

Deeltentamen Wiskunde
GEO1-2202 donderdag 2 oktober 2008

- Alle onderdelen van alle vragen wegen even zwaar.
- Geef een toelichting bij uw uitwerkingen.
- Uw beoordelaar kan onleesbare of ambigue uitwerkingen verkeerd interpreteren. Het is uw verantwoordelijkheid om de uitwerking slechts voor één uitleg vatbaar te laten zijn.

1. Los de volgende differentiaalvergelijkingen met beginwaarden op.

(a) $yy' - x = 0$, $y(0) = 5$.

(b) $y'' - 4y = 0$, $y(0) = 4$, $y'(0) = -2$.

(c) $4y'' + 16y' + 17y = 0$, $y(0) = 4$, $y'(0) = -2$.

2. Een pak vis komt om 8 uur uit de diepvries, waar de temperatuur -18°C is. We bestuderen het ontdooiproces, oftewel de temperatuur T als functie van de tijd t . Veronderstel dat de temperatuur A van de keuken constant is op $+20^\circ\text{C}$, en dat de temperatuur overal in het pak vis gelijk is.

(a) Beargumenteer dat

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - A)$$

een redelijk model voor dit proces is.

(b) Om 9 uur is de temperatuur van de vis -9°C . Los de differentiaalvergelijking op en bereken k .

(c) Hoe laat is de vis ontdooid?

(d) Als de vis al om 9 uur ontdooid zou moeten zijn, bij welke omgevingstemperatuur zou u de vis dan laten ontdooien?

vervolg aan ommezijde

3. Beschouw de differentiaalvergelijking $\dot{u} = 4 - u^2$.

- (a) Bepaal de evenwichtoplossing(en) en bepaal het karakter ervan.
- (b) Schets het fase­diagram.
- (c) Beschouw nu de differentiaalvergelijking $\dot{u} = \beta - u^2$. Beschrijf hoe de evenwichtoplossing(en) van deze vergelijking afhangen van de parameter β .