

# Infi A oefentamen $\xi$

## Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van elektronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- Totaal 44 punten.

1. Zij  $v = \frac{-1-i}{\sqrt{2}}$  en  $w = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ . Bereken modulus en argument van het product  $vw$ . 4 pt.

2. We bekijken de functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  met 4 pt.

$$f(x) = \begin{cases} |x| \log |1/x| & \text{als } x \neq 0, \\ 0 & \text{als } x = 0. \end{cases}$$

Bepaal zo mogelijk  $f'(0)$ , of verklaar waarom dat niet kan.

3. Stel het derde-orde Taylorpolynoom van  $f(x) = e^{e^x}$  in het steunpunt 0 op. 4 pt.

4. We herinneren aan de definitie  $\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ . Zij  $g$  de inverse functie van  $\sinh$ . Vind een functievoorschrift voor  $g$  (d.w.z.: geef een afleiding; een inverse opgedist uit het geheugen wordt fout gerekend). *Hint: maak een substitutie voor  $e^x$  en los een kwadratische vergelijking op.* 4 pt.

5. De grafiek van  $y = \frac{1-\log x}{x}$  heeft precies één buigpunt: vind zowel de  $x$ - als  $y$ -coördinaat ervan. 4 pt.

6. Los de volgende integralen op:

a.  $\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx$  4 pt.

b.  $\int \frac{x \log(1+x^2)}{1+x^2} \, dx$  4 pt.

c.  $\int \frac{dx}{x^2 + 2x - 15}$  4 pt.

7. We bekijken het randwaardeprobleem bestaande uit de d.v.

$$y'' + 2y' + 5y = 30 \cos x$$

met randwaarden

$$y(0) = 0 \text{ en}$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{13}{10}.$$

a. Laat zien dat  $y_P = 6 \cos x + 3 \sin x$  een particuliere oplossing is van de inhomogene vergelijking. 4 pt.

b. Bepaal de oplossing van het randwaardeprobleem. 4 pt.

8. Debye-functies worden gedefinieerd als 4 pt.

$$y_n(x) = \frac{n}{x^n} \int_0^x \frac{t^n}{e^t - 1} dt,$$

waarin  $n$  een natuurlijk getal. Laat zien dat  $y_n$  voldoet aan de d.v.:

$$xy' + ny = \frac{nx}{e^x - 1}.$$