

Scientific Computing

Gerard Sleijpen
Rob Bisseling
Alessandro Sbrizzi



Universiteit Utrecht
Department of Mathematics

<http://www.staff.science.uu.nl/~sleij101/>

Matrix-vector vergelijking voor Grondwatervergelijkingen

Gerard Sleijpen



Universiteit Utrecht
Department of Mathematics

<http://www.staff.science.uu.nl/~sleij101/>

Programma

- Een stelsel vergelijkingen voor roosterfunctiewaarden
- Een matrix-vector vergelijking
- De structuur van de matrix
- Matlab en ijle matrices
- Andere ijle formaten

Het stelsel vergelijkingen

Voor ieder inwendig roosterpunt $p_{ij} \equiv (x_{ij}, y_{ij})$ zijn we geïnteresseerd in de (onbekende) functiewaarde

ψ_{ij}

en beschikken we over de lineaire vergelijking

$$\alpha_{ij}^{\text{west}} \psi_{i-1,j} + \alpha_{ij}^{\text{cent}} \psi_{ij} + \alpha_{ij}^{\text{oost}} \psi_{i+1,j} + \alpha_{ij}^{\text{zuid}} \psi_{i,j-1} + \alpha_{ij}^{\text{noord}} \psi_{i,j+1} = f_{ij}$$

De stencil coëfficiënten α_{ij}^{xxx} zijn bekend.

We schrijven het stelsel als één **matrix-vector vergelijking**

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

We moeten hiertoe identificeren iedere

- ψ_{ij} met een coördinaat x_k van \mathbf{x} ,
- f_{ij} met een coördinaat b_k van \mathbf{b} ,
- α_{ij}^{xxx} met een matrix coëfficiënt $A_{k,\ell}$ van \mathbf{A} .

Matlab's compressed storage format

Er zijn `nnz` coëfficiënten $A_{i,j} \neq 0$ (number of non zeros):

$$\text{nnz} \equiv \#\{(i,j) \mid A_{i,j} \neq 0\}.$$

In Matlab kan je een ijle matrix (**sparse matrix**) beschrijven met drie kolom vectoren I, J, V van gelijke lengte `nnz`, waarbij met $i = I(k)$, $j = J(k)$ is $A_{ij} = V(k)$:

- I is de vector van rij indices,
- J is de vector van kolom indices en
- V is de vector van de waardes van de bijbehorende matrixcoëfficiënt.

Matlab tool. Met het Matlab commando

```
A=sparse(I,J,V);
```

definieer je uit I, J, V een ijle matrix A .

Verdere operaties programmeer je als voor volle matrices, zo voert $\mathbf{b}=\mathbf{A}*\mathbf{x}$ de matrix-vector vermenigvuldiging $\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ uit.

Compressed row storage

Van matrix $\mathbf{A} = (A_{ij})$ naar compressed row storage J_c, V_c .

```
k=n+2;
for i=1:n
    Jc(i)=k; Vc(i)=Aii;
    for j=1:n
        if Aij ≠ 0, Jc(k)=j; Vc(k)=Aij; k=k+1; end
    end
end
Jc(n+1)=k; Vc(n+1)=0;
```

Twee kolom vectoren J_c, V_c , beide van lengte `nnz+1`.

J_c bevat natuurlijke getallen, V_c bevat de waarde van de niet-nul coëfficiënten van \mathbf{A} (behalve $V_c(n+1)$).

Matlab's compressed storage format

Er zijn `nnz` coëfficiënten $A_{i,j} \neq 0$ (number of non zeros):

$$\text{nnz} \equiv \#\{(i,j) \mid A_{i,j} \neq 0\}.$$

In Matlab kan je een ijle matrix (**sparse matrix**) beschrijven met drie kolom vectoren I, J, V van gelijke lengte `nnz`, waarbij met $i = I(k)$, $j = J(k)$ is $A_{ij} = V(k)$:

- I is de vector van rij indices,
- J is de vector van kolom indices en
- V is de vector van de waardes van de bijbehorende matrixcoëfficiënt.

Opdracht. Schrijf een Matlab functie routine

```
[A,b]=vectoriseer(alphac,alphaw,alphao,alphaz,alphan,f);
```

die uit de stencil coëfficiënten α_{ij}^{xxx} en f_{ij} de **ijle** matrix \mathbf{A} en de rechterlid vector \mathbf{b} berekent.