogal schaars zijn. Men vindt zo:

In het melkwegvlak is het kleurexces  $\approx 0,3^m/\text{kpc}$ . Verder blijkt, dat de extinctie  $\propto \lambda^{-1}$  is. Dit wijst op een diameter van de rookdeeltjes van  $\approx \lambda = 10^{-5}$  à  $10^{-4}$  cm = 0,1 à 1  $\mu$ .

Indien men met veelkleurenfotometrie werkt, zijn er ook meer kleurexcessen te definiëren, waardoor de bepalingen verfijnd kunnen worden.

Bij de bepaling van de absolute helderheid van een ster moeten we eigenlijk rekening houden met de interstellare extinctie, dus:

$$M - m = 5 + 5 \log p + \text{correctie voor interstellare extinctie.}$$

Men kan hopen, dat in een bepaald gedeelte van de hemel de verdelingsfunctie van de diameter van de rookdeeltjes vrijwel dezelfde is, m.a.w. dat er een éénéénduidig verband bestaat tussen het kleurexces en de extinctie, (in bepaalde kleuren). Dit verband moet dan geïkt worden.

Dan kan men uit het waargenomen kleurexces de extinctie afleiden en vervolgens de bovenstaande gewijzigde formule voor de afstandsmodulus gebruiken (Cepheïden, spectroscopische parallaxen, enz.).

#### Tellingen van extragalactische nevels.

We veronderstellen, dat de extragalactische nevels gelijkmatig over de hemel verdeeld zijn. Er zijn vrijwel geen extragalactische nevels meer zichtbaar als de galactische breedte  $|b| < 15^\circ$ , behalve in de zgn. "galactische vensters".



fig. III, 15

Nu blijkt dat  $\epsilon(\psi) \propto \sec \psi$ . In visuele magnituden vond men zo:

$$\epsilon(0) = 0,1^m/\text{kpc} .$$

$$\epsilon(90^\circ) = 2,0^m/\text{kpc} .$$

Aard van de rookdeeltjes.

Ze zijn grotendeels diëlectrisch, en bestaan in de vorm van "ijzen" van O, N, H<sub>2</sub>O, waarop H<sub>2</sub> is ge dsorbeerd.

Het licht, dat door de rookdeeltjes wordt verstrooid, is zwak gepolariseerd, hetgeen er op duidt, dat de deeltjes naaldvormig zijn en gericht door gerichte gasstromen in een zwak interstellair magneetveld ( $H \approx 10^{-5}$  gauss). (zie ook § IV,7).

§ III, 6. - Interstellair gas.

a) Absorptielijnen.

Deze zijn zeer scherp, hetgeen weer wijst op een zeer lage temperatuur en dichtheid. Deze lijnen zijn het sterkst in zeer ver weg staande sterren.

$v_{\text{rad}}$  van de gaswolk wijkt vaak sterk af van  $v_{\text{rad}}$  van de sterren (vooral opvallend bij spectroscopische dubbelsterren).

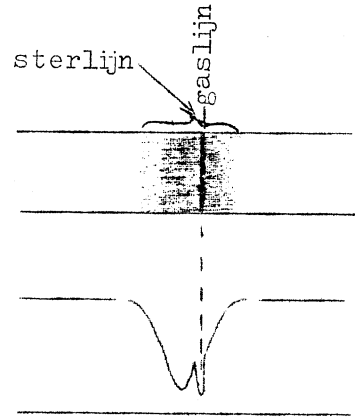


fig. III, 16

Men vindt lijnen van Ca<sup>+</sup> (alleen de H- en K-lijn), Ca, Na (alleen de beide D-lijnen), Ti<sup>+</sup>, Fe, CH, CN, CH<sup>+</sup>. De spectra zijn alle zeer verarmd; men ziet alleen lijnen uit het grondniveau (o.a. de resonantielijnen). Bij alle multipletten blijven alleen de overgangen uit het allerlaagste niveau over.

Volgens de Wet van Boltzmann is:

$$\frac{n_2}{n_1} = ce^{-\frac{\Delta\epsilon}{kT}} \approx 0,$$

dus  $\frac{\Delta\epsilon}{kT}$  is zeer groot, en dus is T zeer laag.

Er zijn dus ook geen Balmerlijnen en Heliumlijnen te verwachten; evenals lijnen van N, O en C in het zichtbare spectraalgebied.

Voorts zijn er molecuullijnen te zien. Deze corresponderen met de laagste toestand van de rotatie- en vibratie-energieën van de moleculen. De gebruikelijke molecuulbanden blijven dus uit. Toch zijn er ionen aanwezig. Dit moet duiden op een zeer lage electronendruk. Men heeft hieruit geschat, dat de electronendichtheid 1 electron/cm<sup>3</sup> is.

b) Emissielijnen.

Om hete (O- en B-)sterren constateert men zwakke Balmer-emissielijnen. Dit zijn recombinatiespectra. De ionisatie wordt veroorzaakt door

Ly-continuumstraling van de ster. Men noemt deze gebieden  $H^+$ - (of door- gaans, misleidend,  $H II$ -) gebieden. Analoog aan diffuse levels, doch veel lagere dichtheden.

c. Radiostraling. (de 21 cm lijnen van H).

Het grondniveau van H bestaat uit twee zeer dicht bijeengelegen subni- veaux. Bij het ene subniveau is de spin van het electron parallel aan de spin van het proton, bij het andere subni- veau is dit tegengesteld gericht (fig. III,17). Door het omdraaien van de spin van het electron, oftewel de overgang van het ene in het andere subniveau, ontstaat de 21-cm-radiostraling. Dit is een "verboden" over-

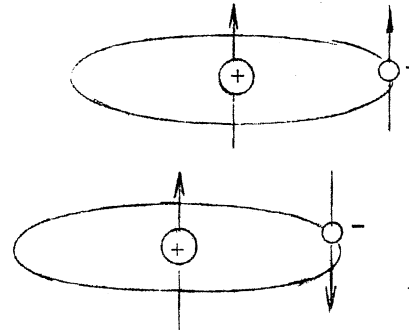


fig. III, 17

gang. Kort geleden heeft men ook lijnen van het OH-molecuul ontdekt in het ra- diogebied.

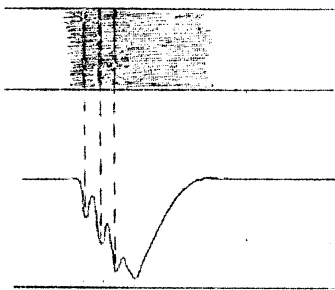


fig. III, 18

Absorptielijnen in het optische gebied en de 21-cm-lijn zijn vaak dub- bel of meervoudig (fig. III,18). Dit duidt op het volgende:

Het gas is geconcentreerd in spi- raalarmen, met differentiële galacti- sche rotatie (§ IV,5 en 6), of het gas is geconcentreerd in individuele wolken in een spiraalarm.

§ III, 7. - Interstellaire materie.

	gas	stof
Halve effectieve laagdikte	150 pc	100 pc
Gemiddeld aantal deeltjes/cm <sup>3</sup>	1	10 <sup>-13</sup>
Gemiddelde dichtheid in g/cm <sup>3</sup>	10 <sup>-24</sup>	10 <sup>-27</sup> à 10 <sup>-26</sup>

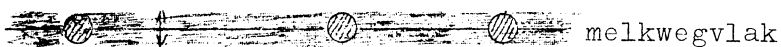


fig. III, 19

Er bestaat een sa- menhang tussen stof (rook) en gas. Ze komen beide voor in plaatselij- ke wolken met afmetingen

$\approx 10$  pc. Hun dichtheden zijn 10 tot 100 keer de gemiddelde dichtheid (fig. III,19).

Temperaturen:

Indien we te maken hebben met een thermisch evenwicht, d.w.z. met een systeem omgeven door isotherme wanden, dan zijn alle verschillend gedefiniëerde temperaturen (kinetische, ionisatie-, excitatie-, stralingsdichtheids-, kleurtemperatuur, enz.) gelijk. Bij de interstellaire materie zijn echter geen isotherme wanden aanwezig.

Bij een systeem, dat niet helemaal in thermisch evenwicht is, zijn de verschillend gedefiniëerde temperaturen niet gelijk doch wel van dezelfde orde van grootte (b.v. in ijle steratmosferen, de zonne-corona, planetaire nevels). Het interstellaire medium is zò ver van thermisch evenwicht, dat de verschillende temperaturen orden van grootte verschillen. Zo is de temperatuur, die volgt uit de stralingsdichtheid, gemiddeld slechts  $3^{\circ}$  K (de "wanden", gevormd door de sterren, zijn uiterst ijl). De gemiddelde kleurtemperatuur (die volgt uit de spectrale samenstelling van het licht) is veel hoger: ca.  $15.000^{\circ}$  K (de ijle wanden zijn zeer heet). De excitatietemperatuur, die volgt uit de relatieve intensiteiten van de interstellaire absorptielijnen, is weer zeer laag: een paar graden K (zie boven).

Opgave:

De kleurtemperatuur van het interstellaire medium geeft de gemiddelde kleurtemperatuur van de sterren weer. Nu is bij de meeste sterren de kleurtemperatuur  $< 6000^{\circ}$  K. Hoe komt het, dat de interstellaire kleurtemperatuur dan  $15.000^{\circ}$  K is?

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that proper record-keeping is essential for transparency and accountability.

In addition, the document highlights the need for regular audits and reviews to ensure that all information is up-to-date and correct. This process helps identify any discrepancies or errors early on.

Furthermore, it is noted that clear communication and collaboration among all stakeholders are crucial for the success of the project. Regular meetings and updates are recommended.

The document also addresses the importance of adhering to all applicable laws and regulations. Compliance is a key factor in maintaining the integrity of the organization.

Finally, the document concludes by stating that a strong commitment to ethical practices and high standards of conduct is necessary for long-term success and trust.

It is the responsibility of every individual involved to ensure that these principles are followed at all times. Any violations will be dealt with strictly.

We encourage all team members to report any concerns or issues immediately to the appropriate authorities. Your cooperation is appreciated.

Thank you for your attention and commitment to these important matters. We look forward to your continued support and participation.

Best regards,  
[Signature]

For more information, please contact the relevant department. We are here to assist you with any questions or concerns.

We appreciate your feedback and suggestions. Your input is valuable in helping us improve our processes and services.

IV. F E E M E L K W E G S T E L S E L .

§ IV, 1. Inleiding; Radiostraling.

a) Optische waarnemingen.

Indien we visuele en fotografische isofoten beschouwen, kunnen we een galactische equator in de melkweg onderkennen, een grote cirkel aan de hemelbol (fig. IV,1).

Vanuit deze galactische equator kunnen we met coördinaten  $\ell^I$  en  $b^I$  gaan werken. De galactische lengte  $\ell^I \equiv 0$  in één van de snijpunten van de galactische equator met de hemelequator.

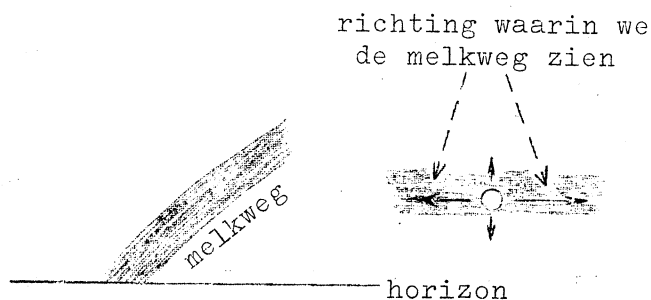


fig. IV, 1

Deze galactische equator is dus een grote cirkel aan de hemelbol. De maximale helderheid heeft deze in de boogschutter, Centaurus en het schild. Verder is de melkweg op bepaalde plaatsen gesplitst door donkere wolken.

b) Radiowaarnemingen ( $\lambda = 10$  cm tot 10 m).

De radiostraling gaat door interstellaire rook heen. Hij bestaat uit de volgende componenten:

1) Algemene radiostraling, die gelijkmatig met  $\ell$  en  $b$  verloopt, en die een continu spectrum geeft.

De radio-isofoten geven ongeveer hetzelfde patroon als visuele en fotografische isofoten, doch een betere definitie van het melkwegvlak en het melkwegcentrum.

De van de radio-isofoten afgeleide coördinaten noemt men  $\ell^{II}$  en  $b^{II}$ . Men stelt  $\ell^{II} \equiv 0$  voor het melkwegcentrum.

Tussen de verschillende coördinatenstelsels bestaan de volgende verbanden:

Voor de pool van het stelsel  $(\ell^I, b^I)$  is  $\alpha = 12^h 40^m$  en  $\delta = + 28^\circ$   
Voor de pool van het stelsel  $(\ell^{II}, b^{II})$  is  $\alpha = 12^h 49^m$  en  $\delta = + 27,4^\circ$   
Centrum in het nieuwe stelsel:  $\ell^{II} = 0, b^{II} = 0$ ,  
in het oude stelsel:  $\ell^I = 327,69, b^I = -1,40$ .

De oorzaak van de algemene radiostraling is de thermische straling van  $H^+$ -gebieden (+ synchrotronstraling?).

2) Discrete bronnen:

Hiervan kennen we er een paar honderd. Hun afmetingen zijn van "puntvormig" ( $< 1'$ ) tot een aantal graden. Ze vertonen een continu spectrum. De bronnen kunnen zijn:

- 1) Een overblijfsel van een supernova-explosie (Krabnevel, Cas A).
  - 2) Abnormale galactische nevels (sluiernevel in de Zwaan)
  - 3) Gewone galactische nevels (Orion-nevel)
  - 4) Extragalactische stelsels (Andromedanevel)
  - 5) Abnormale extragalactische nevels (Cyg A).
- 3) De 21-cm-lijn,

afkomstig uit neutrale waterstofwolken, meestal als emissielijn, plaatselijk ook als absorptielijn te zien, en de OH-lijnen.

§ IV, 2. - De eerste modellen; Lichtkrachtfunctie en dichtheidsfunctie.

1) Stertellingsen.

Stel  $N_m$  is het aantal sterren in een bepaald gebied, dat helderder is dan de schijnbare magnitude  $m$ .

We veronderstellen nu:

- a) Alle sterren hebben (vrijwel) dezelfde absolute helderheid.
- b) De concentratie van sterren binnen een gekozen veld is overal gelijk.

Alle  $N_m$  sterren liggen dan binnen een bol met zekere straal  $r_m$ . De verlichtingssterkte  $L_m$  bij zekere magnitude  $m$  is omgekeerd evenredig met de afstand  $r_m$  in het kwadraat.

Dus:

$$\frac{L_m}{L_{m+1}} = 2,512 = \left(\frac{r_{m+1}}{r_m}\right)^2$$

Voorts is:

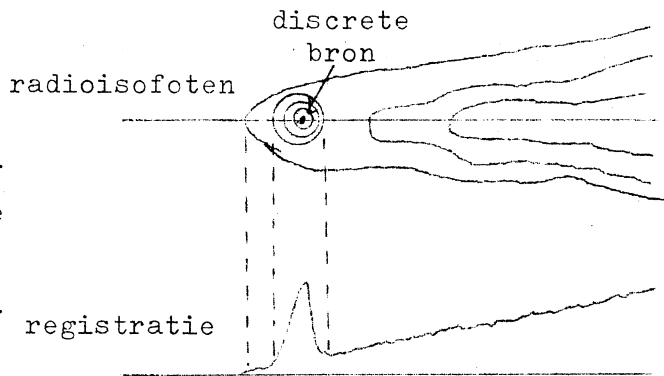


fig. IV, 2

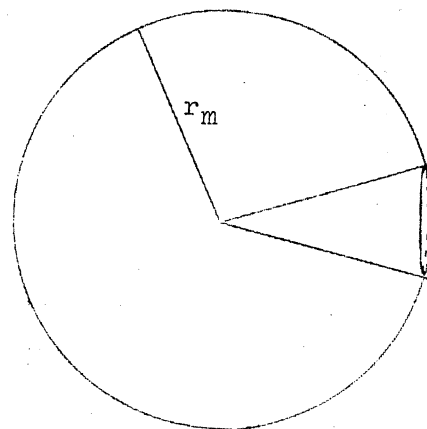


fig. IV, 3



m	$N_m$	$N_{m+1}/N_m$
3	130	2,8
4	360	2,86
5	1030	2,85
6	2940	2,97
7	8200	2,77
8	22800	2,72
9	62000	2,67
10	166000	2,55
11	431000	

B8-A0-sterren		
m	$N_m$	$N_{m+1}/N_m$
8	45	3,14
9	141	2,14
10	339	3,14
11	1070	

$$\frac{N_{m+1}}{N_m} = \left(\frac{r_{m+1}}{r_m}\right)^3$$

Dus  $\frac{N_{m+1}}{N_m} = 3,98$ . Dit klopt niet met de waarnemingen, die in nevenstaande tabel staan vermeld.

Tegenwoordig weet men, dat de sterren van het spectraaltypen B8 tot A0 vrijwel dezelfde absolute helderheid hebben. We tellen nu deze sterren in een gebied van  $10^\circ \times 10^\circ$ , en krijgen dan de onderste tabel. Hierin kloppen de waarden van  $\frac{N_{m+1}}{N_m}$  nog steeds niet met de theoretisch berekende waarden hiervan.

Conclusies:

\*) De grootste concentratie van sterren

bevindt zich om de zon, en/of

\*\*\*) er vindt interstellair extinctie plaats.

## 2) Stertellings van Kapteyn.

Kapteyn verrichtte tellingen in de opnamen van het Plan of selected areas (§ II,3).

De ruimtelijke verdelingsfunctie zal een functie zijn van de x-, y- en z-richting (fig. IV,4) en de fotografische absolute magnitude, dus:

$$F(x,y,z,M_{\text{fot}})$$

Naar moderne opvattingen ontbreekt nog een belangrijke variabele: de spectraalklasse.

Hypothese: Er is een scheiding van variabelen mogelijk, zodanig dat:

$$F(x,y,z,M_{\text{fot}}) = \phi(M_{\text{fot}}) \cdot D(x,y,z),$$

waarin  $\phi(M_{\text{fot}})$  de lichtkrachtfunctie, en  $D(x,y,z)$  de dichtheidsfunctie is. (Formuleer deze hypothese zelf in woorden).

Kapteyn bepaalde eerst de lichtkrachtfunctie  $\phi(M)$  voor  $R < 5$  pc van de zon, en zette deze grafisch uit (fig. IV,5). Dit deed hij nog

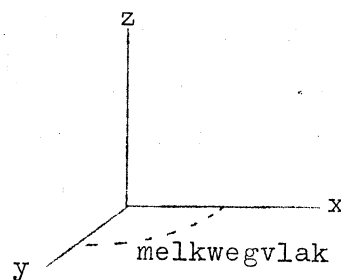


fig. IV, 4

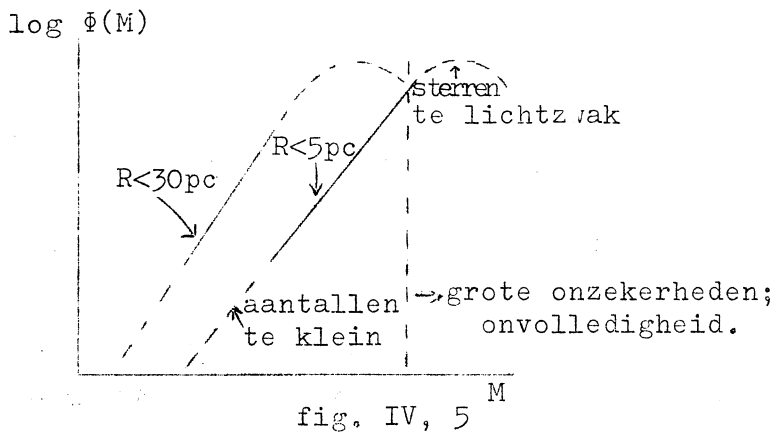


fig. IV, 5

voor een aantal grotere waarden van  $R$ . Door nu alle stukjes grafiek verticaal te verschuiven, verkreeg hij een aaneengesloten kromme, die  $\log \Phi(M)$  voorstelt. Op grotere afstanden zou men echter rekening moeten gaan houden met interstellaire extinctie, hetgeen Kapteyn niet deed.

Kapteyn introduceerde de volgende stellingen:

- \*) Hij stelde  $F = \Phi \cdot D$ , waarbij  $\Phi$  ruw werd bepaald.
- \*\*\*) Hij middelde over de galactische lengten ( $x$ -, en  $y$ -as).
- \*\*\*\*) Hij hield geen rekening met interstellaire extinctie.

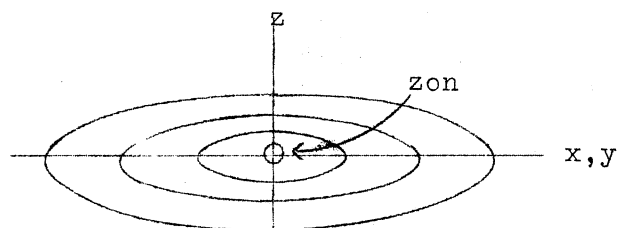


fig. IV, 6

Zo kwam hij tot het  $D(x, y, z)$ -model zoals in fig. IV,6 staat aangegeven. De lijnen stellen lijnen van gelijke sterddichtheid voor. Deze neemt vanaf de zon voortdurend af.

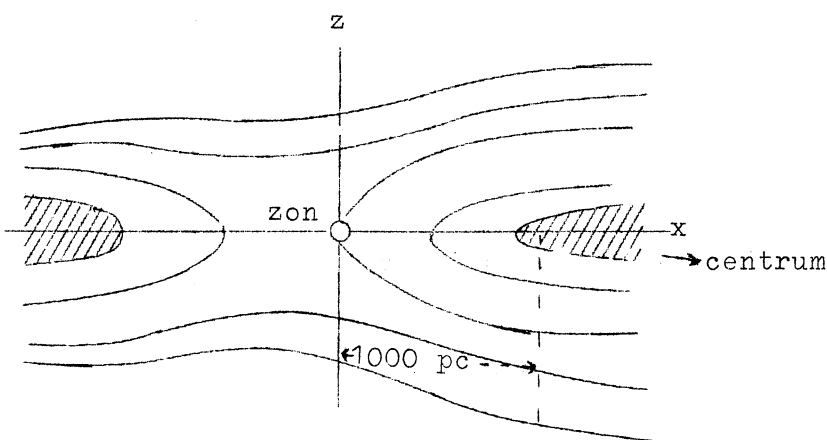


fig. IV, 7

Zo kwam van Rhijn tot een verbeterd model zoals in fig. IV,7 staat aangegeven. De zon bevindt zich hier in een betrekkelijk laag sterddichtheidsgebied. Naar links en rechts neemt de dichtheid toe, naar boven en beneden neemt deze af.

Van Rhijn (de opvolger van Kapteyn) deed het volgende:

- \*) Ook hij stelde  $F = \Phi \cdot D$
- \*\*\*) Hij maakte onderscheid naar de  $x$ - en de  $y$ -richting.
- \*\*\*\*) Hij hield rekening met interstellaire extinctie.

Later bleek, dat de lichtkrachtfunctie  $\varrho(M)$  toch nog van de ruimtelijke coördinaten, i.h.b. van  $z$ , afhangt. Er komen b.v. voor  $|z| <$  paar honderd parsec relatief veel meer O- en B-sterren voor dan voor grotere  $|z|$ .

De ideale aanpak, waarbij de verdelingsfunctie  $F(x,y,z,M, \text{spectraalklasse})$  bepaald wordt zonder scheiding van variabelen, is in volle omvang onuitvoerbaar. Daarom werkt men tegenwoordig met zeer homogene groepen sterren (objecten) met vrijwel dezelfde  $M$  en spectraalklasse. Men kiest b.v. de O- en B-sterren, rode reuzen, Cepheïden, RR-Lyrae-sterren, open sterrenhopen en bolvormige sterrenhopen (zeer lichtsterk). Men elimineert zodoende  $M$  en de spectraalklasse en krijgt, voor elk van de groepen, "geraamten" van het melkwegstelsel in de vorm van

$$[ F(x,y,z) ]_{M, Sp.kl.} \cdot$$

§ IV, 3. - Intermezzo: Model van de Melkweg;  
De twee Sterbevolkingen.

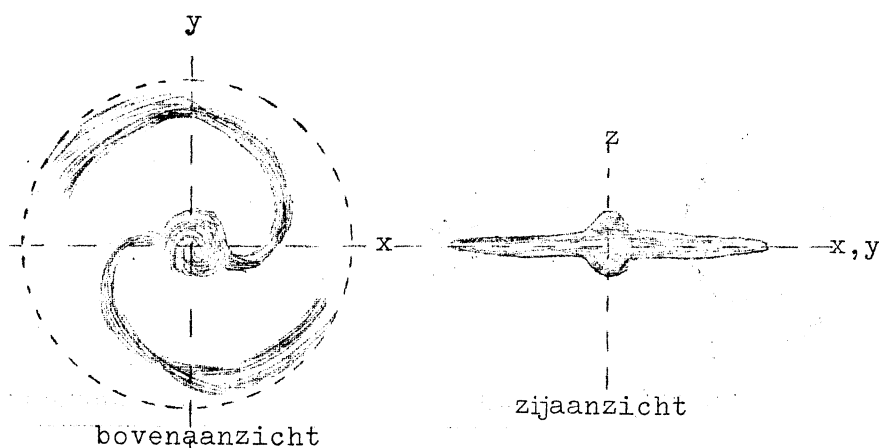


fig. IV, 8

De waargenomen extragalactische stelsels zien er meestal zo uit als schematisch in fig. IV,8 staat aangegeven. Uit het eigen melkwegstelsel en uit extragalactische stelsels leidde

men het in fig. IV,9 voorgestelde model af; op de details komen wij nader terug.

Baade nam de Andromedanevel en andere stelsels waar in het blauw en in het rood, In fig. IV,10 staan zijn waarnemingen schematisch weergegeven. De "blauwe" sterren vormen de zgn. sterbevolking I, de "rode" sterren de sterbevolking II. In ons eigen melkwegstelsel heeft Baade analoge sterbevolkingstructuren kunnen ontdekken. In onderstaande tabel staan de voornaamste gegevens over de twee verschillende sterbevolkingen (populaties).

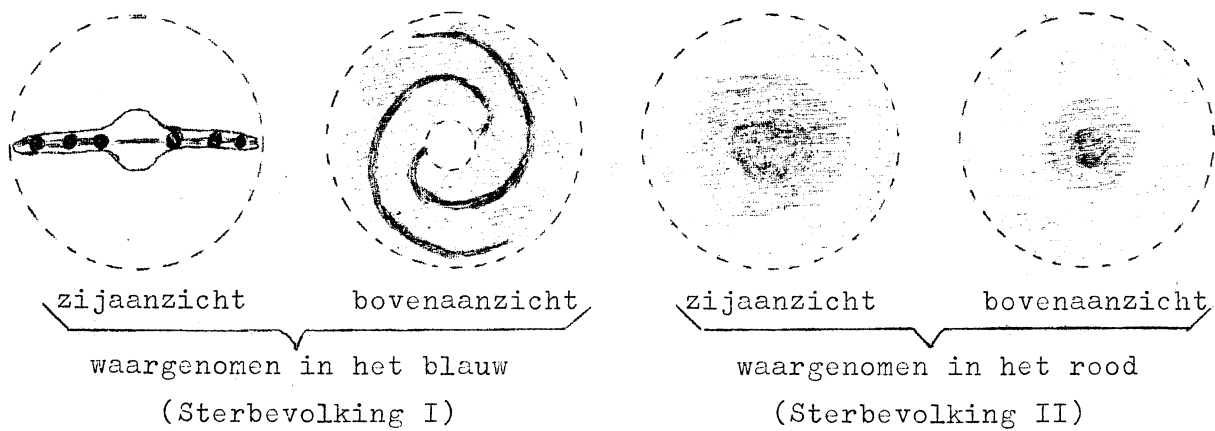
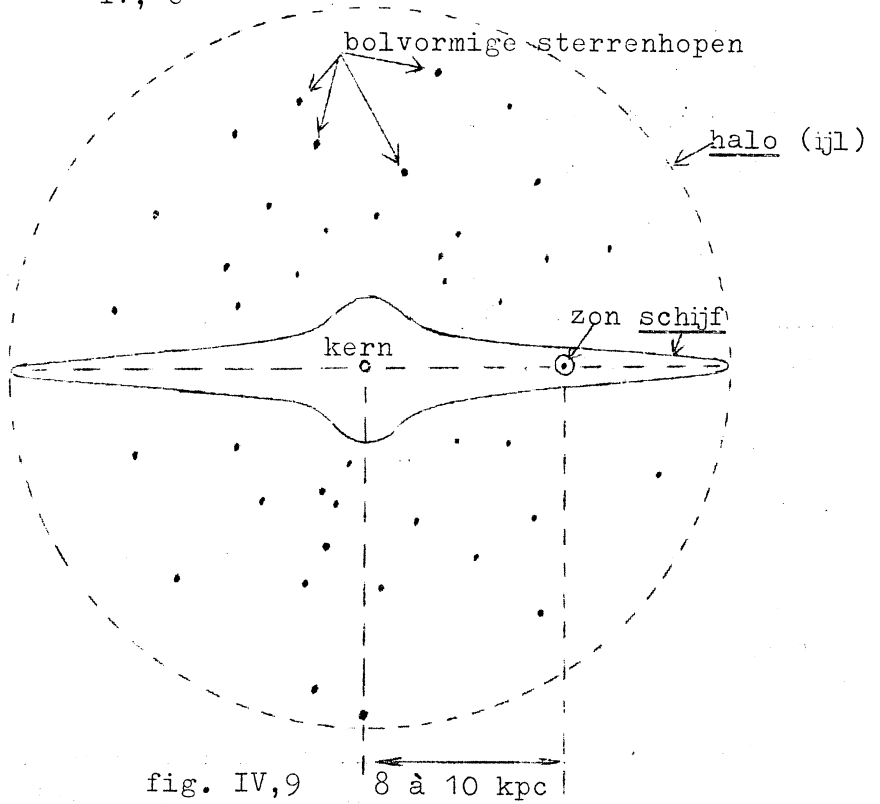


fig. IV,10

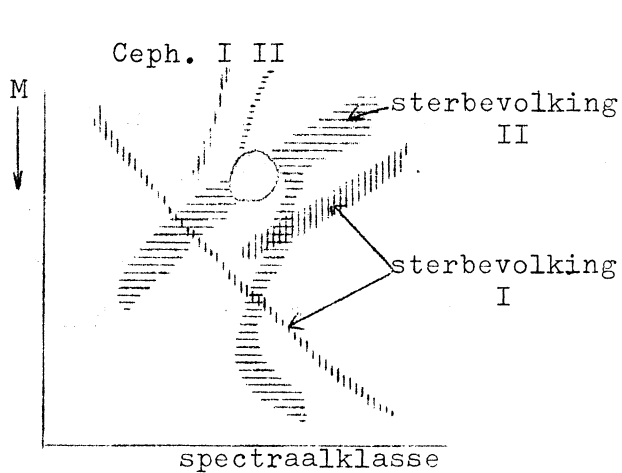


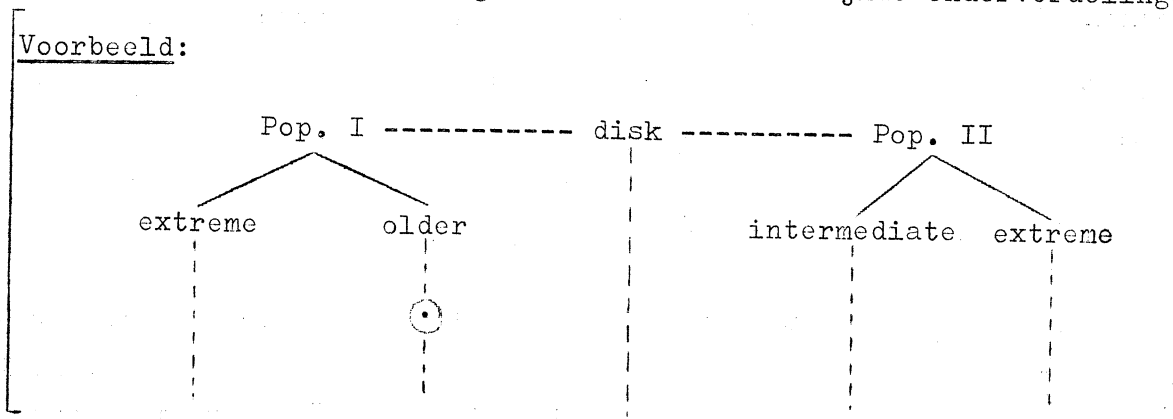
fig. IV,11

In fig. IV,11 staat van beide sterbevolkingen het HRD gegeven. We zien dan, dat sterbevolking I een nette hoofdreeks en een reuzentak heeft, en dat het HRD van sterbevolking II veel gelijkenis vertoont met dat van een bolvormige sterrenhoop.

Sterbevolking I	Sterbevolking II
sterk geconcentreerd naar het <u>melkwegvlak</u> i.h.b. in spiraalarmen	bijna sferische concentratie naar het centrum.
KENMERKENDE OBJECTEN:	
interstellair gas + rook O- en B-sterren + emissienevels en associaties open sterrenhopen klassieke Cepheïden	Cepheïden II (RR-Lyrae-sterren) bolvormige sterrenhopen snellopers (§ IV,5) subdwergen
OUDERDOM:	
bevat (zeer) jonge objecten ca. $10^7$ jaar en ouder	zeer oude objecten $\approx 10^9$ jaar
snel roterende sterren	langzaam roterende sterren
	lager metaalgehalte

De onderverdeling in twee scherp gescheiden bevolkingstypen is een simplificatie. Tegenwoordig werkt men aan verfijnde onderverdelingen.

Voorbeeld:



De sterbevolkingen houden belangrijke aanwijzingen in voor het vraagstuk van de evolutie van individuele sterren en van het melkwegstelsel als geheel.

§ IV, 4. - Een geraamte van het melkwegstelsel.

Men beschouwt speciale lichtsterke objecten.

a) Bolvormige sterrenhopen.

Deze hopen vormen een bijna sferisch stelsel, dat zwak naar het

centrum is geconcentreerd; het is een weinig afgeplat, een typische bevolking II.

Wat de ligging van het centrum betreft stemt de richting overeen met de richting van het "radio"-centrum. De afstand van het centrum tot de zon is 8 à 10 kpc.

De straal R van dit stelsel is ca. 25 kpc.

b) Geïsoleerde RR-Lyrae-sterren in bepaalde velden, waarvan M en de spectraalklassen bekend zijn, in zgn. galactische vensters, leveren dezelfde conclusie als onder a). (De verste afstand van één RR-Lyrae-ster tot het centrum is 34 kpc).

Voor een geraamte van de schijf van het melkwegstelsel zie § IV,6.

§ IV, 5. - De rotatie van het melkwegstelsel.

Op het gebied van de melkwegrotatie is belangrijk werk verricht door Lindblad en Oort.

De schijf suggereert een snelle rotatie om een as loodrecht daarop; de halo daarentegen suggereert geen systematische rotatie (d.w.z. er is geen vaste rotatie-as aan te wijzen).

Omdat wij ons in het (wellicht) roterende stelsel bevinden, kunnen wij binnen dat stelsel alleen een eventueel differentiële rotatie opmerken. Alvorens naar de waarnemingen te kijken beschouwen wij:

Twee theoretische asymptotische modellen voor de massaverdeling.

1) Alle massa geconcentreerd in het centrum (fig. IV,12).

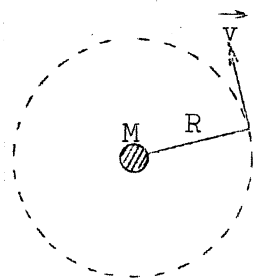


fig. IV, 12

Hier geldt:  $\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2}$ , dus  $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

dus:  $v \sim R^{-1/2}$  (Kepler; vgl. dictaat planetenstelsel)

Er vindt hier dus differentiële rotatie plaats.

2) Alle massa bolsymmetrisch homogeen verdeeld (fig. IV,13).

Men kan afleiden, dat op het massa-element in P de massa buiten de bol geen kracht uitoefent. Nu geldt dus:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2} \sim R, \text{ dus de hoeksnelheid } \frac{v}{R} \text{ is constant; er treedt geen differentiële rotatie op.}$$

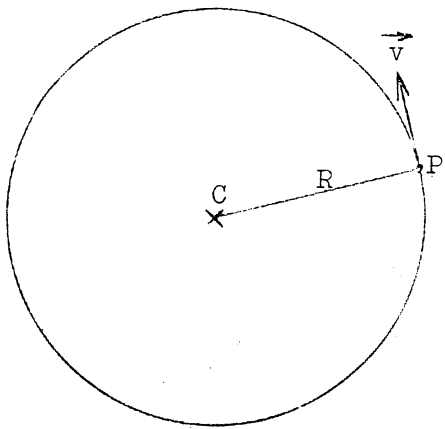


fig. IV, 13

We gaan nu over tot de empirische bepaling van de differentiële rotatie.

a) Bepaling van de differentiële galactische rotatie uit  $v_{rad}$

Kwalitatief: Wij kunnen alleen van sterren in de naaste omgeving van de zon de radiële snelheden meten, zodat in fig. IV,14 het centrum C ver weg mag worden gedacht, zodat de lijnen  $s_1-s_2-s_3$ ,  $s_4-s_5$  en  $s_6-s_7-s_8$  stukjes van cirkelbanen om C zijn. De

pijlen geven de snelheden van de sterren t.o.v. het centrum. De sterren  $s_2$ ,  $s_4$ ,  $s_5$  en  $s_7$  hebben t.o.v. de zon een  $v_{rad} = 0$ . Verder hebben  $s_1$  en  $s_8$  een  $v_{rad} > 0$ , en  $s_3$  en  $s_6$  een  $v_{rad} < 0$ . Voor de galactische lengte  $\Lambda = 0, 90^\circ, 180^\circ$  en  $270^\circ$  is  $v_{rad} = 0$ , in de kwadranten I en III ( $k \cdot 180^\circ < \Lambda < 90^\circ + k \cdot 180^\circ$ )  $v_{rad} > 0$  en in de kwadranten II en IV ( $90^\circ + k \cdot 180^\circ < \Lambda < 180^\circ + k \cdot 180^\circ$ )  $v_{rad} < 0$ . We zien dus een dubbele golf in  $v_{rad}(\Lambda)$ .

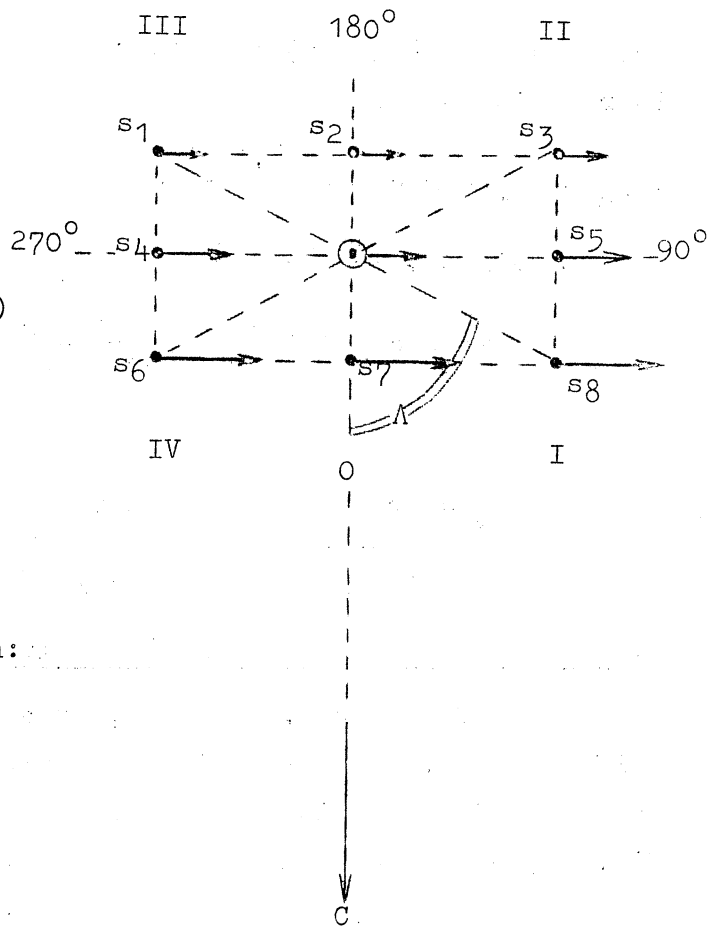


fig. IV, 14

Kwantitatief (fig. IV,15):

Ter vereenvoudiging nemen we aan:

\*) De sterren beschrijven zure cirkelbanen in het galactische vlak;

\*\*\*)  $r \ll R_* \approx R_\odot$

\*\*\*\*)  $\Lambda_* \approx \Lambda$

Voorts beschouwen we alleen termen van de eerste orde.

$$v_{rad} = v_* \sin \Lambda_* - v_\odot \sin \Lambda \quad (1)$$

Het gaat nu om de functie  $v(R)$ .

Taylorontwikkeling geeft:

$$v(R+\Delta R) = v_{\odot}(R) + \Delta R \cdot \frac{dv_{\odot}(R)}{dR} + \dots \quad (\text{termen van hogere orde})$$

Voor  $R = R_{\odot}$  is  $\Delta R \approx -r \cos \Lambda$ ,  
dus:

$$v_* = v_{\odot} - r \cos \Lambda \left( \frac{dv_{\odot}(R)}{dR} \right)_{R=R_{\odot}} \quad (2)$$

Verder is  $\Delta \Lambda = \Lambda_* - \Lambda \approx \frac{r \sin \Lambda}{R}$ ,

Taylorontwikkeling geeft:

$$\begin{aligned} \sin \Lambda_* &= \sin(\Lambda + \Delta \Lambda) = \\ &= \sin \Lambda + \Delta \Lambda \cos \Lambda, \end{aligned}$$

dus:

$$\sin \Lambda_* = \sin \Lambda + \frac{r \sin \Lambda \cos \Lambda}{R} \quad (3)$$

Door (2) en (3) in (1) te substitueren vinden we:

$$v_{\text{rad}} = \left( v_{\odot} - r \cos \Lambda \frac{dv_{\odot}(R)}{dR} \right) \cdot$$

$$\left( \sin \Lambda + \frac{r \sin \Lambda \cos \Lambda}{R} \right) - v_{\odot} \sin \Lambda =$$

$$\dots = r \sin \Lambda \cos \Lambda \left( \frac{v_{\odot}}{R} - \frac{dv_{\odot}(R)}{dR} - \frac{r \cos \Lambda}{R} \cdot \frac{dv_{\odot}(R)}{dR} \right).$$

deze term is t.o.v. de voorgaande te verwaarlozen:  $\frac{r}{R} \ll 1$ .

Dus:  $v_{\text{rad.}} = r A \sin 2\Lambda$ , waarbij

$$A = \frac{1}{2} \left( \frac{v_{\odot}}{R} - \left( \frac{dv_{\odot}}{dR} \right)_{R=R_{\odot}} \right)$$

Wij vinden dus inderdaad een dubbele golf in  $v_{\text{rad}}(\Lambda)$ .

b) Bepaling van de differentiële galactische rotatie uit de e.b.

De grafiek van e.b.( $\Lambda$ ) zal, evenals die van  $v_{\text{rad}}(\Lambda)$  een dubbele golf vertonen. De punten (inz. de nulpunten) zullen echter ca.  $45^\circ$  verschoven zijn. (Ga dit zelf aan de hand van een figuur na; analoog aan fig. IV,14, doch nu met cirkelbanen).

Volgens § II,7 geldt voor de e.b., dat

$$\text{e.b.} = \frac{v_{\text{tg}}}{r} \text{ (rad./sec.)} = \frac{pv_{\text{tg}}}{4,74} \text{ (''/jaar)}.$$

Op analoge wijze als bij  $v_{\text{rad.}}$  kunnen we voor  $v_{\text{tg}}$  de volgende vergelijkingen afleiden:

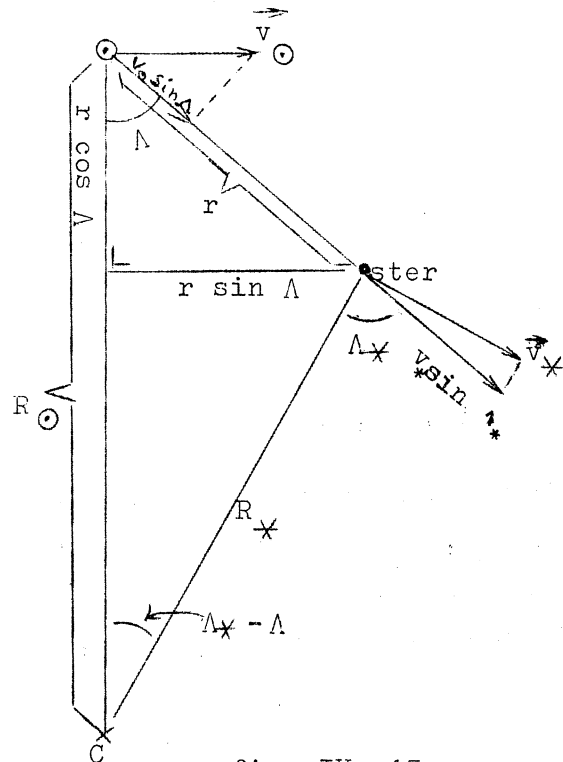


fig. IV, 15



$$\begin{aligned}
 1^{\circ}: v_{tg} &= v_* \cos \Lambda_* - v_{\odot} \cos \Lambda \\
 2^{\circ}: v_* &\approx v_{\odot} - r \cos \Lambda \frac{dv_{\odot}}{dR} \\
 3^{\circ}: \cos \Lambda_* &\approx \cos \Lambda - \sin \Lambda \frac{r \sin \Lambda}{R} \\
 \rightarrow v_{tg} &= -r \left( \frac{v_{\odot}}{R} \sin^2 \Lambda + \cos^2 \Lambda \frac{dv_{\odot}}{dR} \right) = \dots = \\
 &= -r \left( \frac{v_{\odot}}{R} + \left( \frac{dv_{\odot}}{dR} - \frac{v_{\odot}}{R} \right) \cos^2 \Lambda \right).
 \end{aligned}$$

Dus:

$$\underline{v_{tg} = r (B + A \cos 2\Lambda)}, \text{ met } \boxed{B = -\frac{1}{2} \left( \frac{v_{\odot}}{R} + \left( \frac{dv_{\odot}}{dR} \right)_{R=R_{\odot}} \right)} \text{ en}$$

A als boven en

$$\underline{4,74 \mu = B + A \cos 2\Lambda}.$$

Wij zien dus weer een dubbele golf met een faseverschuiving.

Constanten A en B heten de constanten van Oort.

Voor waarnemingen heeft men O- en B-sterren, rode reuzen, en Cepheïden gebruikt. Men vond inderdaad de voorspelde dubbele golven.

Door de empirische krommen met de theoretische te vergelijken kan men de constanten A en B bepalen.

$$\left. \begin{aligned}
 1^{\circ}. (v_{rad})_{\text{waargenomen}} &= f(\ell, r) \\
 \text{aanpassing theor.} \\
 v_{rad} &= r A \sin 2\Lambda
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 &\text{Als } \Lambda = 0, \text{ dan is } \ell^I = 325^{\circ} \pm 3^{\circ} \\
 &\underline{A = 18,6 \pm 1,0 \text{ km. sec}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}}
 \end{aligned}$$

Als  $\Lambda = 0$ , is  $\ell^I = 325^{\circ} \pm 3^{\circ}$ , dus is inderdaad  $\underline{\Lambda \equiv \ell^{II}}$

$$\left. \begin{aligned}
 2^{\circ}. (e.b.)_{\text{waargenomen}} &= f(\ell) \\
 (\text{alleen } f \text{ van } \ell, \text{ niet van } r!) \\
 \text{theor.} \\
 e.b. \sim \frac{v_{tg}}{r} &= B + A \cos 2\Lambda
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 &\underline{B = 0,0015 / \text{jaar} \frac{\Delta}{\text{kpc}} = 6,9 \text{ km. sec}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}} \\
 &\underline{A \text{ is ook hier nog eens afgeleid.}}
 \end{aligned}$$

De afleidingen uit 2<sup>o</sup> zijn relatief onnauwkeurig, hetgeen veroorzaakt wordt door de relatieve onnauwkeurigheid van de e.b.-metingen (het referentiesysteem); zie § II, 10.

c) Uit A en B kunnen we de massaverdeling in het melkwegstelsel afleiden.

1<sup>o</sup>. Nemen we aan, dat de massa homogeen over het melkwegstelsel is verdeeld, dan is dus  $\frac{v}{R} = c$  (zie het begin dezer paragraaf), zodat  $\frac{dv}{dR} = c$ .

Hieruit volgt  $A = 0$  en  $B = c$ , hetgeen niet met de werkelijkheid overeenstemt.

2°. Nemen we aan, dat de massa vrijwel geheel in het centrum is geconcentreerd, dan is

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \left. \begin{array}{l} \rightarrow \frac{v}{R} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \\ \rightarrow \frac{dv}{dR} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{A}{B} = -3.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Hier is dus } A = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{GM}{R^3}} = \frac{3}{4} \frac{v}{R} \\ B = -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{GM}{R^3}} = -\frac{1}{4} \frac{v}{R} \end{array} \right\}$$

Deze uitkomst stemt beter met de werkelijkheid overeen.

Een meer nauwkeurige berekening geeft, dat  $\frac{3}{4}$  van de massa naar het centrum is geconcentreerd en dat  $\frac{1}{4}$  van de massa vrij homogeen verdeeld is.

Meer waarnemingsmateriaal levert ons de 21 cm-lijn (§ IV,6).

Elk massamodel geeft bepaalde

$$A = f_1(v, R)$$

$$B = f_2(v, R)$$

A (en B) uit waarnemingen,  $f_1$  (en  $f_2$ ) uit het beste model; is nu  $v_{\odot}$  bekend, dan kunnen wij  $R_{\odot}$  bepalen.

d) De bepaling van  $v_{\odot}$ .

1°. T.o.v. het systeem der bolvormige sterrenhopen (weinig afgeplat, dus vermoedelijk weinig systematische rotatie), geeft  $v_{\odot} \approx 200$  km/sec, voor de richting  $\lambda = \lambda^{II} \approx 90^\circ$  (de Zwaan).

Deze  $v_{\odot}$  is waarschijnlijk te klein, want het systeem der bolvormige sterrenhopen kan langzaam meeroteren.

2°. T.o.v. extragalactische nevels.

We vinden hier  $v_{\odot} \approx 260$  km/sec en voor de richting weer  $\lambda^{II} = 90^\circ$ . (Wat is echter de peculiare snelheid van het melkwegstelsel?)

Als we aannemen, dat  $v_{\odot} = 250$  km/sec, dan volgt uit A dat  $R = 8$  à 10 kpc (Dit klopt wel aardig met § IV,4).

In de I.A.U. (International Astronomical Union) heeft men voor de constanten de volgende waarden aangenomen:

$R_{\odot} = 10$ kpc
$A = 15$ km.sec <sup>-1</sup> .kpc <sup>-1</sup>
$B = -10$ km.sec <sup>-1</sup> .kpc <sup>-1</sup>
$v_{\odot} = 250$ km.sec <sup>-1</sup>

e) De totale massa ( $M$ ) van de melkweg en de omlooptijd van de zon ( $T_{\odot}$ ).

-----  
 Uit  $A(v,R)$  heeft men afgeleid, dat  $M \approx 2 \cdot 10^{11} M_{\odot}$  (uit formules analoog aan die in afleiding c, boven), en voorts volgt uit  $R_{\odot}$  en  $v_{\odot}$  dat  $T_{\odot} = 230 \cdot 10^6$  jaar. (Sinds het ontstaan heeft de zon 25 omlopen volbracht).

Wij onderstellen, dat de banen van de sterren zuivere cirkelbanen zijn. Deze hypothese is niet geheel juist. Dit blijkt uit:

1°. De beweging van de zon t.o.v. de nabije omringende sterren (de apexbeweging). Deze beweging geschiedt met een snelheid

$v_{\text{apex}} = 20$  km/sec. Dit moet duiden op elliptische componenten in de bewegingen.

2°. Indien de sterbewegingen voor de apexbeweging worden gecorrigeerd, dan blijkt, dat de sterren twee voorkeursrichtingen (vertices) vertonen. De eerste vertex ligt in de buurt van het melkwegcentrum, de tweede vertex in de buurt van het anticentrum. Deze sterbewegingen heten de sterstromingen van Kapteyn. Tegenwoordig worden zij verklaard door een geringe excentriciteit in de sterbanen om het melkwegcentrum.

f) Snellopers.

Als  $N(v_{\text{rad}})$  het aantal sterren met radiële snelheid  $v_{\text{rad}}$  is, en we  $N(v_{\text{rad}})$  uitzetten tegen  $v_{\text{rad}}$ , ontstaat een grafiek als in fig. IV, 16. We zien hier ook, dat volgens de statistiek er te veel "snelle" sterren met  $v_{\text{rad}} > 60$  km/sec zijn. Deze zgn. snellopers hebben snelheden tot een paar

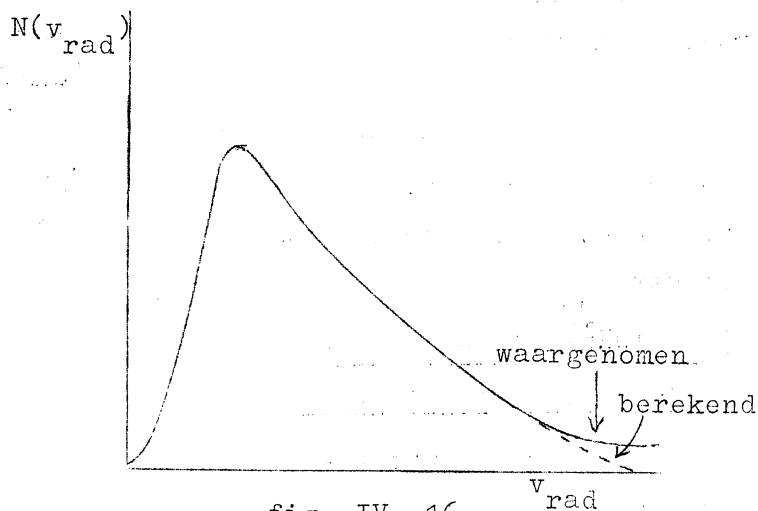


fig. IV, 16

honderd km/sec. toe. Het zijn alle sterren van sterbevolking II (bolvormige sterrenhopen, RR-Lyrae-sterren, subdwergen, etc.). Hun snelheden zijn tegengesteld aan de rotatiesnelheid van de zon om het centrum (ze bewegen van de Zwaan vandaan;  $\zeta^{\text{II}} = 270^\circ$ ). De "snellopers" weerspiegelen dus de systematische rotatie van de schijf.

§ IV, 6. -- De structuur in de schijf; de 21-cm-lijn.

Geleid door de spiraalstructuur in de extragalactische stelsels ging men ook in de schijf van ons melkwegstelsel naar spiraalarmen zoeken.

1) Het intekenen van typische objecten uit sterbevolking I.

Van de O- en B-sterren, de associaties en jonge sterrenhopen, en de emissienevels en de  $H^+$ -gebieden kan men de absolute magnitude  $M$  uit het spectrum afleiden. Voorts is van al deze objecten de schijnbare magnitude te bepalen. Indien we dit doen in het UBV-systeem, is hieruit het kleurexces te bepalen en weer hieruit een schatting te maken van de interstellaire extinctie. Uit deze drie gegevens:  $M$ ,  $m$  en de interstellaire extinctie, is de parallax te bepalen.

Bij de (zeer heldere) klassieke Cepheïden is  $M$  te bepalen uit de periode.

Indien we dan al deze objecten intekenen, krijgen we fig. IV,17. De rotatie is dus zodanig, dat de spiraalarmen worden "opgewonden".

Deze methode reikt echter niet erg ver, tot ca. 2 kpc. Veel verder komt men met:

2) De lijnprofielen van de 21-cm-lijn van waterstof.

Wij beperken onze bespreking tot het binnen de zonnebaan gelegen gedeelte van het melkwegstelsel. Wij nemen weer zuivere cirkelsnelheden aan.

a) Stel eerst, dat het gas vrij uniform in de schijf is verdeeld. In fig. IV,18 is dan in het punt P de maximale  $v_{rad}$  te verwachten, want

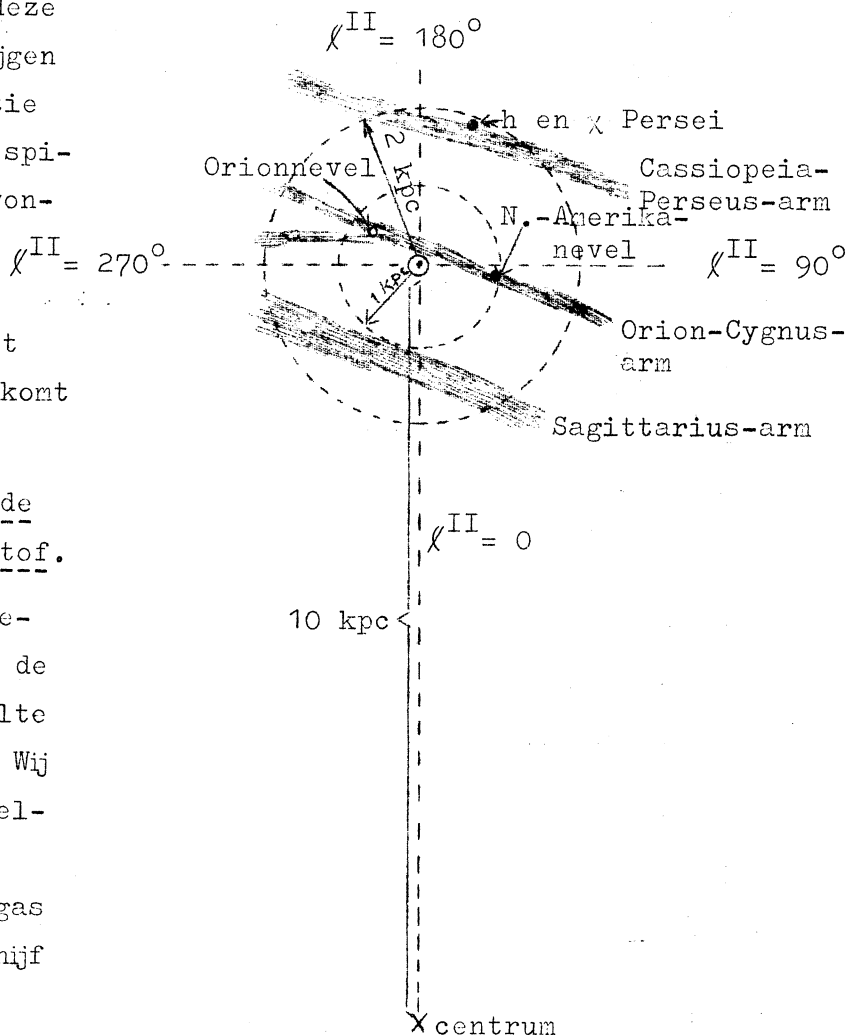


fig. IV, 17

$$v_{\text{rad}} = v \sin \Lambda - v_0 \sin \Lambda_0 = \omega R \sin \Lambda - \omega_0 R_0 \sin \Lambda_0 = (\omega - \omega_0) R_0 \sin \Lambda_0,$$

als  $\omega$  de hoeksnelheid is.

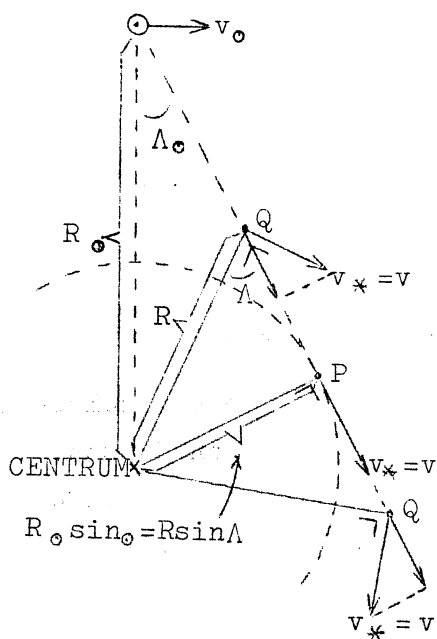
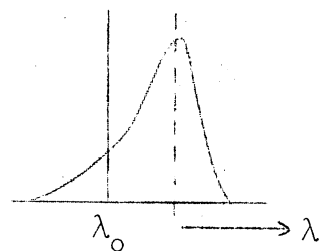


fig. IV, 18

Het te verwachten profiel van de 21-cm-lijn staat in fig. IV, 19 aangegeven. Dit profiel stemt niet overeen met de werkelijkheid.

b) Stel nu, dat het gas niet homogeen verdeeld is, maar dat er wolken en lege plekken zijn.



Dan verandert het gladde profiel van fig. IV, 19 in een samengesteld profiel, zoals in fig. IV, 20.

Stel, dat zich in fig.

IV, 18 in  $P$  precies een concentratie bevindt, dan krijgen we een profiel als in fig. IV, 20a met een enorm ver verschoven maximum.

Als zich in fig. IV, 18 in  $P$  juist een leegte bevindt en zich in  $Q$  de eerste concentraties bevinden, krijgen we een profiel als in fig. IV, 20b, waar het maximum minder ver verschoven is.

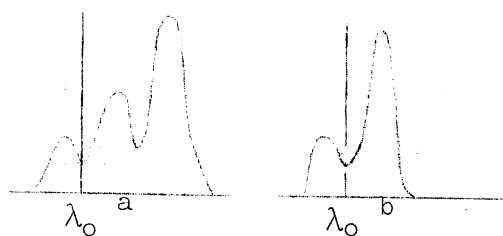


fig. IV, 20

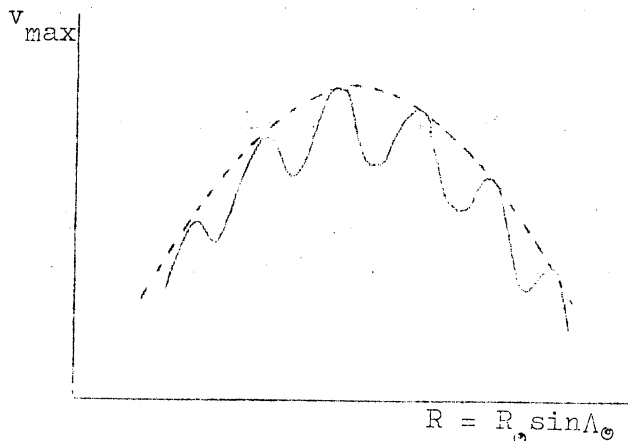


fig. IV, 21

We beschouwen nu telkens van de profielen alleen  $v_{\text{max}}$ , d.i. de top, die het meest naar rechts is verschoven.

Deze  $v_{\text{max}}$  zetten we uit tegen  $R_0 \sin \Lambda_0$  uit fig. IV, 18. Zo ontstaat dan fig. IV, 21. De streepjeslijn stelt de kromme voor, die zou ontstaan als al het gas homogeen verdeeld was. De

getrokken lijn is in overeenstemming met de waarnemingen. De uitstulpingen hierin corresponderen met de "spiraalarmen". We vinden uit deze figuur:

- \*)  $v(R)$  met  $R = R_0 \sin \Lambda_0$
- \*\*\*) De ligging van de spiraalarmen.

De veronderstelde zuivere cirkelsneden zijn niet geheel juist. Eigenlijk moeten we hierop nog superponeren:

- \*) Plaatselijke expansies of contracties van het gas;
- \*\*\*) De individuele (peculiaire) snelheden van de gaswolken.

In de richting van het centrum en het anticentrum zijn de snelheden moeilijk te analyseren wegens parallelle cirkelbewegingen aan de zon.

In het kerngedeelte ( $\leq 4$  kpc) van de schijf is het snelheidsveld zeer complex. Men heeft een zeer snelle rotatie kunnen constateren en een expansie  $> 100$  km/sec kunnen afleiden.

### 3) Interstellaire absorptielijnen in de spiraalarmen.

De analyse van deze vaak meervoudige lijnen gaat analoog aan die van de 21-cm-lijn. We overzien hiermee echter slechts een gebied met een straal van 2 kpc om de zon heen, terwijl de afstand tot het centrum 10 kpc is.

## § IV, 7. - Magneetvelden.

Er moeten interstellaire magneetvelden zijn. Aanzijzingen hiervoor zijn:

- 1) De interstellaire rook polariseert het sterrelicht (§ III,5). Hieruit volgt, dat de rookdeeltjes enigszins langwerpig en enigszins gericht moeten zijn.
- 2) De kosmische straling.
- 3) De niet-thermische component in de continue radiostraling; de synchrotronstraling.

Het veld moet  $10^{-6}$  à  $10^{-5}$  gauss zijn en ca. evenwijdig lopen met een spiraalarm.

Alleen jonge sterren komen in spiraalarmen voor; de oudere diffunderen er uit weg. In de armen ontstaan dus de nieuwe sterren. De magneetvelden moeten het gas bij elkaar houden.

V. EXTRAGALACTISCHE STELSELS.

Voor dit hoofdstuk verwijzen we naar hoofdstuk 20 uit WANDERS: Sterrekunde. (Op het tentamen worden slechts enkele hoofdzaken gevraagd.)

Enkele losse opmerkingen:

Naast de extragalactische stelsels bestaan ook quasi-stellaire objecten (Am.: quasars). Hun spectra zijn nogal structuurloos. Ze blijken echter een enorme hoeveelheid radiostraling te bezitten. Het zijn de verst verwijderde waarneembare objecten, en ze verwijderen zich zeer snel van ons.





VI. HET INWENDIGE VAN DE STERREN  
EN DE EVOLUTIE VAN DE STERREN.

§ VI, 1. - Inleiding; Het inwendige van de sterren en stermodellen.

Van de sterren zien we slechts hun fotosfeer. Voorts weten we, dat temperatuur (T), druk (P) en dichtheid ( $\rho$ ) naar binnen toenemen.

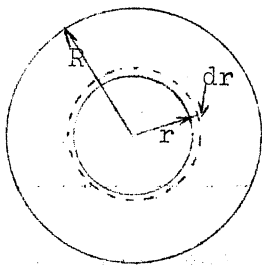


fig. VI, 1

We kennen dus voor  $r = R$  (fig. VI,1):

De massa  $M(R)$ , de lichtkracht  $L(R)$ , de temperatuur  $T(R)$ , de druk  $P(R) (\approx 0)$  en  $\rho(R) (\approx 0)$ .

We willen echter een stermodel maken met  $T(r)$ ,  $P(r)$  en  $\rho(r)$ . Hiertoe maken we gebruik van een viertal differentiaalvergelijkingen en een aantal fysische wetten.

Eerst geven we nog een overzicht van de gebruikte afkortingssymbolen:

De massa binnen een bol met straal  $r$  is  $M(r)$

De druk op een afstand  $r$  van het middelpunt is  $P(r)$

De dichtheid op een afstand  $r$  van het middelpunt is  $\rho(r)$  ( $\text{g/cm}^3$ )

De temperatuur op een afstand  $r$  van het middelpunt is  $T(r)$

De netto-energiestroom naar buiten, geleverd door een bol met straal  $r$  is  $L(r)$  erg/se

De energieproductie en de absorptiecoëfficiënt op een afstand  $r$  van het middelpunt zijn resp.  $\epsilon(r)$  erg/g en  $k(r)$  per gram.

De energieproductie vindt meestal alleen in de centrale delen van de ster plaats, door kernfusie. In fig. VI,2 staan  $\epsilon$  en  $L$  uitgezet tegen  $r$ .

$\epsilon(r)$  en  $k(r)$  zijn ingewikkelde functies van  $T$ ,  $I$  en chemische samenstelling, die meestal in tabelvorm worden gegeven.

Voorts worden nog de volgende symbolen gebruikt:

$X(r)$  is het massapercentage H

$Y(r)$  is het massapercentage He

$Z(r)$  is het massapercentage metalen (C, N, O).

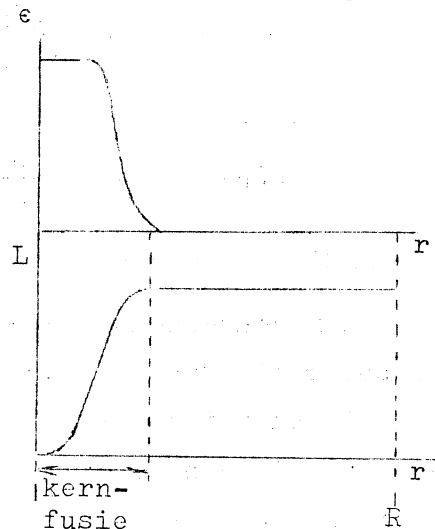


fig. VI, 2

(Zon:  $X \approx 0,70$ ,  $Y \approx 0,27$  en  $Z \approx 0,03$ ).

We geven nu de vier differentiaalvergelijkingen:

1°. Er heerst hydrostatisch evenwicht. Voorts is  $dP$  negatief (fig. VI,3), dus:

$$dP = -g(r) \rho(r) dr.$$

Verder is  $g(r) = \frac{GM(r)}{r^2}$ ,

dus:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{G \cdot M(r)}{r^2} \quad (1)$$

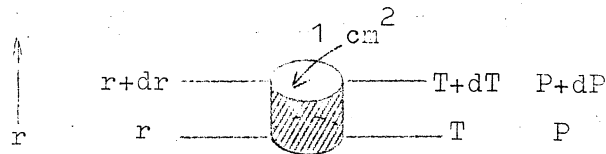


fig. VI, 3

2°. De massa in een bolschil is  $dM(r) = 4 \pi r^2 dr \rho(r)$ , dus de tweede differentiaalvergelijking wordt

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4 \pi r^2 \rho(r) \quad (2)$$

3°. Als in een bolschil gedurende een zeker tijdsinterval een bepaalde hoeveelheid energie wordt geproduceerd, moet gedurende datzelfde tijdsinterval dezelfde hoeveelheid energie de bol verlaten. Dus:

$$dL(r) = 4 \pi r^2 dr \rho(r) \epsilon(r), \quad \text{dus}$$

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4 \pi r^2 \rho(r) \epsilon(r) \quad (3)$$

4°. Zonder afleiding geven we het verband tussen temperatuurgradiënt en energiestroom. De temperatuurgradiënt is negatief (fig. VI,3). Indien er stralingsevenwicht is, geldt de vierde differentiaalvergelijking

$$\frac{dT(r)}{dr} = -\frac{3 k(r) \rho(r)}{4 acT^3(r)} \cdot \frac{L(r)}{4 \pi r^2} \quad (4)$$

oftewel:

$$L(r) = -\frac{4 acT^3(r)}{3 k(r) \rho(r)} \cdot 4 \pi r^2 \cdot \frac{dT}{dr} \quad (4a)$$

indien  $a$  = constante van Boltzmann en  $c$  = de lichtsnelheid.

Een consequentie van (4) is: Als er een netto energiestroom door de bol gaat, dan moet er een temperatuurgradiënt zijn en omgekeerd.

Om nu tot een stermodel te komen gaan we nu als volgt te werk:

We gaan uit van de randvoorwaarden:

Voor  $r = 0$  hebben we:  $T(0) = T_{\text{centrum}} (T_c)$   
 $P(0) = P_{\text{centrum}} (P_c)$  } aanvankelijk onbekend

$$\begin{array}{l} M(0) = 0 \\ L(0) = 0 \\ \text{Voor } r = R \text{ hebben we: } T(R) = T_{\text{opp.}} (\approx 0) \\ P(R) = P_{\text{opp.}} (\approx 0) \\ M(R) = M \text{ (totaal)} \\ L(R) = L \text{ (totaal)} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} M(0) = 0 \\ L(0) = 0 \\ T(R) = T_{\text{opp.}} (\approx 0) \\ P(R) = P_{\text{opp.}} (\approx 0) \\ M(R) = M \text{ (totaal)} \\ L(R) = L \text{ (totaal)} \end{array}} \right\} \text{ bekend}$$

We kiezen nu een chemische samenstelling (X,Y,Z), waardoor k en e nu als functies van de temperatuur en de druk bekend zijn.

We doen nu het volgende:

- We integreren van het inwendige uit voor een groot aantal  $P_c - T_c$ -combinaties.
- We integreren van de buitenkant af voor een aantal R-M-L-combinaties.
- We zoeken modellen van a) en b) bij elkaar, die een vloeiend verloop geven voor  $T(r)$ ,  $P(r)$ ,  $M(r)$ ,  $\rho(r)$ ,  $L(r)$ , enz. We hebben dan een consistent stermodel.

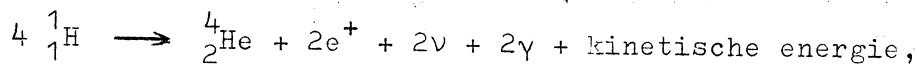
Dit stermodel gaan we tenslotte testen op het stralingsevenwicht, want  $\left| \frac{dT(r)}{dr} \right|$  moet beneden een zekere kritische waarde blijven.

Komt echter  $\left| \frac{dT(r)}{dr} \right|$  in een bepaald gebied boven die kritische waarde, dan treedt convectie op. In zo'n convectiezone moet (4) vervangen worden door een andere formule.

Het zoeken van stermodellen is de laatste tijd pas goed mogelijk geworden door zeer snelle rekenmachines.

Voorbeeld: resultaten van de zon:

De energieproductie vindt alleen in het centrale deel ( $r < \frac{1}{10} R$ ) plaats. Bij de kernfusie worden netto 4 protonen omgezet in een Helium-kern plus een aantal zeer kleine deeltjes plus kinetische energie:



als  $e^+$  een positron en  $\nu$  een neutrino is.

Dit gebeurt via de volgende cycli:

56 %	via de PP I -cyclus	} zie § VI,8.
41 %	via de PP II -cyclus	
0,01 %	via de PP III -cyclus	
3 %	via de CNO-bicycle (PP IV-cyclus)	

Men vond zo, dat

$$\begin{aligned} T_c &= 14 \cdot 10^6 \text{ }^\circ \\ P_c &= 1,8 \cdot 10^{11} \text{ atm.} \\ \rho_c &= 90 \text{ g/cm}^3 \text{ (!)} \end{aligned}$$

en toch hebben we hier te doen met een ideaal gas, omdat de naakte atoomkernen en electronen een zeer kleine gaskinetische doorsnede hebben.

De E- $\lambda$ -kromme leert ons, dat  $\lambda_{\max} = 2 \text{ \AA}$ . Voor toenemende r wordt de stralingsdichtheid kleiner, dus T wordt kleiner, dus wordt  $\lambda_{\max}$  groter.

Het model van een ster is volledig bepaald door:

- 1<sup>o</sup>. De massa
- 2<sup>o</sup>. De momentane chemische samenstelling (ook een functie van t!) (die weer samenhangt met 1<sup>o</sup>); deze is afhankelijk van  $\epsilon(r)$ ,  $k(r)$  en  $\rho(r)$ .

Het construeren van een vloeiende modellenreeks, die een evoluerende ster voorstelt, is zeer tijdrovend. Men moet dan de chemische samenstelling (als  $f(r)$ ) in fase met kernfusie continu laten veranderen.

#### § VI, 2. - Leeftijden van Sterren.

##### a) Enkele gegevens.

De zon en het planetenstelsel hebben een ouderdom van 4 à 5 x 10<sup>9</sup> jaar.

Van O- en B-associaties heeft men de expansiesnelheid kunnen vaststellen. Door nu terug te rekenen naar het moment, waarop deze expansie begonnen moet zijn, heeft men gevonden dat de leeftijd van dergelijke associaties een paar miljoen jaar is.

##### b) Een ruwe schatting.

De energie van de zon is  $4 \cdot 10^{33}$  erg/sec.

$M_\odot = 2 \cdot 10^{33}$  g.

Als 1 g H geheel wordt omgezet in He, komt  $6 \cdot 10^{18}$  erg aan energie vrij

per seconde wordt

$\frac{4 \cdot 10^{33}}{6 \cdot 10^{18}}$  g H in He omge-

zet, dus de maximale levensduur van de zon

is  $2 \cdot 10^{33} : \left( \frac{4 \cdot 10^{33}}{6 \cdot 10^{18}} \right) =$

$= 3 \cdot 10^{18}$  sec  $\approx 10^{11}$  jaar.

Deze uitkomst is echter een bovengrens, want

1°.  $X = 0,70$  i.p.v.  $1,00$

2°. De omzetting van H in He geschiedt alleen in de kern; er vindt geen volkomen menging plaats, zodat slechts  $1/3$  deel van de H wordt "verbrand".

Nauwkeuriger: De zon kan op de huidige voet nog  $30 \cdot 10^9$  jaar stralen.

Voor de levensduur van een ster geldt dus:

De omzetting van H in He is evenredig met  $M$  en omgekeerd evenredig met  $L$ , dus:

$$\frac{t_{\max}^*}{t_{\max}^{\odot}} = \frac{(M_*/M_{\odot})}{(L_*/L_{\odot})}$$

Met behulp van deze formule ontstaat de volgende tabel

spectraal- klasse	$M_*/M_{\odot}$	$L_*/L_{\odot}$	$t_{\max}^*$
O 5	30	$10^5$	$9 \cdot 10^6$ jaar
B 0	16	$8 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^7$
B 5	6	600	$3 \cdot 10^8$
A 0	3	60	$1,5 \cdot 10^9$
F 0	1,5	6	$7,5 \cdot 10^9$
G 2	1	1	$3 \cdot 10^{10}$
K 5	$\frac{1}{1,5}$	$\frac{1}{8}$	$1,6 \cdot 10^{11}$

§ VI, 3. - De samentrekking van protoster tot hoofdreeksster.

Sterren ontstaan uit interstellaire materie. Overschrijden massa en dichtheid van een wolk zekere kritische waarden, dan ontstaat door gravitatie contractie... Na enige tijd is de wolk voldoende heet geworden om zichtbaar te gaan stralen en dan is de ster ontstaan. Naar alle waarschijnlijkheid zijn de "bolwolkjes" (globules) (§ III, 4) een tussenstadium van wolk tot ster.

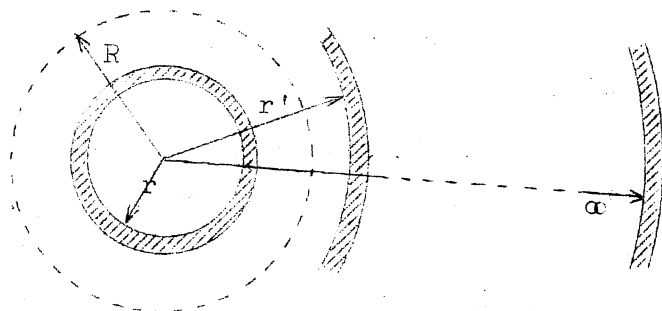


fig. VI, 4

We beschouwen nu de momentane potentiële energie  $E_g$  op het moment dat de wolk (protoster,

ster) een straal R heeft (fig. VI,4).

De bolschil met straal r bevat een massa  $dM(r)$ . Deze draagt bij aan potentiële energie:

$$dE_g(r) = \int_0^r \frac{dM(r') \cdot G \cdot M(r)}{r'^2} dr' = - \frac{G \cdot M(r) \cdot dM(r)}{r},$$

immers,  $\frac{dM(r) \cdot G \cdot M(r)}{r'^2}$  stelt de gravitatiekracht van een eenheidsmassa op afstand  $r'$  van het middelpunt op de bol voor.

De totale potentiële energie is dus:

$$E_g(R) = - \int_0^R \frac{G \cdot M(r) \cdot dM(r)}{r} = - \int_0^R \frac{G \cdot M(r) \cdot 4\pi r^2 \rho(r)}{r} dr \quad (5)$$

Voor de thermische energieïnhoud van de ster geldt:

$$E_T(R) = \int_0^R \frac{3}{2} N(r) k T(r) \cdot 4\pi r^2 dr = \int_0^R \frac{3}{2} P(r) 4\pi r^2 dr \quad (6)$$

Met formule (1) en (5) kunnen we nu afleiden, dat

$$E_g = \int_0^R \frac{dP(r)}{dr} \cdot r \cdot 4\pi r^2 dr.$$

Dit geeft:

$$E_g = P(r) 4\pi r^3 \Big|_0^R - \int_0^R P(r) \cdot 3 \cdot 4\pi r^2 dr.$$

Als  $r = R$ , dan is  $P(r) = P(R) = 0$ , dus de eerste term in het rechterlid is nul, dus  $E_T = - \frac{1}{2} E_g$ .

Voor een kleine contractie kunnen we dus stellen:

$$\Delta E_T(R) = - \frac{1}{2} \Delta E_g(R).$$

Dus: Het verlies aan potentiële energie wordt voor de helft omgezet in winst aan thermische energie en voor de helft uitgestraald.

Ten gevolge van de samenstrekking stijgt  $T(r)$  en neemt  $R$  af. Het gevolg hiervan is, dat dan de temperatuurgradiënt  $\frac{dT}{dr}$  stijgt. Volgens formule (4a) stijgt  $L(R)$  dan ook.

Hoe zwaarder de ster is, des te sneller vindt de samentrekking plaats.

In fig. VI,5 staat hoe een ster zich tijdens de contractieperiode in het HRD naar de hoofdreeks beweegt. De streepjeslijnen laten zien, hoe men vroeger dacht dat het ging. De recente wijziging ontstond door de ontdekking, dat de protoster gedurende een bepaalde periode niet in stralingsevenwicht is; er treedt convectie op.

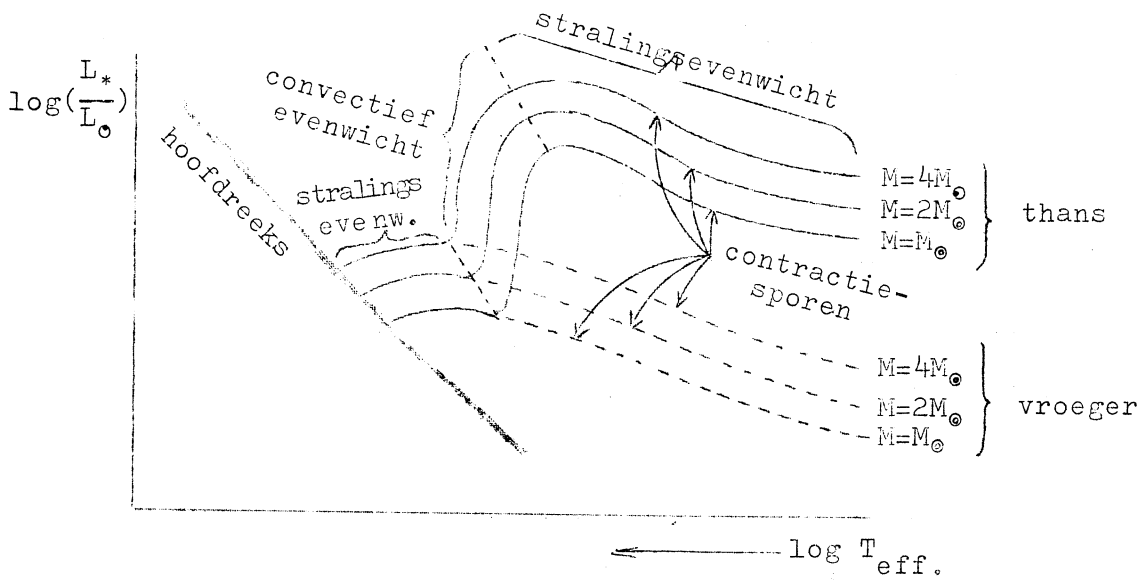


fig. VI, 5

Tijdens de contractie nemen  $T_c$  en  $P_c$  snel toe. Tenslotte vindt er kernfusie plaats ( $4\text{}^1_1\text{H} \rightarrow \text{}^4_2\text{He}$ ). Op dat moment is de ster zeer dichtbij de hoofdreeks beland en stopt de samentrekking.

Een paar contractietijden zijn:

Voor de zon:  $10 \text{ à } 20 \cdot 10^6$  jaar

Als  $M = 20 M_\odot$ : ca.  $10^5$  jaar.

Alleen de massa bepaalt de contractiesnelheid.

De nu volgende evolutie verloopt zeer veel langzamer.

Tijdens de latere evolutie kan de ster tijdelijk weer worden "opgeblazen" (§ VI,5). Schieten in een bepaald stadium de kernprocessen te kort om de passende energiestroom te leveren, dan zet de contractie weer in.

Vermoedelijk zijn T-Tauri-sterren en vlam- en flitssterren nog contraherende sterren (Fig. VI,6a).

Van de zeer jonge sterrenhopen zijn de zeer zware sterren reeds op de hoofdreeks aangeland, terwijl de lichtere nog

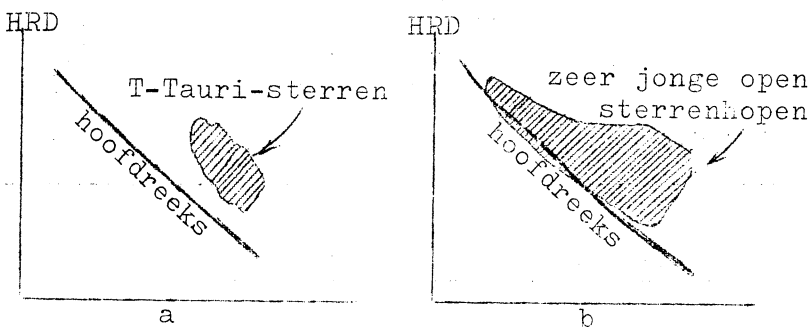
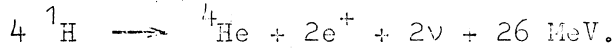


fig. VI, 6

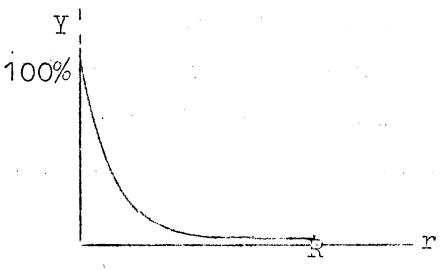
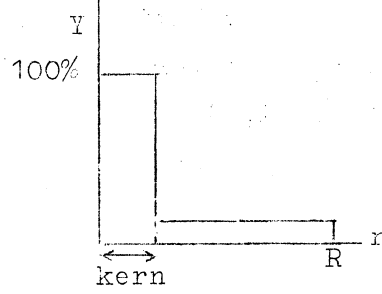
in het contractiestadium verkeren (fig. VI,6b).

§ VI, 4. - Sterren nabij de hoofdreeks.

Gedurende de nu volgende fase van "waterstofverbranding" verblijft de ster dicht bij de hoofdreeks. Waterstof wordt tot Helium opgebouwd volgens één of meer cycli (opgesomd in § VI,8); allen met als netto resultaat:



De modelberekeningen laten een groot verschil in opbouw en evolutie zien voor sterren met  $M \lesssim 1,5 M_{\odot}$  enerzijds en  $M > 1,5 M_{\odot}$  anderzijds:

$M \leq 1,5 M_{\odot}$	$M > 1,5 M_{\odot}$
<p><math>T_c \leq 18 \cdot 10^6 \text{ } ^{\circ}</math></p> <p>proton-proton-cycli PP I t/m PP III (§ VI,8). <math>\epsilon \sim T^4</math></p> <p><u>stabele kern</u>, dus de He-abundantie neemt in het centrale deel het snelst toe (fig. VI,7).</p>	<p><math>T_c &gt; 18 \cdot 10^6 \text{ } ^{\circ}</math></p> <p>dubbele CNO cyclus (CNO bi-cycle) (§ VI,8). <math>\epsilon \sim T^{18} \text{ à } T^{20}</math></p> <p><u>convectieve kern</u>, dus de He-abundantie neemt in de convectieve kern homogeen toe (fig. VI,8).</p>
 <p>fig. VI, 7</p>	 <p>fig. VI, 8</p>
<p>Langzame contractie van de kern, waardoor <math>T_c</math> en <math>L</math> toenemen.</p> <p>Geleidelijke overgang tot reus.</p>	<p>Aanvankelijk vrijwel geen contractie; <math>X_{\text{kern}} &lt; 0,02</math>; plotseling een snelle contractie.</p> <p>Zeer snelle overgang tot reus.</p>

§ VI, 5. - Voorbeelden van evolutiesporen in het HRD.

Het verloop van de evolutie wordt overzichtelijk voorgesteld in het HRD. Wij bekijken globaal twee typische gevallen:  $M = M_{\odot}$  en  $M = 15,6 M_{\odot}$ .



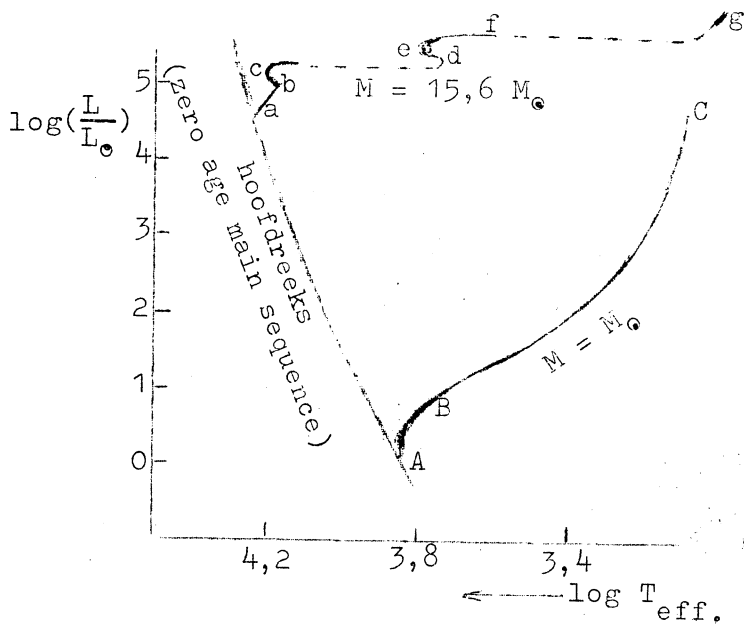


fig. VI, 9

langzaam toe. Hierna treedt H-verbranding in de schil om een dan vrijwel zuivere He-kern op (fig. VI,10).

Als de ster zich van B naar C verplaatst, treedt contractie van de uitgedoofde He-kern en expansie van de mantel op. Door de contractie van de kern neemt  $T_c$  toe.

In C is  $T_c \approx 10^8$  °K. Er treedt dan He-verbranding op, daarna C-verbranding (zie § VI,8).

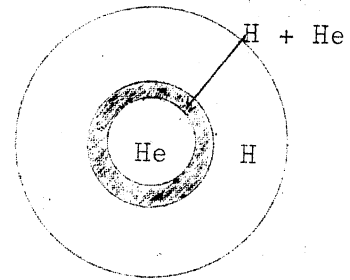


fig. VI, 10

In nevenstaande tabel staan de tijden (in jaren) aangegeven, die voor elk proces nodig zijn.

	1 $M_{\odot}$	15,6 $M_{\odot}$	
contr.:	10 à 20.10 <sup>6</sup>	contr.:	5.10 <sup>4</sup>
vlak bij A:	10.10 <sup>9</sup>	a → b :	16.10 <sup>6</sup>
A → B :	20.10 <sup>9</sup>	b → d :	7.10 <sup>4</sup>
B → C :	enkele 10 <sup>6</sup>	d → f :	1,1.10 <sup>6</sup>
nabij C :	ca. 20.10 <sup>6</sup>	f → g :	enkele 10 <sup>4</sup>
		f - g :	ca. 10 <sup>6</sup>
			hierna een zeer snel en zeer gecompliceerd proces van zwaardere elementen

Streepjeslijnen duiden er op, dat de ster hier relatief zeer kort over doet.

In fig. VI,9 staat met kleine letters aangegeven hoe een ster met  $M = 15,6 M_{\odot}$  zich van de hoofdreeks af beweegt.

Als de ster van a naar b beweegt, treedt H-verbranding in de kern op (fig. VI,11a).

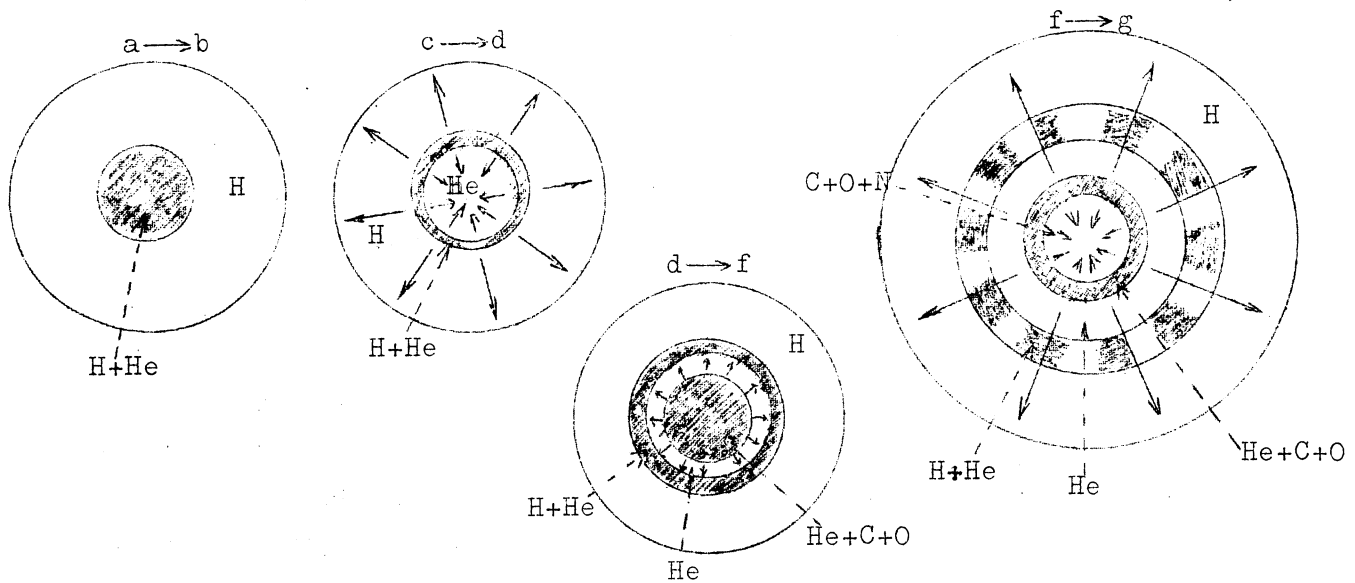


fig. VI, 11

Bevindt de ster zich in b, dan is  $X_{\text{kern}} < 0,02$ .

Van b naar c treedt er een snelle contractie van de kern op, en een expansie van de mantel.

Wanneer de ster van c naar d gaat, vindt er H-verbranding in de schil om de He-kern plaats (fig. VI, 11b). Als de ster in d is, is  $T_c = 10^8$  °K.

Van d naar f treedt He-verbranding in de kern op (fig. VI, 11c).

Van f naar g treedt He-verbranding in de schil om de kern op, terwijl de kern contraheert en de mantel expandeert (fig. VI, 11d).

In g is  $T_c = 6 \cdot 10^8$  °K. Er vindt dan C-verbranding plaats.

Daarna vindt synthese van steeds zwaardere elementen plaats. Verschillende "brandende" schillen, die tijdelijk doven. Contracties en expansies. (Tijdelijke) (gedeeltelijke) degeneratie van materie in de kern. Deze processen verlopen relatief zeer snel; er wordt nog druk aan gerekend.

Enkele algemene beginselen.

- 1°. Zodra één energiebron in de kern uitgeput is, trekt de kern samen totdat T voldoende opgelopen is om een volgende reactie mogelijk te maken.
- 2°. Omdat H-verbranding verreweg de meeste energie per gram levert en bovendien vrij langzaam verloopt, blijft de ster verreweg de langste tijd nabij de hoofdreeks.

- 3°. Een weg naar rechts in het HRD betekent, dat de mantel van de ster snel opzwellt; bij vrijwel gelijkblijvende  $L$  neemt  $T_{\text{opp}}$  dan sterk af.
- 4°. Alle evolutieprocessen verlopen sneller naarmate de ster zwaarder is.

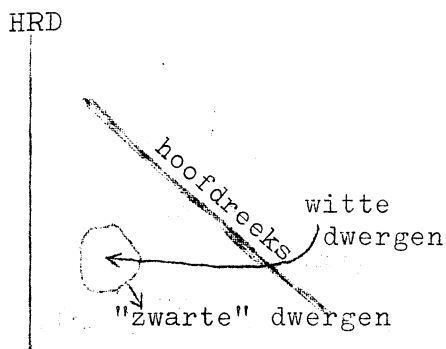


fig. VI, 12

Het eindstadium van alle sterren is de witte dwerg (fig. VI,12). De materie in de ster is grotendeels ontaard (§ II,21). Er treden geen kernreacties meer op; langzame contractie levert de energie. Langzaam dooft de ster uit tot een "zwarte" dwerg. Recente speculaties laten een witte dwerg tenslotte overgaan in een "neutronen-ster".

Over de overgang van een rode (super-)reus naar een witte dwerg is nog weinig bekend, vooral omtrent de fase nadat het evolutiespoor de hoofdreeks heeft gepasseerd. Zeker is, dat de zware sterren in vrij korte tijd veel massa moeten verliezen. Witte dwergen kunnen alleen bestaan met  $M < 1,44 M_{\odot}$  (limiet van Chandrasekhar). Omdat  $R_{\text{w.dw.}} \approx 0,01 R_{\odot}$ , komt bij de overgang tot witte dwerg in korte tijd een gravitatie-energie van  $10^{50}$  erg vrij. Dit is voldoende om de buitenste lagen van de ster af te werpen. Over de wijze waarop bestaan de volgende vermoedens:

Als  $M < 5 M_{\odot}$ , dan wordt een reus een witte dwerg via een planeetaire nevel (de planeetaire-nevelfase duurt  $10^4$  à  $10^5$  jaar).

Als daarentegen  $M > 5 M_{\odot}$ , dan wordt de superreus een witte dwerg via supernova-explosies (van het type II). Deze onderstelling vindt daarin steun, dat supernovae van het type II alleen in sterrenstelsels worden waargenomen, waarin (nog) zware sterren (O- en B-) voorkomen.

#### § VI, 6. - Interpretatie van enkele waargenomen evolutie-effecten

- a) Bij open sterrenhopen en sterren in de naaste omgeving van de zon:
  - 1) Vrijwel alle sterren "op" de hoofdreeks: Verreweg de langste tijd van hun "leven" brengen de sterren door in het stadium van H-verbranding.
  - 2) Het Hertzsprungiaat (fig. VI,13) is het gevolg van de zeer snelle evolutie van hoofdreeksster naar reus voor  $M \gtrsim 2 M_{\odot}$ .
  - 3) De evolutie van zware sterren gaat veel sneller dan die van lichtere.

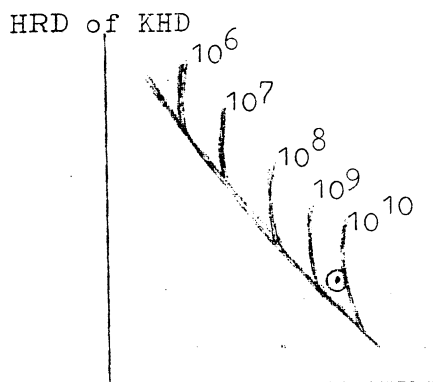


fig. VI, 14

Dit verklaart het composiet-diagram van open sterrenhopen (fig. VI, 14; § II, 22A). Met de onderstelling, dat alle sterren in een

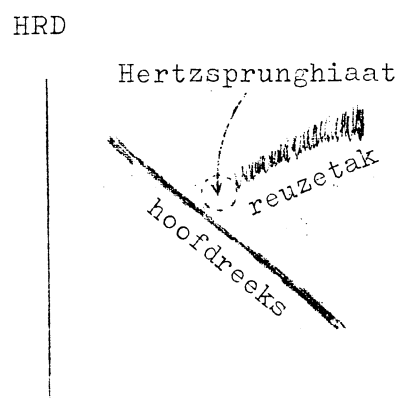


fig. VI, 13

hoop vrijwel gelijktijdig zijn ontstaan, kan men van elke hoop de ouderdom schatten uit de ligging van het "afbuigpunt".

b) Bolvormige sterrenhopen zijn zeer oude objecten (ca.  $10^{10}$  jaar).

Alle zware sterren ( $M > 1,5 M_{\odot}$ ) zijn zover ontwikkeld, dat zij onzichtbaar zijn geworden (witte dwergen, -----).

Het kleur-helderheidsdiagram (fig. VI, 15) toont de verschillende evolutiestadia van sterren met  $M < 1,5 M_{\odot}$ . Er is geen Hertzsprungiaat omdat de overgang van hoofdreeksster naar rode reus heel geleidelijk verloopt voor sterren met  $M < 1,5 M_{\odot}$ .

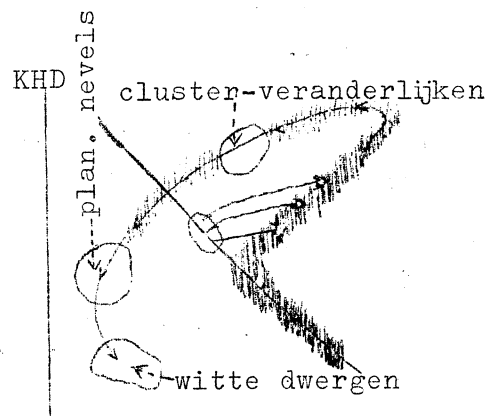


fig. VI, 15

Het KHD van andere bevolking-II-objecten is geheel analoog.

c) Tijdens de evolutie van de hoofdreeks naar rechts passeert de ster de Cepheïde-I-fase. Uit modelberekeningen blijkt, dat de ster gedurende een relatief korte periode een instabiliteitsstrook in het HRD doorschrijft. Een kleine evenwichtsverstoring leidt daar tot pulsatie. Iets soortgelijks gebeurt als de ster weer "naar links" terugkeert, na het rode super-reuzenstadium ( $\rightarrow$  Cepheïde II). Verschillen tussen Cepheïden I en II (zie vooral de periode-straalrelatie, § II, 19; fig. II, ) zijn begrijpelijk: chemische samenstelling en opbouw van de ster zijn vóór en ná het rode-reuzen-stadium verschillend.

§ VI, 7. - De tijdschaal, de sterbevolkingen en de abundanties in het melkwegstelsel.

De oudste sterren zijn  $10 \text{ à } 20 \cdot 10^9$  jaar oud (de melkweg en het gehele heelal dus ook); zij zijn in (vrijwel) zuiver waterstof ont-

staan. In zwaardere sterren werden zwaardere elementen opgebouwd. Bij overgang naar witte dwergen wierpen deze sterren met zwaardere elementen verrijkte materie uit in het interstellair medium (vooral He, C, N, O). De sterren, die naderhand ontstonden, bevatten van de aanvang af meer zware elementen. Dit verklaart, dat de atmosferen van jonge, populatie-I-sterren meer zware elementen ("metalen") bevatten dan oude populatie-II-sterren.

Toch bevat de vrij oude zon (ca.  $5 \cdot 10^8$ ) jaar meer metalen en in een wat andere samenstelling dan men op grond van het bovenstaande zou verwachten. Dit is één van de aanleidingen om te vermoeden, dat er in de kern van het melkwegstelsel zeer zware sterren zijn geweest, met  $M = 10^5 \text{ à } 10^6 M_{\odot}$ . Hun gehele evolutie zou dan zeer snel verlopen zijn en bij super-supernovavitbarstingen zou dan sterk met zware elementen verrijkte materie in de ruimte zijn geslingerd.

De jongste objecten:

Open sterrenhopen > paar miljoen jaar

O- en B-associaties  $\approx$  2 miljoen jaar

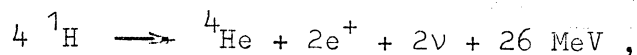
Nog steeds worden sterren gevormd.

§ VI, 8. - (Appendix).

De belangrijkste thermonucleaire reacties in sterren.

a) De "waterstofverbranding",

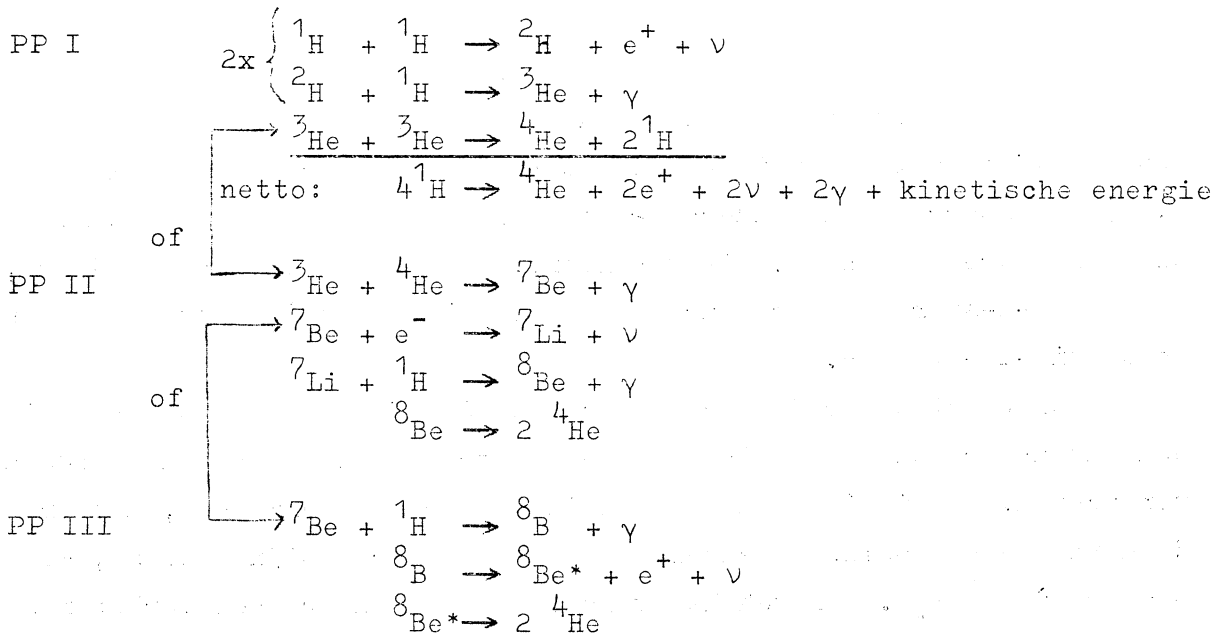
d.i. de omzetting van waterstof in helium, geschiedt voor  $14 \cdot 10^6 \text{ }^\circ < T < 30 \cdot 10^6 \text{ }^\circ \text{K}$ . Bij deze temperaturen bezit een deel van de protonen voldoende kinetische energie om de electrostatische afstoting te kunnen overwinnen. De kernfusie geschiedt in een paar ketens van reacties, die alle als netto-resultaat hebben:



waarbij  $\nu$  een neutrino en  $e^+$  een positron voorstelt.

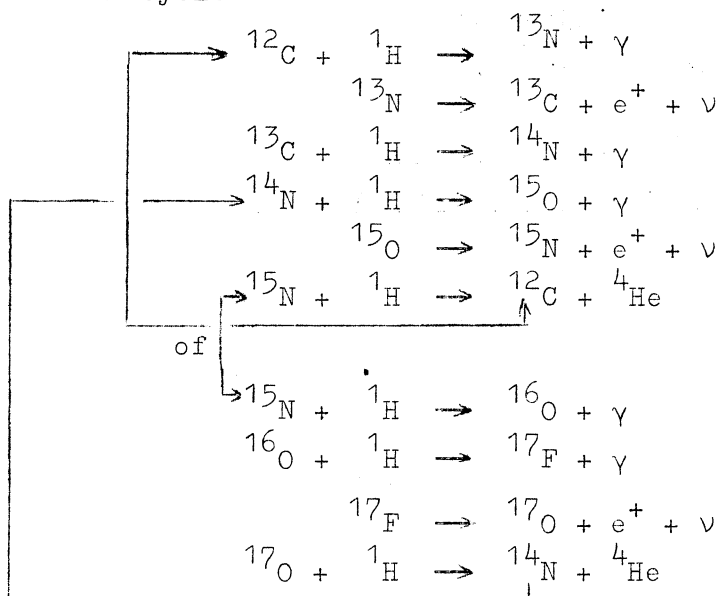
De neutrino's nemen ca. 5% van de energie mee.

Er zijn drie varianten van de proton-proton-cyclus:

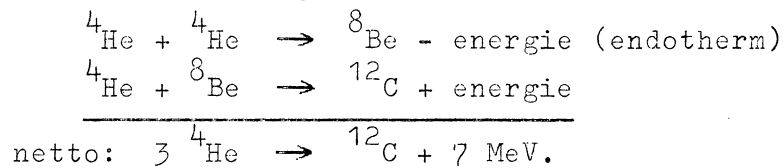


N.B.:  ${}^8_4\text{Be}^*$  betekent: de kern is in een energietoestand boven het grondniveau.

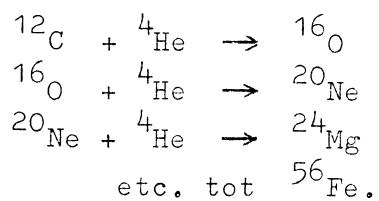
De CNO-bi-cycle:



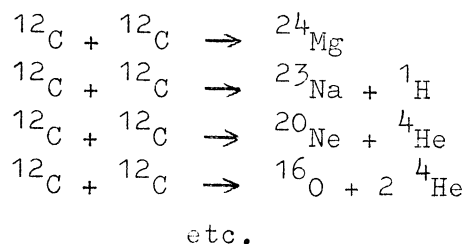
b) De heliumverbranding ( $T_c \approx 10^8$  à  $4 \cdot 10^8$  °K).



Andere heliumreacties:



c) De koolstofverbranding ( $T \approx 10^9$  °K).



Samenvoeging van elementen lichter dan ijzer levert energie; samenvoeging van elementen zwaarder dan ijzer kost energie.

Bij de hoge temperaturen, die tenslotte in de sterkern heersen, worden waarschijnlijk ook een aantal zeer zware elementen opgebouwd. Daarvoor wordt een deel van de energie gebruikt, die vrijkomt bij de samensmelting van lichtere kernen. Bevat de kern van de ster geen vrij lichte elementen meer, dan zijn alle energiebronnen uitgeput. De ster wordt dan een witte dwerg, die langzaam afkoelt.

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that proper record-keeping is essential for the integrity of the financial system and for the ability to detect and prevent fraud.

2. The second part of the document outlines the various methods used to collect and analyze data. It describes the use of statistical techniques to identify trends and patterns in the data, and the importance of using reliable sources of information.

3. The third part of the document discusses the role of the auditor in the process. It explains that the auditor's primary responsibility is to provide an independent and objective assessment of the financial statements. This involves a thorough review of the records and a comparison of the results with the applicable accounting standards.

4. The fourth part of the document discusses the importance of transparency and accountability in the financial system. It notes that the public has a right to know how their money is being spent, and that this information should be made available in a clear and accessible format.

5. The fifth part of the document discusses the role of the government in the financial system. It explains that the government has a responsibility to ensure that the financial system is fair and equitable, and that it is subject to the same rules and regulations as the private sector.

6. The sixth part of the document discusses the importance of education and training in the financial system. It notes that a well-educated and trained workforce is essential for the success of the financial system, and that the government should invest in education and training programs to ensure that the workforce is equipped with the skills and knowledge needed to succeed in the 21st century.

7. The seventh part of the document discusses the importance of innovation and technology in the financial system. It notes that the financial system is constantly evolving, and that new technologies and products are being developed all the time. It emphasizes that the financial system must be able to adapt to these changes in order to remain relevant and effective.

8. The eighth part of the document discusses the importance of risk management in the financial system. It explains that the financial system is inherently risky, and that it is essential to have a robust risk management framework in place to identify, assess, and mitigate these risks.

9. The ninth part of the document discusses the importance of international cooperation in the financial system. It notes that the financial system is increasingly global, and that it is essential to have a strong international framework in place to ensure that the system is fair and equitable for all countries.

10. The tenth part of the document discusses the importance of public participation in the financial system. It notes that the public has a right to be involved in the decision-making process, and that the government should create mechanisms for public participation in the financial system.



Dynamika van de spiraalstructuur  
in extra galactische stelsels.

21 mei 1969.

John Heise.

- Litteratuur: Lindblad, P.O. 1961 Stockh. Obs. Ann. 21, 8  
Toomre, A. 1964 Ap. J. 139, 1217  
Lin C.C., Shn, F.H. 1964 Ap.J. 140, 646  
1966 Proc. Nat. Ac. Sci. 55, 229  
Lin C.C., Shn, F.H. 1968 in: "Galaxies and the Universe"  
(Wolters)  
Fujimoto 1968 Ap.J. 152, 391

Sa Sb Sc

Algemene probleemstelling

We kunnen het probleem van de spiralen in extragalactische stelsels splitsen in (1) ontstaan; (2) bestaan. We beperken ons tot 2. We moeten verklaren hoe een spiraalstructuur kan bestaan, die zich uitstrekt over een geheel melkwegstelsel, en die bestaat uit twee, diametraal tegenover elkaar beginnende, armen. Door de differentiële rotatie zul je verwachten dat materiële armen in korte tijd "opwinden" en binnen  $10^8$  jaar volledig van karakter veranderen.

Veronderstellingen

Er bestaat een dichtheids- of kompressiegolf met een quasi-stationaire spiraalstructuur (Q.S.S.S. hypothese), die zich voortplant in de galactische schijf. De veronderstelling dat de spiraalvorm permanent is (quasi-stationair) berust op de waarneming dat het type spiraal (Sa, Sb, Sc) bepaald wordt door, totale massa, relatieve hoeveelheid gas en concentratie van de massa in de kern.

Specifiek probleem

Is een opgelegde spiraalvormige dichtheidsgolf in een axi-symmetrische schijf stabiel?

Vergelijkingen

Massa-behoud  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \vec{u} = 0$  (continuïteitsvergelijking)

impuls-behoud  $\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = - \text{grad } p + \rho \vec{g}$  (2e Wet van Newton)

toestandsvergelijking  $p = f(\rho)$

Vergelijking van Poisson  $\text{div } \vec{g} = - 4\pi G\rho$  (grav. wet)

met  $\rho$  dichtheid,  $\vec{u}$  snelheid,  $\vec{g}$  gravitatie versnelling.

De eerste drie vergelijkingen bepalen  $\rho$ ,  $\vec{u}$ ,  $p$  bij gegeven gravitatieversnelling  $\vec{g}$ , terwijl de laatste, uit de dichtheidsverdeling  $\rho$ , de versnelling  $\vec{g}$  bepaalt.

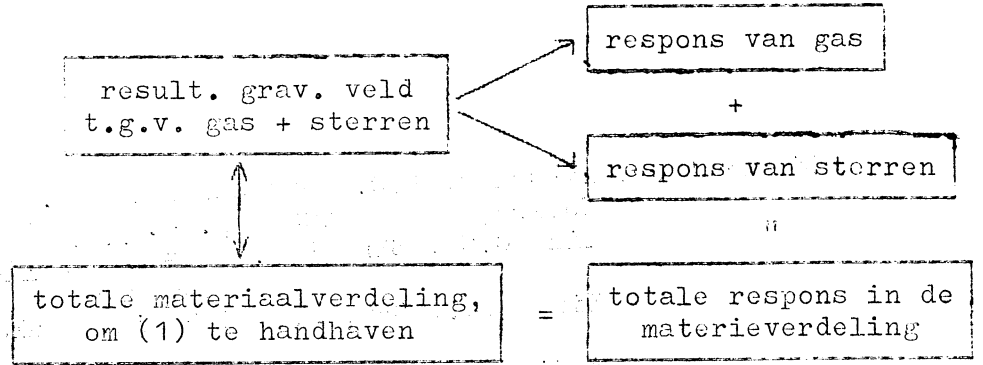
Oplossing

Voor een consistente oplossing moet bij een opgelegd gravitatieveld, de daaruit voortvloeiende dichtheidsverdeling, via Poisson weer hetzelfde gravitatieveld geven.

De berekeningen volgen het schema:

armen →  
gas massa →  
totale massa ←  
massa in kern ←

Lindblad  
ring star



In een eerste benadering verwaarlozen we de druk van het gas en turbulente snelheden en stellen we nu een axi-symmetrische oplossing voor een infi. dunne schijf met  $\sigma_0(r)$ ,  $\mu_0(r)$ ,  $g_0(r)$ , waarbij  $\sigma_0$  de oppervlakte-dichtheid is.

Stabiliteit van spiraalstructuur

We leggen een kleine storing in het gravitatieveld aan  $g = g_0(r) + g'(r, \theta)$ . ( $r, \theta$  is poolcoördinaat in het melkwegvlak) met  $g' = \hat{g}(r) \exp i \{ \omega t + m\theta - \phi(r) \}$  dit is een spiraalvorm bepaald door  $\phi$  met  $m$  armen en 'golftal'  $k = d\phi/dr$  en patroon-snelheid  $\frac{\omega}{m}$ . Lineariseren van de vergelijking levert (1) de respons van  $\sigma$  en  $\mu$  voor het gas, die weer van dezelfde vorm zijn.  $\sigma(r, \theta) = \hat{\sigma}(r) \exp i \{ \omega t + m\theta - \phi(r) \}$  etc. en (2) een dispersie-vergelijking voor deze spiraalgolf, die het belangrijkste resultaat van de theorie is. Voor een gas met druk nul, geen turbulente snelheden en geen dispersiesnelheden van de sterren, is de dispersie vergelijking voor roterende dichtheidsgolven:

*Storing op  
axi-sym. opl.  
behoeft vorm  
van arm.  
 $\frac{1}{\sigma_0} = \frac{ik\hat{g}}{\alpha^2 - (\omega - m\Omega)}$   
 $\alpha = \text{epicyclic freq.}$*

$\Omega(r)$  de rotatie hoeksnelheid van het stelsel ter plaatse  $r$   
 $\alpha(r)$  de epicycle frequentie

$$|k(r)| = \frac{\alpha^2(r) - (\omega - m\Omega(r))^2}{2\pi G \sigma_0(r)}$$

d.w.z. voor een gegeven patroonsnelheid wordt de afstand tussen de armen bepaald door de gasdichtheid  $\sigma_0$ . De golf is stabiel voor die  $r$ , waarvoor  $\alpha^2 - (\omega - m\Omega)^2 > 0$  of met  $\frac{\omega}{m} = \Omega_p$  is 'patroon-snelheid'

$$\Omega - \frac{\alpha}{m} < \Omega_p < \Omega + \frac{\alpha}{m}$$

*2-armige structuur van kern tot rand  
meer-armige struct: grootst. alle, wat klein gebied  $r$*

Konklusies

- (1) Uit de grafiek van  $\Omega - \frac{\alpha}{m}$ ,  $\Omega + \frac{\alpha}{m}$  blijkt, dat we alleen dan een stabiel patroon over de gehele melkweg hebben voor  $m = 2$ , dus een 2-armige spiraal.
- (2) Kwalitatief zien we het verschil tussen Sa, Sb, Sc-stelsels: lage oppervlakedichtheid  $\sigma_0$  van het gas in de schijf geeft korte afstand tussen de armen (Sa).
- (3) De theorie voorspelt resonantie voor  $\Omega_p = \Omega \pm \frac{\alpha}{2}$  (Lindblad-resonantie), d.i. aan begin en uiteinde van de arm. Dit kan aanleiding geven tot hoge radiële snelheden.
- (4) De theorie voorspelt een oscillerende komponent op alle grootheden. Dit wordt b.v. op de rotatie-kurve inderdaad waargenomen.
- (5) De theorie voorspelt (kleine) systematische radiële snelheden van het gas, die van belang kunnen zijn voor de interpretatie van 21-cm waarnemingen.

*afstroming.*

*lin. theorie  
Maan. verb.*

*verdygheid ← garakun  
sterren u arm.*

*kan ik ook wat  
beter zien.  
kalk. wat dit is.*