

# Hertentamen WISN101 Wiskundige Technieken 1

Di 22 dec 2015

## Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van elektronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- Totaal 48 punten.

- a. Laat zien dat  $i(\bar{z} - z) = 2\operatorname{Im}(z)$ , voor  $z$  in  $\mathbb{C}$ . 4 pt.
  - b. Vind alle  $z$  in  $\mathbb{C}$  waarvoor geldt  $z^3 = i - 1$ . 4 pt.
- a. Stel het derde-orde Taylorpolynoom van  $\tan x$  in het steunpunt 0 op, en geef hiermee een schatting van  $\tan \frac{1}{2}$ . 4 pt.
  - b. Kan de grafiek van  $y = e^{x^2+ax}$  precies één buigpunt hebben? Zo ja, voor welke waarde(n) van  $a$ ? 4 pt.
3. Onderzoek de functie  $f(x) = \frac{\log(1-x)}{\sqrt{1-x}}$  en schets de grafiek. 8 pt.

4. Evalueer de volgende integralen:

a.  $\int \frac{x^2 dx}{(4x + 1)^{10}}$  4 pt.

b.  $\int \frac{x dx}{4x^4 + 4x^2 + 5}$  4 pt.

5. We definiëren voor  $x > 0$  de functie  $f(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ . Je mag aannemen dat de integraal convergeert voor alle  $x > 0$ .

a. Bereken  $f(1)$ . 2 pt.

b. Laat zien dat  $f(x + 1) = x f(x)$ . Hint: partiël. 4 pt.

c. Bereken nu ook  $f(6)$ . 2 pt.

6. Los het volgende beginwaardeprobleem op: 4 pt.

$$\begin{cases} y'' + 4y = \sin t, \\ y(0) = 3, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

“Probeeroplossing”:  $a \cos t + b \sin t$ .

7. Vind alle functies  $y = y(x)$  die voldoen aan  $y = y' + y^2$ . 4 pt.