

§2.10

27/9/18

①

Voorbeeld: $f(x) = x^2$ Een primitieve van f is $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 28$ IS EEN **FUNCTIE**↓
Engels: anti-derivativeDe onbepaalde integraal $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 + C$ IS EEN VERB.
VAN **FIES**.De bepaalde integraal $\int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{3}(2)^3 - \frac{1}{3}(1)^3 = \frac{7}{3}$ IS EEN
GETAL.

→ Hst 5, later.

Differentiaalvergelijkingen (staat in 2.10 en 3.4)is ~~is~~ een vergelijking waar een f en z 'n afgeleide(n) in voorkomt.

Voorbeeld

$t = \text{tijd}$

$y = y(t)$

$y = \text{concentratie van medicyn in bloed.}$

afbraak modelleren als

$$\frac{dy}{dt} = a - by$$

met a, b const.

andere notatie

$$\dot{y} = a - by$$

$$(y = \frac{dy}{dt})$$

(2)

1. Evenwicht / geen verandering als $\frac{dy}{dt} = 0$.

Dat gebeurt dus als $a = by$ oftewel

$$y = \frac{a}{b}$$

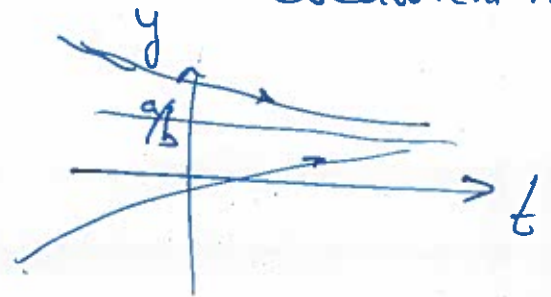
2. $\dot{y} > 0$ als $a - by > 0$ dus als

$$y < \frac{a}{b}$$

$\dot{y} < 0$ als $a - by < 0$ dus als

$$y > \frac{a}{b}$$

y gaat
altijd
naar
evenwicht toe.



Terminologie

Oplossing van een D.V. (= Differentiaalvgl.)
is een functie die aan de D.V. voldoet.

Beginwaarden of } extra eisen waaraan de opl moet
Randwaarden } voldoen.
Bijv. $y(0) = 23$.

Algemene opl. alle fies die aan D.V. voldoen.

Particuliere opl. (ENG: particular) één specifieke opl.

Orde van D.V. de hoeveelste afgeleide erin voorkomt.

$y = a - by$ eerste orde

$y'' - 3y' + y = \sin t$ tweede orde

Voorbeelden

(4)

1). Radio-actief verval $\dot{x} = -kx$ met $k > 0$
beginwaarde $x(0) = x_0$

2). Newtons afkoelwet $\dot{T} = -k(T - T_B)$
 $T(0) = T_0$

T_B = omgevingtemp
 T = temp. van
 $k > 0$ koffie
 T_0 = begintemp.

Evenwicht. 1) als $x = 0$
2) als $T - T_B = 0$

3). Medicynvb.

$$\frac{dy}{dt} = a - by \quad \text{oplossen met de techniek van "scheiden"}$$

5

NIET ZO: $\frac{dy}{dt} + by = a$ (WERKT NIET)

MAAR ZO: $\frac{dy}{a-by} = 1 \cdot dt$ (delen door $a-by$)
verm. met dt)

Want

$$\int \frac{dy}{a-by} = \int 1 dt$$

$$\frac{-1}{b} \log|a-by| = t + C_1$$

$$\log|a-by| = -bt + C_2$$

$$a-by = e^{-bt+C_2}$$

$$-by = e^{-bt+C_2} - a$$

$$y = -\frac{1}{b} e^{-bt+C_2} + \frac{a}{b}$$

$$\textcircled{*} \boxed{y = C_3 e^{-bt} + \frac{a}{b}}$$

mits $a-by \neq 0$
De enige log die er toe doet is e^{\log} .

(Die C lag toch nog niet vast)

$$\text{met } C_3 = -\frac{e^{C_2}}{b}$$

Stel beginwaarde $y(0) = y_0$ dan kun je nu C bepalen: (6)

⊗ vul in $y(0) = y_0$ en $t = 0$:

$$y_0 = Ce^0 + \frac{a}{b} = C + \frac{a}{b} \quad \text{dus} \quad C = y_0 - \frac{a}{b}$$

Dus part. opl. $y = \left(y_0 - \frac{a}{b}\right)e^{-bt} + \frac{a}{b}$
particuliere oplossing

Opm. over H.3.

⑦

3.1, 3.2, 3.3 grotendeels behand.

↳ later: logaritmisch diff.

3.4 Hoofdzak: groei processen, D.V.

Thm. 4: $\text{als } x > 0 \text{ dan } \log x \leq x - 1$

als feit niet zo boerend, het bewijs wel.

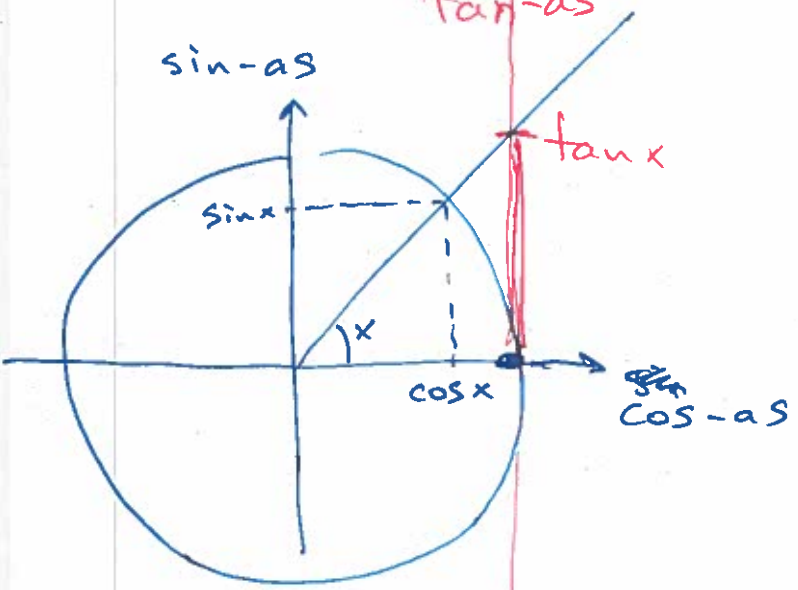
Thm. 5: bewijs voorlopig te lastig,
maar de feiten belangrijk. (magisch)

- (a) als $a > 0$ en x groeit, dan groeit e^x harder dan x^a
- (b) $\xrightarrow{\quad}$ " $\xrightarrow{\quad}$ x^a " $\xrightarrow{\quad}$ $\log x$
- (c) en (d) kun je uit (a) en (b) afleiden.

Thm 6: $e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ interessant voor later,
niet in tent.

Logistische groei: overslaan.

Gonio. + Inverse gonio. \leftarrow arcsinus
 arccosinus
 arctangens.



Sinus is 1-op-1 functie op dit deel vd cirkel.

cosinus: idem op dit deel vd cirkel.

verward.

