

Ultrakoude Fermi- mengsels zijn super

Wrijvingsloze supervloeistoffen in fermionische atoommengsels ‘koken’ bij een temperatuur die een miljard keer lager ligt dan kamertemperatuur. Daarnaast voorspellen we dat de supervloeibare atoommengsels kunnen ‘bevriezen’, waardoor een superkristal ontstaat. In deze paradoxale materietoestand stromen de atomen zonder weerstand terwijl ze tegelijkertijd vastzitten in een periodieke structuur. Koos Gubbels

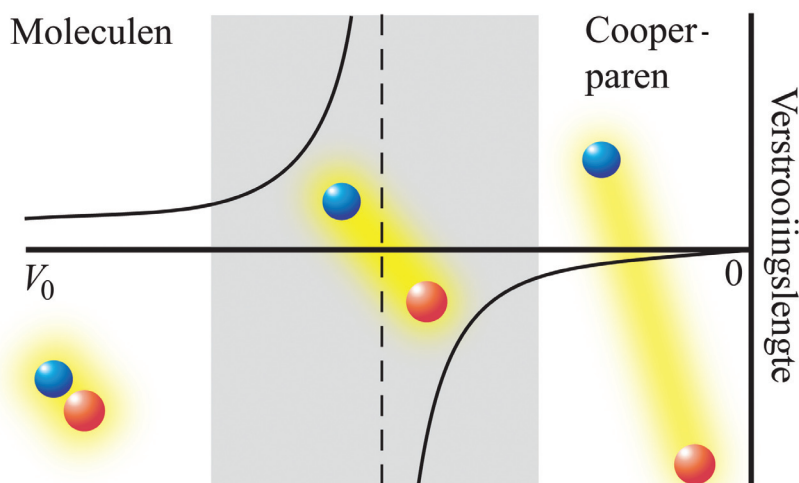
Koud?! Een atoomgas gekoeld met lasers, dat is pas koud! Door een ijle gaswolk van alkaliatomen te beschieten met een laser is het namelijk mogelijk om de atomen vrijwel stil te zetten. Op deze manier koelt het gas af tot de micro-Kelvinschaal: ultrakoud dus. Om te voorkomen dat de atomen wegvliegen gedurende het experiment, worden ze opgesloten in een val. Deze kan gemaakt worden met een inhomogeen magneetveld, wat door een atoom

met een magnetisch dipoolmoment als een potentiaalput wordt ervaren. Door de diepte van de val te verminderen kunnen de heetste atomen wegvliegen, zodat het gas nog verder afkoelt. Hiermee zijn zelfs temperaturen op de nano-Kelvin-schaal gehaald, wat ultrakoude atoomgassen de koudste objecten in het waarneembare universum maakt.

Bose-Einsteincondensatie

Omdat koude atomen langzaam voort-

bewegen, is hun quantummechanische golfgedrag prominent aanwezig. De gemiddelde De Broglie-golflengte van de atomen wordt gegeven door $\lambda = h/(mv)$ met h de constante van Planck, m de atoommassa en v hun gemiddelde snelheid. Deze snelheid schaalte in eerste instantie met de temperatuur als $T^{1/2}$. Bij lage temperaturen kan de De Broglie-golflengte van atomen met een heeltallige spin zelfs groter worden dan de gemiddelde deeltjesafstand, zodat er een grote materiegolf ontstaat. In deze coherente golf zitten alle bosonische atomen in dezelfde quantumtoestand en hebben ze dezelfde fase, zodat de golf gezien kan worden als het atomaire equivalent van een laser. De coherente materiegolf wordt een Bose-Einsteincondensaat (BEC) genoemd. In 1995 nam de groep van Cornell en Wieman voor het eerst een BEC waar in een ultrakoud gas van ^{87}Rb -atomen, terwijl de groep van Ketterle onder andere interferentie van gecondenseerde atoomwolken aantoonde. Hiermee verdienden de drie experimentatoren niet alleen een bloemetje, maar ook de Nobelprijs in 2001. Na de successen met bosonische quantumgassen ontstond al snel een hevige interesse in Fermi-gassen, bestaande uit atomen met halftallige spin. Fermionen gedragen zich heel anders dan bosonen: daar waar een boson graag

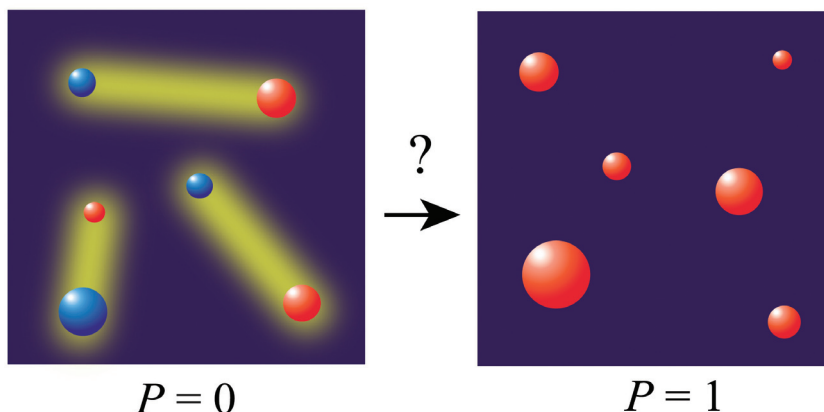


Figuur 1 Bij zwakke aantrekking V_0 is de werkzame doorsnede (evenredig met het kwadraat van de verstrooiingslengte) klein en zijn de Cooperparen groot (rechts). Voor sterkere aantrekking ontstaat er een gebonden moleculaire toestand in de interactiepotentiaal, waardoor er een resonantie in de werkzame doorsnede plaatsvindt (stippellijn). De moleculaire toestand wordt dieper gebonden bij nog sterkere aantrekking (links).

zijn quantumtoestand deelt met een mede-boson, is dit voor een fermion absoluut uitgesloten. Hierdoor kunnen fermionen in eerste instantie geen BEC vormen. Echter, in 1956 liet Cooper al zien dat bij lage temperaturen de fermionen maar een klein beetje aantrekkende interactie nodig hebben om bosonische Cooperparen te vormen. In het jaar daarop toonden Bardeen, Cooper en Schrieffer aan dat de zwakgebonden Cooperparen ook kunnen Bose-Einsteincondenseren, wat BCS-theorie genoemd wordt. Deze gecondenseerde paren kunnen vervolgens getransporteerd worden zonder energieverlies.

Supervloeibaarheid

Bose-Einsteincondensaten leiden in vrijwel alle gevallen tot een wrij-



Figuur 2 Links: ongepolariseerd Fermi-mengsel met supervloeibare paren. Rechts: het volledig gepolariseerde mengsel interageert niet en is dus niet supervloeibaar.

vingsloze toestand, die supervloeibaar wordt genoemd. In het geval van geladen deeltjes spreken we van supergeleiding. De afwezigheid van

wrijving wordt begrepen door naar de laag-energetische excitaties van het gecondenseerde gas te kijken. Landau liet zien dat langzame objec-

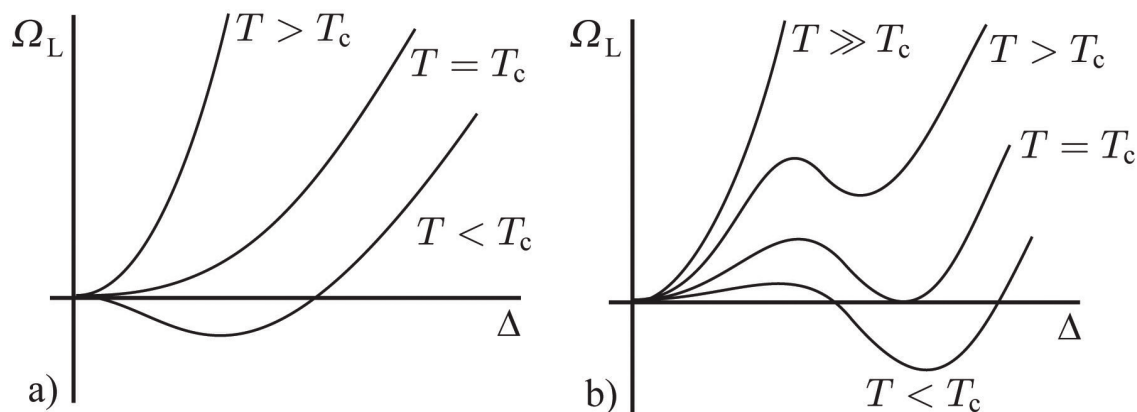
Faseovergangen

Het centrale concept van Landau-theorie is de ordeparameter, die nul is in de ongeordende fase en die ongelijk aan nul is in de geordende fase. In ons geval is de geordende fase supervloeibaar. Er is dan een condensaat van Cooper-paren aanwezig dat beschreven wordt door de zogenoemde BCS-ordeparameter, $\Delta(\mathbf{x})$. In het grootkanonieke ensemble liggen de temperatuur T en de chemische potentialen μ_c vast, terwijl de thermodynamisch stabiele toestand gegeven wordt door het minimum van de thermodynamische potentiaal (Ω). Voor deze geldt: $\Omega = -pV$ met p de druk en V het volume. We bekijken een expansie van de thermodynamische potentiaal in de ordeparameter, namelijk

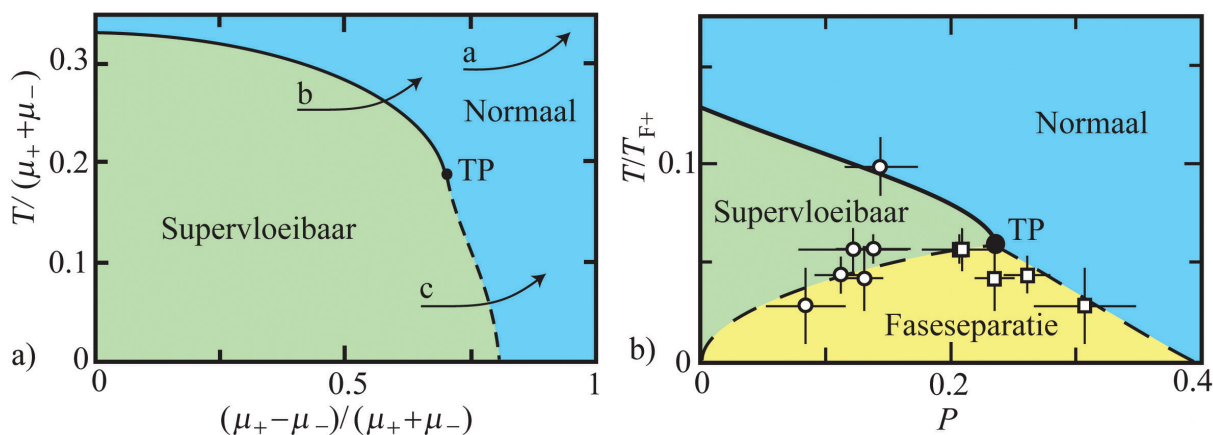
$$\Omega_L[\Delta] = \int dx \{ \gamma [\nabla \Delta(\mathbf{x})]^2 + \alpha \Delta(\mathbf{x})^2 + \beta \Delta(\mathbf{x})^4 + K \}$$

Om de coëfficiënten γ , α en β te bepalen moeten

meestal benaderingen worden gebruikt. Een voorbeeld is de BCS-theorie, dat een gemiddelde-veldbenadering toepast. Betere resultaten worden verkregen met geavanceerdere renormalisatietechnieken [3]. Als we de thermodynamische potentiaal hebben uitgerekend, dan moeten we haar minimum bepalen. Bij hoge temperaturen ligt deze bij $\Delta(\mathbf{x}) = 0$, oftewel, het systeem is ongeordend. Voor positieve γ zijn ruimtelijke variaties in de ordeparameter energetisch ongunstig en ligt het minimum van Ω_L bij constante Δ . Als de temperatuur vervolgens verlaagd wordt, vinden in eerste instantie twee verschillende scenario's plaats. Op de kritische temperatuur (T_c) kan een continue overgang plaatsvinden naar de supervloeibare fase (figuur 3a), of er kan een discontinue faseovergang plaatsvinden (figuur 3b). Welke van de twee voorkomt hangt af van de chemische potentialen. In het laatste geval is er een sprong in de ordeparameter.



Figuur 3 Thermodynamische potentiaal als functie van de BCS-ordeparameter voor verschillende temperaturen in het geval van a) een continue faseovergang, b) een discontinue faseovergang.



Figuur 4 Fasediagram voor een homogeen Fermi-mengsel met resonante interacties, bepaald met a) BCS-theorie, en met b) renormalisatie-technieken [3]. De continue faseovergang wordt weergegeven met een doorgetrokken lijn, de discontinue overgang met een onderbroken lijn. In b) is alleen de doorgetrokken lijn berekend, de stippellijnen zijn geschetst. De Fermi-temperatuur $T_{F\sigma}$ is per definitie evenredig met $N_{\sigma}^{2/3}$.

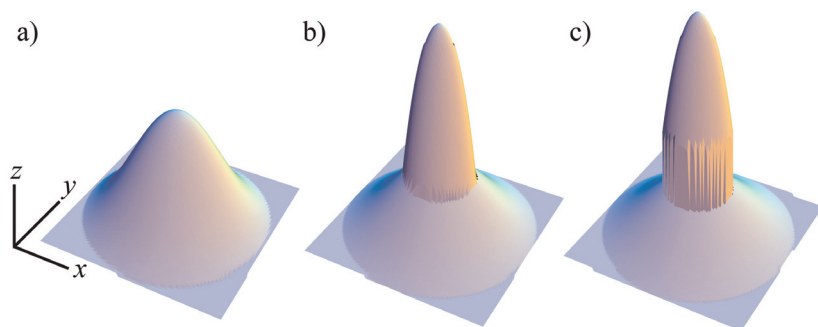
ten het condensaat niet kunnen exciteren, waardoor deze ook geen energie of impuls over kunnen dragen. Het Bose-Einsteincondensaat stroomt vervolgens wrijvingsloos langs deze objecten alsof ze er niet waren. Supervloeibaarheid en supergeleiding zijn niet alleen zeer interessante macroscopische quantumeffecten, ze zijn ook nog eens van groot praktisch belang. Zo wordt supervloeibaarheid gebruikt voor hoge-precisiemetingen, en supergeleiding om sterke magnetevelden op te wekken voor de LHC of Japanse zweefreinen. Supergeleiding kan ook een belangrijke rol gaan spelen in toekomstige oplossingen voor ons energieprobleem. Het is dus erg belangrijk om deze toestand beter te begrijpen. Hiervoor zijn experimenten met atoomgassen ideaal. Deze zijn namelijk een stuk eenvoudiger dan metalen, waar de fermionen door een roosterstructuur bewegen. De atoomgassen bevatten geen verontreinigin-

gen en de fermionen kunnen als puntdeeltjes met puntinteracties worden beschouwd. Atoomgassen zijn ook extreem goed te manipuleren. Niet alleen hun temperatuur, maar ook de interactiesterkte tussen de fermionen kan met precisie gecontroleerd worden. Door de attractie tussen de fermionen te laten toenemen is de evolutie van zwak gebonden Cooperparen tot diep gebonden moleculen experimenteel bestudeerd (geschetst in figuur 1).

Gepolariseerde Fermi-mengsels

Bij ultralage temperaturen vinden voornamelijk laag-energetische interacties zonder draai-impuls ($l=0$) plaats. De bijbehorende golffunctie is symmetrisch in de plaatsruimte, waardoor deze interacties niet kunnen plaatsvinden tussen identieke fermionen in dezelfde spintoestand. Immers, als twee identieke fermionen omgewisseld worden, moet de totale golffunctie antisymmetrisch zijn. Is de golffunc-

tie symmetrisch in de plaats, dan moet hij antisymmetrisch in de spinruimte zijn, waarvoor we minimaal twee spintoestanden nodig hebben. Cooperparen ontstaan daarom tussen deeltjes van verschillende spin. In ultrakoude atoomgassen is het experimenteel mogelijk gebleken om de supervloeibare toestand nauwkeurig te onderzoeken als functie van de polarisatie, die gedefinieerd is als $P=(N_+ - N_-)/(N_+ + N_-)$ met N_{σ} het aantal atomen in hyperfijne spintoestand σ [1,2]. Het ultrakoude ongepolariseerde mengsel ($P=0$) is supervloeibaar voor aantrekkende interacties, terwijl in het volledig gepolariseerde gas ($P=1$) geen Cooperpaarvorming plaatsvindt. Deze twee extremen zijn geïllustreerd in figuur 2. De tussenliggende faseovergang is experimenteel bestudeerd met een gas van ^6Li -atomen. De atomen bevonden zich in de laagste twee hyperfijn-niveaus van hun grondtoestand, waarbij het aantal deeltjes in deze twee toestanden gecontroleerd kon worden met nucleaire-spinomzettingen door microgolven [1,2]. De experimenten werden gedaan bij resonante interacties tussen de deeltjes (figuur 1). Zulke gepolariseerde Fermi-mengsels met sterke wisselwerking zijn van fundamenteel belang. Ze komen bijvoorbeeld ook voor in de kernen van zware atomen (mengsel van protonen en neutronen), en in de kernen van neutronensterren (mengsel van quarks).



Figuur 5 Dichtheitsprofielen voor een Fermi-mengsel in een val [5]. De x- en y-richtingen geven richtingen in de val aan. De z-richting geeft de totale deeltjesdichtheid weer. De profielen corresponderen met de drie pijlen in figuur 4a. De rechter figuur toont een discontinue overgang tussen de supervloeibare kern van het gas en de normale fase daaromheen.

Kokend koud

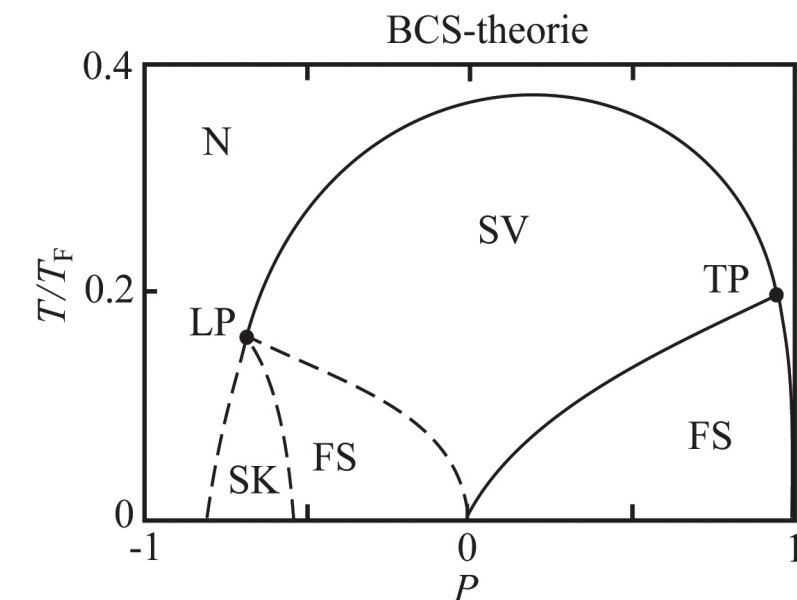
Voor het beschrijven van faseovergangen biedt de Landau-theorie een algemeen raamwerk (zie kader). Hier-

mee kunnen we een fase-diagram uitrekenen, waarin wordt gespecificeerd welke fase stabiel is als functie van de thermodynamische variabelen. In het geval van het groot-kanonieke ensemble (zie kader) zijn deze variabelen de temperatuur (T) en de chemische potentialen (μ_σ) die beschrijven hoeveel energie het kost om een deeltje toe te voegen aan het systeem. We bekijken overgangen tussen de normale toestand en de supervloeibare toestand, die zowel op continue wijze als op discontinue wijze kunnen plaatsvinden (zie kader). Het resultaat voor het fase-diagram verkregen met behulp van BCS-theorie wordt getoond in figuur 4a, terwijl het resultaat verkregen met renormalisatietechnieken [3] wordt getoond in figuur 4b. In deze laatste figuur worden ook metingen getoond die zijn gedaan in de groep van Ketterle [4]. Op het trikritische punt (TP) verandert de overgang van continu naar discontinu. In figuur 4b hebben we de deeltjesaantallen bepaald met $N_\sigma = -d\Omega/d\mu_\sigma$.

Beneden het trikritische punt zorgt de discontinue faseovergang voor sprongen in de ordeparameter, de dichtheden en de polarisatie [5]. De polarisatie is laag in de supervloeibare fase en hoog in de normale fase. Als de polarisatie tussen deze twee extremen in ligt, vindt fase-separatie plaats. Dit betekent dat het systeem zich ruimtelijk zal scheiden in supervloeibare regionen en normale regionen. De eerste hebben een lagere polarisatie en een hogere dichtheid dan de tweede. Fase-separatie is een welbekend dagelijks fenomeen dat voorkomt bij de discontinue overgang van een vloeistof (zoals water) naar de gasfase. Echter, fase-gesepareerde supervloeistoffen zijn veel zeldzamer. We hebben berekend dat de atomaire supervloeistoffen gaan 'koken' bij temperaturen op de nano-Kelvin-schaal, een miljard keer lager dan kamertemperatuur. Deze supervloeistoffen zijn dus niet kokend heet, maar kokend ultrakoud.

Mengsels in de val

In de bovenstaande discussie hebben we stilzwijgend aangenomen dat het atoomgas opgesloten is in een homogene doos. Echter, dit is niet de experimentele realiteit. De experimentele vallen voor de atomen zijn namelijk harmonisch, zodat $U_{\text{val}}(r) = m\omega^2 r^2/2$ met r de afstand tot het centrum van de



Figuur 6 Fase-diagram voor het ${}^6\text{Li}$ - ${}^{40}\text{K}$ -mengsel met resonante interacties [6]. Een positieve polarisatie betekent meer lithiumatomen. Niet alleen de supervloeibare (SV), de fase-gesepareerde (FS) en de normale (N) toestand zijn aanwezig, maar ook een superkristallijne (SK) toestand beneden het Lifshitz-punt (LP). De stippellijnen zijn niet berekend, maar geschetst. De Fermi-temperatuur T_F is evenredig met $(N_+ + N_-)^{2/3}$.

val. Als de potentiaal niet te steil is, dan mogen we het gas lokaal als homogeen beschouwen. We kunnen dan simpelweg de besproken homogene theorie gebruiken, maar met plaatsafhankelijke chemische potentialen, namelijk $\mu_\sigma(r) = \mu_\sigma - U_{\text{val}}(r)$. Dit wordt de lokale-dichtheidsbenadering genoemd. In figuur 4a hebben we drie pijlen getekend, die overeenkomen met drie verschillende configuraties van het atoomgas in de val. De staart van de pijlen geeft het centrum van de val weer. Als functie van r neemt de som van de twee chemische potentialen af, terwijl hun verschil hetzelfde blijft. Dit zorgt ervoor dat de pijlen naar rechts en omhoog bewegen in de figuur. Als de kern van de gaswolk zich in de normale fase bevindt, dan zal het gas overal in de val normaal zijn (pijl a). Daarnaast kan het gas supervloeibaar zijn in het centrum, wat twee mogelijkheden oplevert. Ofwel het gas wordt normaal door middel van een continue overgang in de val (pijl b), of door middel van een discontinue overgang (pijl c). De bijbehorende dichtheidsprofielen zijn geschetst in figuur 5. Deze drie verschillende dichtheidsprofielen zijn ook waargenomen in de experimenten met ${}^6\text{Li}$ [1,2,4].

Superkristal

Tot nog toe hebben we atoomgasen van één enkele atoomsoort be-

keken. Echter, recentelijk zijn er ook ultrakoude Fermi-mengsels van ${}^6\text{Li}$ en ${}^{40}\text{K}$ -atomen experimenteel gerealiseerd, hoewel supervloeibaarheid nog niet is bereikt. Als beide atoomsoorten toegang hebben tot één enkele hyperfijn-toestand, dan hebben we wederom een mengsel van twee fermionische componenten, die nu een verschillende massa hebben. We hebben het fase-diagram van het ultrakoude ${}^6\text{Li}$ - ${}^{40}\text{K}$ -gas bestudeerd voor resonante interacties [6]. Het resultaat verkregen met BCS-theorie wordt getoond in figuur 6. Daarnaast hebben we het effect van fluctuaties bekeken, die weliswaar de kritische temperaturen met een factor 3 verlagen, maar de topologie van het fase-diagram niet veranderen. Als er een meerderheid van lichte lithi-

Koos Gubbels studeerde in 2006 cum laude af in de theoretische natuurkunde aan de RUN. Zijn afstudeeronderzoek naar het afremmen van moleculen verrichtte hij in de groep van Gerard Meijer te Berlijn. Onder begeleiding van Henk Stoof promoveerde hij in januari 2010 cum laude aan de UU op de theoretische beschrijving van ultrakoude Fermi-gassen.



koosgubbels@hotmail.com

umatomen is, dan is er een trikritisch punt in het fasediagram. Maar als er een meerderheid van zware kaliumatomen is, dan blijkt dat γ (zie kader) negatief kan worden. Dit gebeurt op het zogenoemde Lifshitz-punt (LP). Beneden het Lifshitz-punt wordt het energetisch gunstig om ruimtelijke variaties in de ordeparameter te hebben, wat spontane breking van translatiesymmetrie oplevert. Als het Cooperpaarcondensaat gaat oscilleren in de ruimte, dan gaan de atomaire dicht-

heden ook oscilleren, waardoor er een kristalstructuur ontstaat. De combinatie van supervloeibaarheid met een kristalstructuur in de dichtheden leidt tot een zogenoemd superkristal. Er is veel interesse geweest in superkristallen (Engels: *supersolids*) de laatste jaren, maar het blijkt experimenteel erg lastig te zijn om deze nieuwe materie-toestand onomstotelijk te bewijzen. Hopelijk gaan de experimenten met ultrakoude Fermi-mengsels daar verandering in brengen!

Referenties

- 1 M.W. Zwierlein *et al.*, *Science* **311**, 492 (2006).
- 2 G.B. Partridge *et al.*, *Science* **311**, 503 (2006).
- 3 K.B. Gubbels en H.T.C. Stoof, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 140407 (2008).
- 4 Y. Shin *et al.*, *Nature* **451**, 689 (2008).
- 5 K.B. Gubbels, M.W.J. Romans en H.T.C. Stoof, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 210402 (2006).
- 6 K.B. Gubbels, J.E. Baarsma en H.T.C. Stoof, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 195301 (2009).