

Leeswijzer t/m § 0.7 (en alle stof daarbij) voor toets ma.
§ 0.8 volgende week nog
§ 0.9 vandaag

Zij f een (integreerbare) functie

- een primitieve van f is een fct F met eigenschap $F' = f$

↳ NB als $F(x)$ prim. van $f(x)$, dan is ook $F(x) + 27$ prim.

① de onbepaalde integraal $\int f(x) dx$: alle primitieven zonder
ie druk te maken over integratie constant.

② de bepaalde integraal $\int_a^b f(x) dx$ is "som van strookjes
van a tot b met hoogte $f(x)$
en breedte dx "

Verband tussen deze
dingen legt de hoofdstelling

- NB:
- $\int f(x) dx$ is een (verzameling van) functie(s)
 - $\int_a^b f(x) dx$ is een getal, maar
 - $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ is toch eigenlijk weer een fie.
-

Hoofdstelling vd integraalrekening

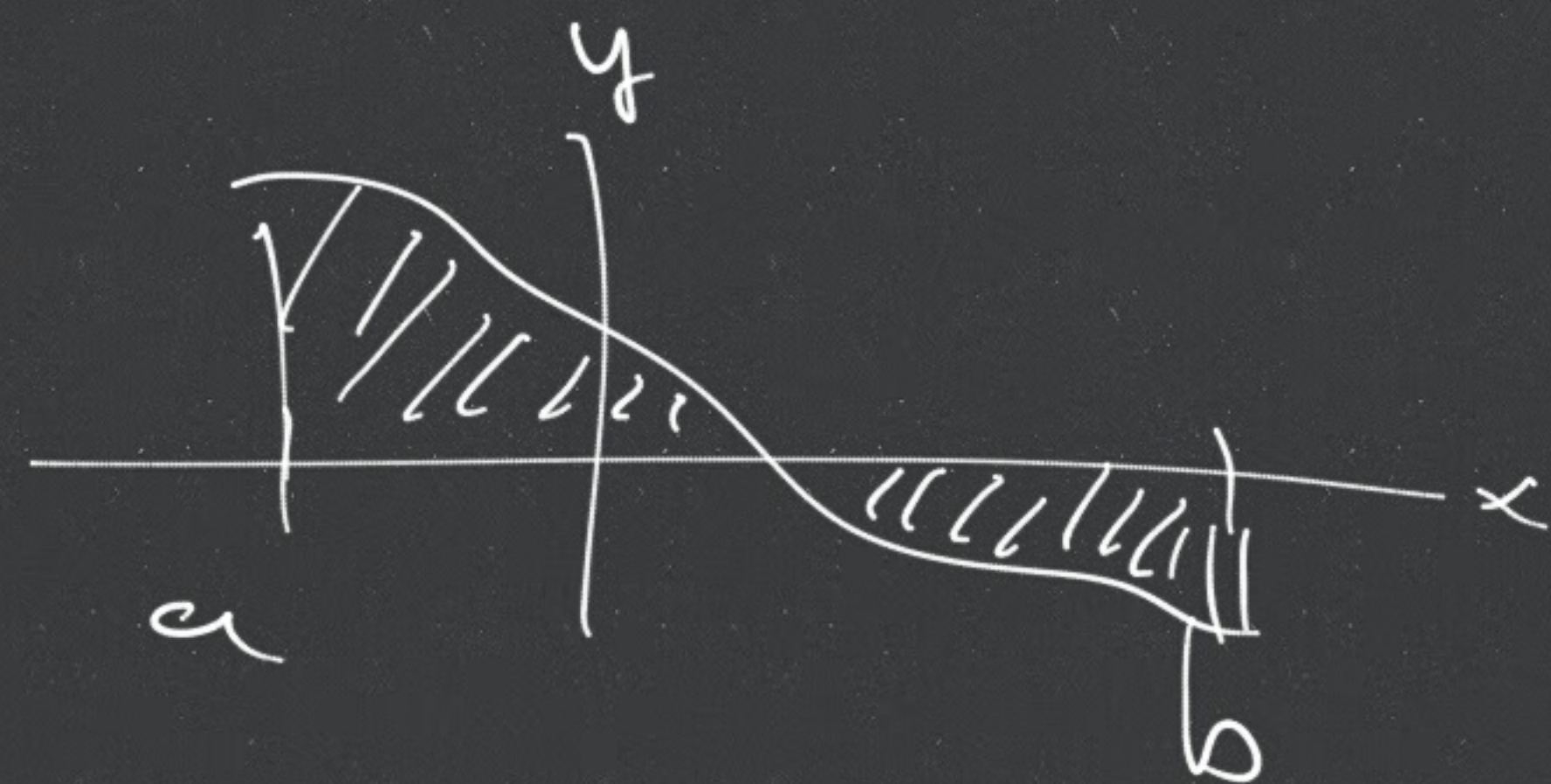
Als f continue functie is, dan geldt.

1: $\frac{d}{dx} \int_0^x f(t) dt = f(x)$

2: als F een primitieve is van f ,
dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Oppervlakte tussen grafiek $y = f(x)$ en de x -as
tussen $x = a$ en $x = b$

$$\text{is } \int_a^b |f(x)| dx$$



Gemiddelde van f op interval $[a, b]$ is

$$\bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Twee functies, f , u

$$\text{Kettingregel: } \frac{d}{dx} f(u(x)) = \frac{df(u(x))}{du} \cdot \frac{du(x)}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} f(u(x)) = f'(u) u'$$

Integreren:

$$f(u(x)) = \int f'(u) u' dx$$

Integreren met substitutie komt neer op het spotten van de juiste u .

Voorbeeld: $\int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$ Subs. $u = \cos x$
 $du = -\sin x dx$

invullen geeft $\int \frac{-du}{u} = -\int \frac{1}{u} du = -\log|u| + c$

$$= -\log|\cos x| + c$$
$$= \log\left|\frac{1}{\cos x}\right| + c$$

Voorbeeld

$$\int e^{ax} dx \quad \text{subs } u = ax \quad \text{dan krijg je}$$
$$du = a dx$$

$$\frac{1}{a} \int e^u du = \frac{1}{a} e^u = \frac{1}{a} e^{ax} + c.$$

Voorbeeld: Keuze: $\begin{cases} 1. \text{ grenzen weglaten, tot later} \\ 2. \text{ grenzen opnieuw uitschrijven} \end{cases}$

$$\int_0^8 \frac{\cos \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx \quad \text{subs.} \quad u = \sqrt{x+1}$$
$$du = \frac{dx}{2\sqrt{x+1}} \quad \text{invullen}$$

optie 1

$$\int \frac{\cos \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx = 2 \int \cos u du = 2 \sin u = 2 \sin \sqrt{x+1}$$

$$\int_0^8 \frac{\cos \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx = 2 \sin \sqrt{x+1} \Big|_{x=0}^{x=8} = 2(\sin 3 - \sin 1)$$

optie 2

$$u = \sqrt{x+1}$$
$$du = \frac{dx}{2\sqrt{x+1}}$$

als $x=8$, dan $u=3$

als $x=0$, dan $u=1$

$$\int_0^8 \frac{\cos \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx = 2 \int_1^3 \cos u du = 2 \sin u \Big|_{u=1}^{u=3} = 2(\sin 3 - \sin 1)$$