

Extra opgaven Wiskunde

23-24 sep 2008

1. Boek, opgave 9.3.
2. Beschouw de d.v. $y'' + y' - 2y = 0$.
 - (a) Is deze d.v. lineair? En homogeen? Wat is haar orde? Hoeveel integratieconstanten verwacht je in de algemene oplossing?
 - (b) Laat zien dat $y_1(x) = c_1 e^x$ een oplossing is van deze d.v.
 - (c) Laat zien dat ook $y_2(x) = c_2 e^{-2x}$ een oplossing is van deze d.v.
 - (d) Is ook $y_3(x) = c_3 e^{-x}$ een oplossing? Verklaar.
 - (e) Schets de grafieken van $y_1(x)$ en $y_2(x)$ in één figuur.
 - (f) Ga na dat $y_1(x)$ en $y_2(x)$ onafhankelijk zijn. Bestaan er constanten c_1 en c_2 zodat $y_1(x) = y_2(x)$ voor alle x ? (Hint: ja!).
 - (g) Bepaal de oplossing van de d.v. als de randwaarden zijn $y(0) = 0$ en $y(1) = e^3 - 1$.
3. Beschouw nu de d.v. $y'' + y' - 2y = 4 \sin(x) + 2 \cos(x)$.
 - (a) Is deze d.v. lineair? En homogeen? Wat is haar orde? Hoeveel integratieconstanten verwacht je in de algemene oplossing?
 - (b) Laat zien dat de functie $y(x) = -\sin(x) - \cos(x)$ aan de d.v. voldoet.
 - (c) Geef nu de algemene oplossing van deze d.v. (Hint: zie 2). Leg je antwoord uit!
 - (d) Bepaal ten slotte de oplossing bij de beginwaarden $y(0) = -1$ en $y'(0) = 2$.
4. Beschouw de d.v. $yy'' + (y')^2 = 0$. Ga na dat $y = 1$ en $y = \sqrt{x}$ oplossingen zijn, maar $y = 1 + \sqrt{x}$ niet. Vreemd, of toch niet?