Opdracht: vier “dezelfde” teksten

Moraal van deze opdracht: als je een (oude) bron in vertaling leest, dan is de vertaler een “filter” tussen jou en de bron.

Hieronder staan een viertal weergaven van één en dezelfde propositie uit de Arithmetica van Diophantos. Twee teksten zijn in Grieks of Latijn, maar je hoeft voor deze opdracht geen klassieke talen te kennen; wel het Griekse alfabet.

Het getalsysteem dat de Grieken gebruikten was gebaseerd op het alfabet: 1 t/m 9 worden voorgesteld door de letters αβγδεϛζηϑ, en 10 t/m 90 door ικλμνξοπϙ. Om de cijfers te onderscheiden van tekst krijgen ze een streep erboven. Dus $\overline{\iota ϛ} = 16$ en $\overline{\varkappa\beta} = 21$. Diophantos gebruikte bovendien al een vroege vorm van algebraïsche notatie, waarin:

$\overset{\circ}{M}$ voor eenheid, Μόνας

ς voor getal (variabele), αριϑμὸς

Δ^Y voor kwadraat, Δυναμις

⋔ voor min, aftrekking

In de Griekse tekst komen licht andere vormen van de symbolen voor.

Opdrachten: Beantwoord aan de hand van de teksten de volgende vragen:

1. Vind in de Griekse tekst ten minste één wiskundegerelateerde term van meer dan één lettergreep die je direct kunt herkennen.
2. Eveneens minstens twee zulke woorden in de Latijnse tekst.
3. Wat valt je op aan de breuken in de Griekse tekst?
4. Bespreek opvallende verschillen (afgezien van de taalkeuze) tussen de manieren waarop dezelfde propositie in de verschillende versies wordt weergegeven.
5. Bespreek in dit verband de volgende bewering: “Keuze van symbolen en woordkeus heeft invloed op de associaties die de lezer maakt en dus op hoe zhij de tekst leest, interpreteert en begrijpt.“
6. Verdeel 25 op twee verschillende manieren in twee vierkanten. Leg duidelijk uit wat je doet zodat een moderne eerstejaars wiskundestudent begrijpt hoe het werkt. Laat zien dat je resultaten kloppen.

Tekst 1:

η.

Τὸν ἐπιταχθέντα τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους.

Καὶ τετάχθω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα ἕτερος ἔσται $\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma} \pitchfork \Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$· δεήσει ἄρα $\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma} \pitchfork \Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$ ἴσας εἶναι $\square^{\omega}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ov}$ ἀπὸ $\varsigma^{\tilde{\omega}\nu}$ ὅσων δήποτε $\pitchfork$ τοσούτων M ὅσων ἐστὶν ἡ τῶν $\overline{\iota\varsigma}$ $\mathring{M}$ πλευρά· ἔστω $\varsigma\,\bar{\beta} \pitchfork \mathring{M}\,\bar{\delta}$. αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{o\varsigma}$ ἔσται $\Delta^{Y}\,\bar{\delta}\,\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma} \pitchfork \varsigma\,\overline{\iota\varsigma}$· ταῦτα ἴσα $\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma} \pitchfork \Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$. κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια.

Δ^{Y} ἄρα $\bar{\varepsilon}$ ἴσαι $\varsigma\,\overline{\iota\varsigma}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overline{\iota\varsigma}$ πέμπτων.

ἔσται ὁ μὲν $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\sigma\nu\varsigma}}$, ὁ δὲ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\mu\delta}}$, καὶ οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσι $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\upsilon}}$, ἤτοι $\mathring{M}\,\overline{\iota\varsigma}$, καὶ ἔστιν ἑκάτερος τετράγωνος.

Tekst 2:

VIII.

Propositum quadratum partiri in duos quadratos.

Proponatur iam 16 partiri in duos quadratos.

Ponatur primus $= x^2$, alter erit igitur $16 - x^2$, et oportebit esse

$$16 - x^2 = \square.$$

Quadratum formo a quotlibet x minus tot unitatibus quot est radix 16. Esto a $2x - 4$, cuius quadratus erit

$$4x^2 + 16 - 16x.$$

Ista aequantur

$$16 - x^2.$$

Utrimque addantur negata et a similibus similia. Ergo

$$5x^2 = 16x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{16}{5}.$$

Erit alter $\frac{256}{25}$, alter $\frac{144}{25}$, quorum summa facit $\frac{400}{25} = 16$, et uterque quadratus est.

Tekst 3:

8. *To divide a square number into two squares.*

Let the square number be 16.

x^2 one of the required squares. Therefore $16 - x^2$ must be equal to a square.

Take a square of the form[1] $(mx - 4)^2$, 4 being taken as the absolute term because the square of $4 = 16$.

i.e. take (say) $(2x - 4)^2$ and equate it to $16 - x^2$.

Therefore $$4x^2 - 16x = -x^2.$$

Therefore $$x = \frac{16}{5},$$

and the squares required are $\frac{256}{25}, \frac{144}{25}$.

Tekst 4:

Een opgegeven vierkant in twee vierkanten te verdelen.

Laat dus opgegeven zijn, 16 in twee vierkanten te verdelen.

Laat het 1e getal (gelijk) gesteld zijn (aan) 1 vierkant (van het *getal*). Dan is het andere getal 16 eenheden minus 1 vierkant (van het *getal*). Dus moet 16 eenheden minus 1 vierkant (van het *getal*) gelijk zijn aan een vierkant.

Ik vorm het vierkant van een willekeurig aantal *getallen* min zoveel eenheden als er de zijde (d.w.z. wortel) van 16 eenheden is. Laat dit 2 *getallen* minus 4 eenheden zijn. Het vierkant zelf is dus 4 vierkanten van *getallen* plus 16 eenheden min 16 *getallen*. Dit is gelijk aan 16 eenheden minus 1 vierkant van het *getal*. Laten we de missende termen aan beide kanten aanvullen, en gelijkvormige termen van gelijkvormige termen (aftrekken). Dus zijn 5 vierkanten van het *getal* gelijk aan 16 *getallen*, en het *getal* wordt 16 vijfden. Dus is het ene (getal) 256/25 en het andere 144/25, en deze twee samengesteld maken 400/25, dat is 16 eenheden, en elk van beiden is een vierkant.

Terzijde: Een dertiende eeuws handschrift van de *Arithmetica* bevat de volgende opmerking in de marge: “De duivel hebbe de ziel van jou, Diophantos, vanwege de moeilijkheid van je andere stellingen en vooral van deze stelling.” Pierre de Fermat (1601–1665) schreef hier in de marge van de editie van de *Arithmetica* van Diophantos van Bachet (1581–1638): “Aan de andere kant is het onmogelijk dat een kubus als de som van twee kubussen geschreven kan worden, of een vierde macht als de som van twee vierde machten, of in het algemeen, dat een hogere macht dan de tweede geschreven kan worden als de som van twee zulke machten. Ik heb een echt prachtig bewijs van deze propositie gevonden, maar deze marge is te klein is om het te bevatten.”